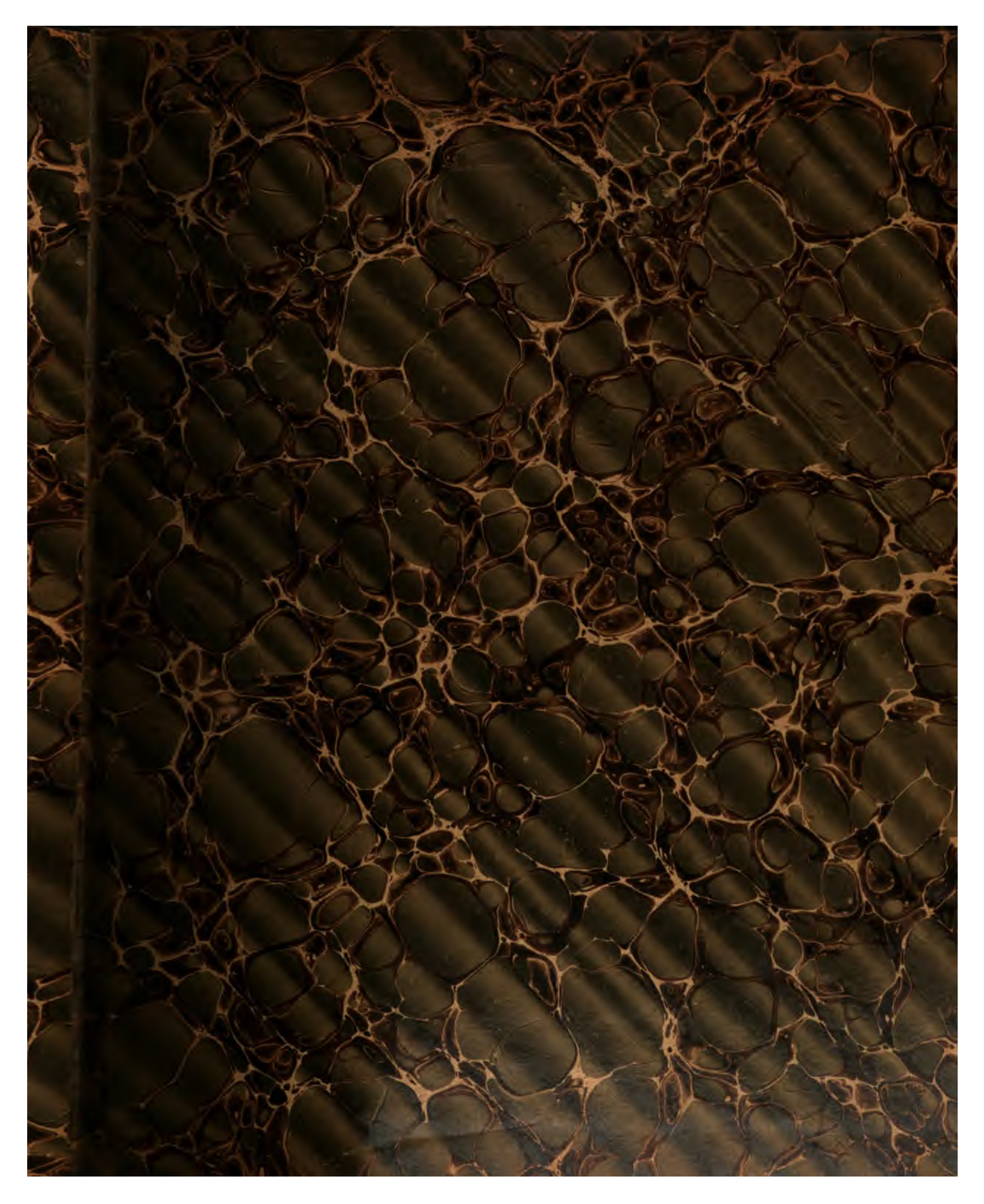
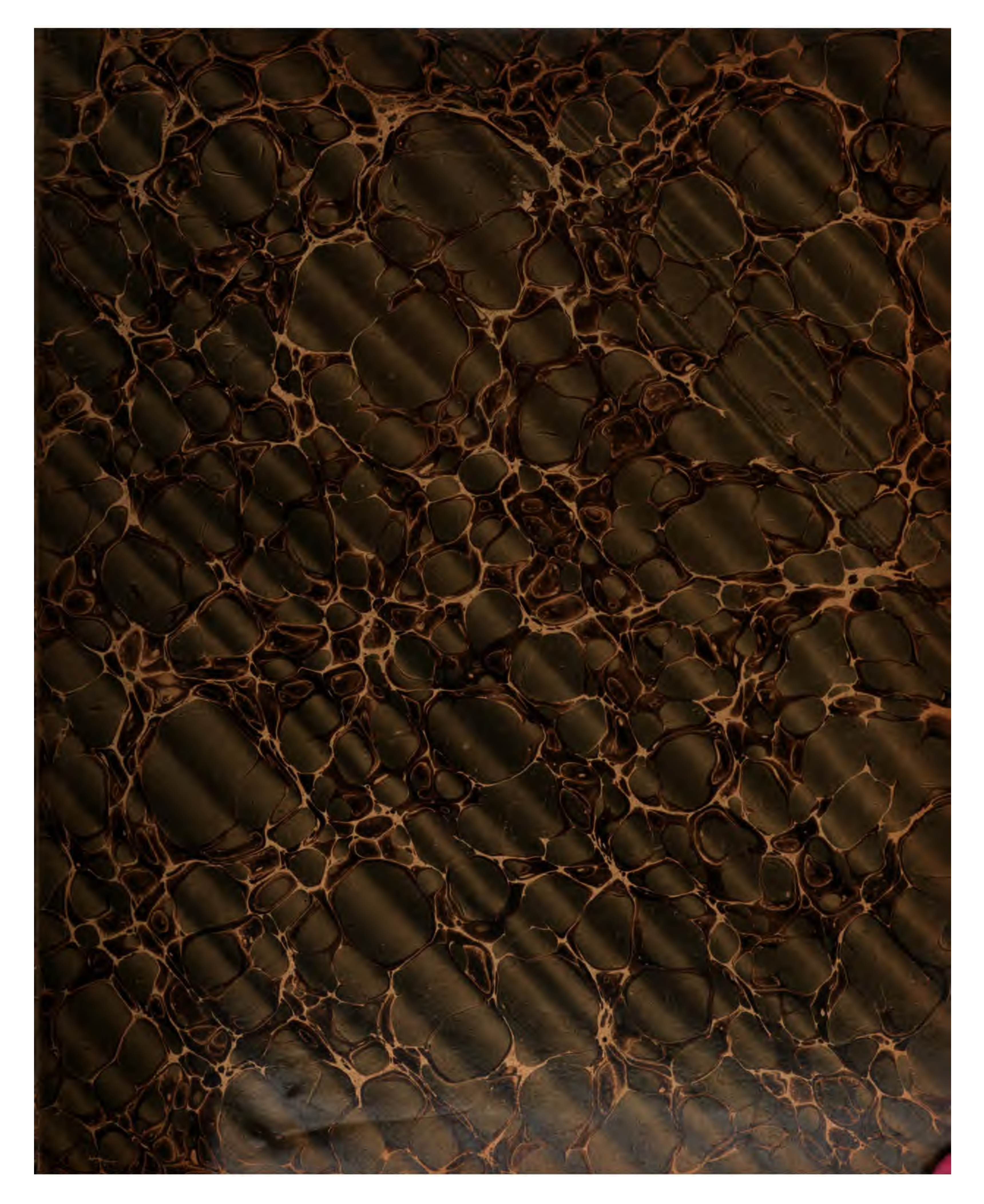

LSoc451.1.2
SIGILLVM ACADEMIAE HARVARDIANAE IN NOV ANG
CHRISTO ET ECCLESIAE
VE RI TAS
Harvard College Library
FROM THE FUND OF
CHARLES MINOT
(Class of 1828).
Received 26 July, 1890.

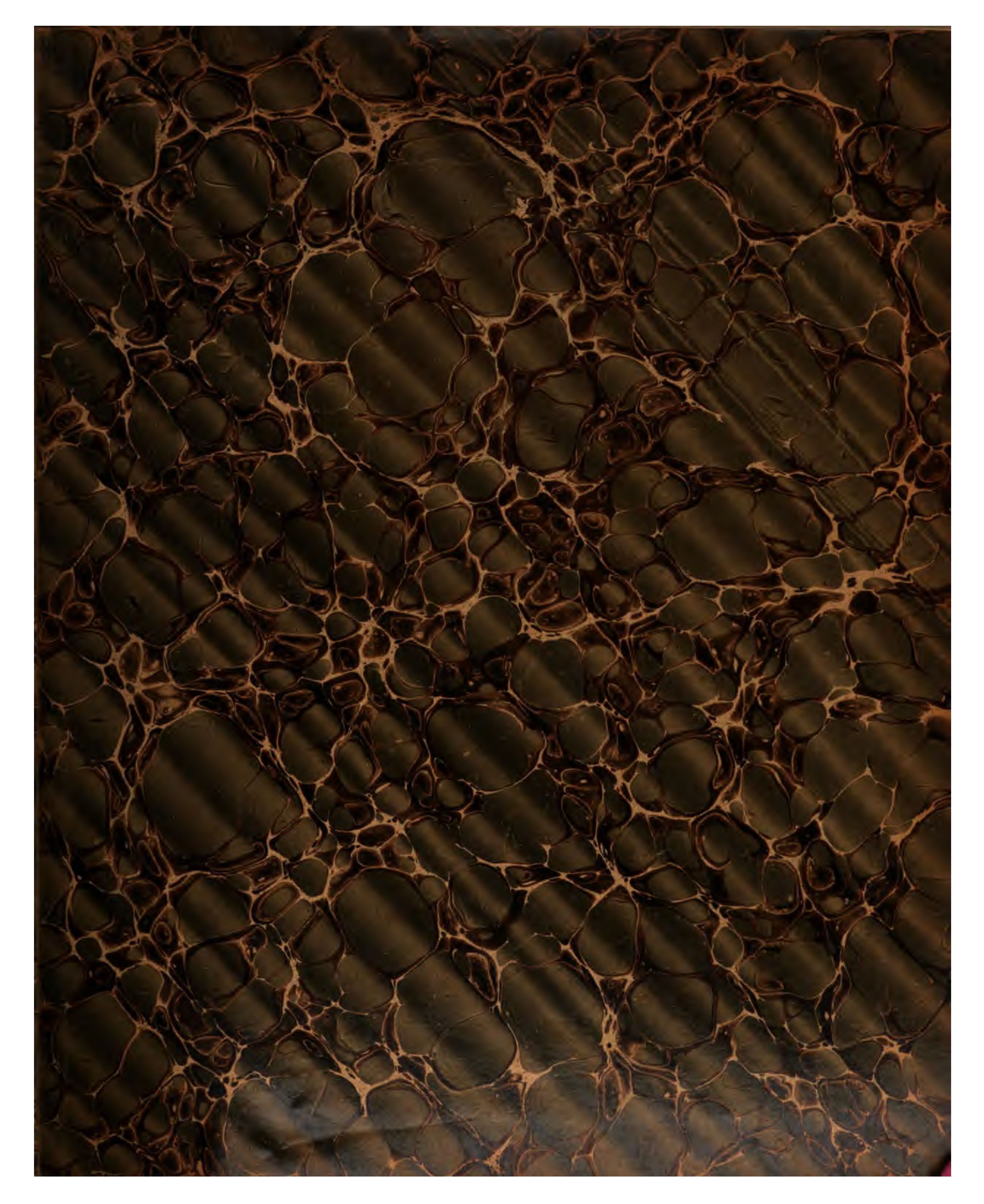




LSoc 451.1.2
SIGILLVM ACADEMIAE HARVARDIANAE IN NOV ANG
CHRISTO ET ECCLESIAE
VE RI TAS
Harvard College Library
FROM THE FUND OF
CHARLES MINOT
(Class of 1828).
Received 26 July, 1890.

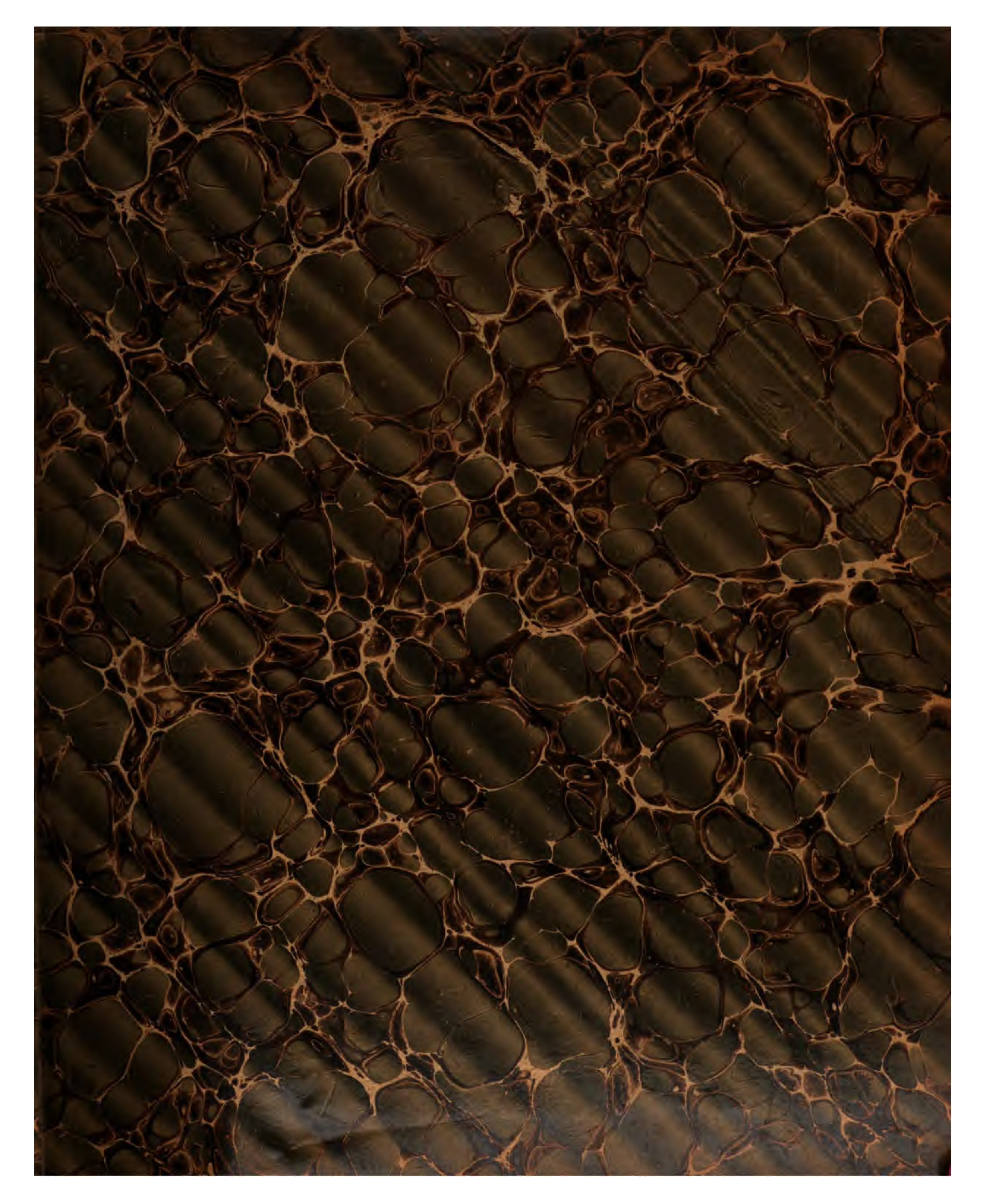



SIGILLVM ACADEMIAE HARVARDIANAE IN NOV ANG
CHRISTO ET ECCLESIAE
VE RI TAS





SIGILLUM ACADEMIAE HARVARDIANAE IN NOV ANG
CHRISTO ET ECCLESIAE
VE RI TAS



MÉMOIRES

DE L'ACADÉMIE ROYALE

DES

SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS

DE BELGIQUE.

Arai.

1.575

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES

SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS

DE BELGIQUE.

TOME XLVII.



BRUXELLES,

F. HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE,

rue de Louvain, 108.

1889

LISTE DES MEMBRES,

DES

CORRESPONDANTS ET DES ASSOCIÉS DE L'ACADÉMIE.

(1er juin 1889.)

LE ROI, Protecteur.

M. F.-A. Gevaert, président pour 1889.
» J.-B.-J. Liagre, secrétaire perpétuel.

COMMISSION ADMINISTRATIVE.

Le directeur de la Classe des Sciences, M. Briart.
» » des Lettres, M. Potvin.
» » des Beaux-Arts, M. Gevaert.
Le Secrétaire perpétuel, M. J.-B.-J. Liagre.
Le délégué de la Classe des Sciences, M. J.-S. Stas, trésorier.
» » des Lettres, M. Ch. Faider.
» » des Beaux-Arts, M. Éd. Fétis.

M. Marchal (Chev. Edm.), *Secrétaire adjoint de l'Académie.*

CLASSE DES SCIENCES.

M. Briart, directeur pour 1889.
» J.-B.-J. Liagre, secrétaire perpétuel.

30 MEMBRES.

Section des sciences mathématiques et physiques (15 membres).

M.	Stas, Jean-Servais, G. O. ✠; à St-Gilles (Bruxelles).	Élu le	14 déc. 1841.
»	Liagre, J.-B.-Joseph, G. O. ✠; à Ixelles	—	15 déc. 1853.
»	Maus, Michel-Henri-Joseph. G. O. ✠; à Ixelles . .	—	15 déc. 1864
»	Donny, Francois-Marie-Louis, O. ✠; à Gand . . .	—	15 déc. 1866.
»	Montigny, Charles, O. ✠; à Schaerbeek	—	16 déc. 1867.
»	Steichen, Michel, O. ✠; à Ixelles.	—	15 déc. 1868.
»	Brialmont, H.-Alexis, G. C. ✠; à St-Josse-ten-Noode.	—	15 déc. 1869.
»	Folie, François, O. ✠; à Liège	—	15 déc. 1874.
»	Mailly, Nic.-Éd., O. ✠; à Saint-Josse-ten-Noode .	—	15 déc. 1876.
»	De Tilly, Joseph, O. ✠; à Anvers	—	16 déc. 1878.
»	Van der Mensbrugghe, Gustave, ✠; à Gand . . .	—	14 déc. 1883.
»	Spring, Walthère, ✠; à Liège.	—	15 déc. 1884
»	Henry, Louis, O. ✠; à Louvain	—	15 déc. 1886.
»	Mansion, Paul, ✠; à Gand	—	15 déc. 1887.
»	De Heen, Pierre; à Louvain	—	14 déc. 1888.

Section des sciences naturelles (15 membres).

M.	Van Beneden, Pierre-Joseph, G. O. ✠; à Louvain.	Élu le	15 déc. 1842.
»	de Selys Longchamps, le bon Edm., G. O ✠; à Liège.	—	16 déc. 1846.
»	Gluge, Théophile, O. ✠; à Bruxelles	—	15 déc. 1849.
»	Dewalque, Gustave, O. ✠; à Liège	—	16 déc. 1859.
»	Candèze, Ernest, ✠; à Glain (Liège).	—	15 déc. 1864.
»	Dupont, Édouard, O. ✠; à Ixelles	—	15 déc. 1869.
»	Van Beneden, Édouard, ✠; à Liège	—	16 déc. 1872.
»	Malaise, Constantin, ✠; à Gembloux	—	15 déc. 1873.
»	Briart, Alph., ✠; à Morlanwelz-lez-Mariemont. .	—	15 déc. 1874.
»	Plateau, Félix, ✠; à Gand	—	15 déc. 1874.

M. Crépin, François, ☼; à Bruxelles. . . . . Élu le 15 déc. 1875.
» Van Bambeke, Charles, ☼; à Gand . . . . — 15 déc. 1879.
» Gilkinet, Alfred; à Liége . . . . — 15 déc. 1880.
» Mourlon, Michel, ☼; à Bruxelles. . . . . — 15 déc. 1886.
» Delboeuf, Joseph, ☼; à Liége. . . . . — 14 déc. 1887.

CORRESPONDANTS (10 au plus).

Section des sciences mathématiques et physiques.

M. Valerius, Henri, O. ☼; à Gand . . . . Élu le 15 déc. 1869.
» Le Paige, Constant; à Liége . . . . — 15 déc. 1885.
» Lagrange, Charles; à Ixelles . . . . — 15 déc. 1887.
» Fievez, Charles; à St-Josse-ten-Noode. . . . . — 15 déc. 1888.
» N. . . . .

Section des sciences naturelles.

M. Fredericq, Léon; à Liége . . . . Élu le 15 déc. 1879.
» Masius, Victor, ☼; à Liége. . . . . — 15 déc. 1880.
» Renard, Alphonse, ☼; à Uccle . . . . — 15 déc. 1882.
» Errera, Léo; à Bruxelles . . . . — 15 déc. 1887.
» Vanlair, C., ☼; à Liége. . . . . — 15 déc. 1888.

50 ASSOCIÉS.

Section des sciences mathématiques et physiques (25 associés).

M. Airy, Georges-Biddell; à Greenwich . . . . . Élu le 15 déc. 1853.
» Kekulé, Frédéric-Auguste, ☼; à Bonn. . . . . — 15 déc. 1864.
» Bunsen, Robert-Guillaume, O. ☼; à Heidelberg. . — 15 déc. 1865.
» Catalan, Eugène-Charles, ☼; à Liége . . . . . — 15 déc. 1865.
» Hirn, Gustave-Adolphe, O. ☼; à Colmar (Alsace) . — 16 déc. 1872.
» de Colnet d'Huart, Alexandre; à Luxembourg. . — 15 déc. 1873.
» Helmholtz, Armand-Louis-F.; à Berlin . . . . — 15 déc. 1873.
» Menabrea, m^{is} de Val-Dora, le c^{te} L^{s}-F^{ic}, G.C.☼; à Paris. — 15 déc. 1874.
» Struve, Otto; à Poulkova . . . . — 15 déc. 1874.
» Buys-Ballot, Christophorus-H.-D.; à Utrecht . . — 15 déc. 1875.
Sa Majesté Dom Pedro II, d'Alcantara, empereur du Brésil; à Rio de Janeiro . . . . — 15 déc. 1876.
» Weber, Guillaume; à Gœttingen . . . . — 14 déc. 1877.
» Faye, Hervé; à Paris . . . . — 16 déc. 1878.
» Thomson, William; à Glasgow . . . . — 16 déc. 1878.

M. PASTEUR, Louis; à Paris . . . . Élu le 15 déc. 1879.
» SCHIAPARELLI, Jean-Virginius; à Milan . . . . . . — 15 déc. 1879.
» TYNDALL, John; à Londres. . . . . — 14 déc. 1883.
» HOFMANN, Aug.-Wilh.; à Berlin . . . . — 15 déc. 1884.
» JOULE, James; à Manchester . . . . — 15 déc. 1884.
» IBANEZ DE IBERO, le général Charles; à Madrid. . . — 15 déc. 1885.
» THOMSEN, Julius; à Copenhague . . . . — 15 déc. 1887.
» DE CALIGNY, le marquis Anatole; à Versailles. . . — 14 déc. 1888.
» WEIERSTRASS, Karl; à Berlin . . . . — 14 déc. 1888.
» N. . . . .
» N. . . . .

Section des sciences naturelles (25 associés).

M. OWEN, Richard, O. ✱; à Londres . . . . Élu le 17 déc. 1847.
» DANA, James-D.; à New-Haven (États-Unis). . . — 15 déc. 1864.
» DE CANDOLLE, Alphonse; à Genève . . . . — 15 déc. 1869.
» HOOKER, Joseph-Dalton; à Kew (Angleterre). . . — 16 déc. 1872.
» RAMSAY, André-Crombie; à Londres . . . . . . — 16 déc. 1872.
» STEENSTRUP, Jean-Japhet-S.; à Copenhague . . . — 16 déc. 1872.
» HUXLEY, Thomas-Henri; à Londres. . . . . . . — 15 déc. 1874.
» PRINGSHEIM, Nathaniel; à Berlin . . . . — 15 déc. 1874.
» GOSSELET, Jules; à Lille. . . . . — 15 déc. 1876.
» DAUBRÉE, Gabriel-Auguste; à Paris. . . . . . . — 14 déc. 1877.
» KÖLLIKER, Rodolphe-Albert; à Wurzbourg . . . . — 14 déc. 1877.
» DE SAPORTA, le marquis Gaston; à Aix (France) . . — 14 déc. 1877.
» GEGENBAUR, Charles; à Heidelberg . . . . . . — 15 déc. 1882.
» KOWALEWSKY, Alex.; à Odessa . . . . — 15 déc. 1882.
» DE QUATREFAGES DE BRÉAU, J.-L.-A., C. ✱; à Paris. . — 14 déc. 1883.
» STUR, Dionys-Rud.-J.; à Vienne. . . . . — 14 déc. 1883.
» NORDENSKJÖLD, le baron Adolphe; à Stockholm. . — 15 déc. 1884.
» VIRCHOW, Rud.; à Berlin . . . . — 15 déc. 1884.
» MOLESCHOTT, Jacques; à Rome . . . . — 15 déc. 1884.
» LEUCKART, Charles-G.-F.-Rud.; à Leipzig . . . . — 15 déc. 1885.
» DE LA VALLÉE POUSSIN, Charles, ✱; à Louvain. . . — 15 déc. 1885.
» HALL, James; à Albany É.-U. d'Am.) . . . . . — 15 déc. 1886.
» PRESTWICH, Joseph; à Darent-Hulme Shoreham (Sevenoaks), Londres . . . . — 14 déc. 1888.
» N. . . . .
» N. . . . .

CLASSE DES LETTRES.

M. Ch. Potvin, directeur pour 1889.
» J.-B.-J. Liagre, secrétaire perpétuel.

30 MEMBRES.

Section des lettres et Section des sciences morales et politiques réunies.

M.	De Decker, P.-J.-F., C. ✠; à Schaerbeek.	Élu le	10	janvier	1846.
»	de Witte, le baron Jean-J.-A.-M., ✠; à Anvers.	—	6	mai	1851.
»	Faider, Charles, G. C. ✠; à Bruxelles	—	7	mai	1855.
»	Kervyn de Lettenhove, le baron J.-B.-M.-C., G. O. ✠; à Saint-Michel (Bruges)	—	4	mai	1859.
»	Thonissen, Jean-Joseph, G. O. ✠; à Louvain.	—	9	mai	1864.
»	Nève, Félix, ✠; à Louvain	—	11	mai	1868.
»	Wauters, Alphonse, O. ✠; à Bruxelles.	—	11	mai	1868.
»	de Laveleye, Émile, O. ✠; à Liège.	—	6	mai	1872.
»	Le Roy, Alphonse, O. ✠; à Liège	—	12	mai	1873.
»	de Borchgrave, Émile, O. ✠; à Constantinople.	—	12	mai	1873.
»	Liagre, J.-B.-Joseph, G. O. ✠; à Ixelles	—	5	mai	1874.
»	Wagener, Auguste, O. ✠; à Gand.	—	10	mai	1875.
»	Willems, Pierre, ✠; à Louvain	—	14	mai	1877.
»	Rolin-Jaequemyns, Gust., ✠; à St-Gilles (Brux.).	—	6	mai	1878.
»	Bormans, Stanislas, O. ✠; à Liège.	—	5	mai	1879.
»	Piot, Guillaume-Joseph-Ch., O. ✠; à St-Gilles.	—	5	mai	1879.
»	Potvin, Charles, ✠; à Ixelles.	—	9	mai	1881.
»	Stecher, Auguste-Jean, O. ✠; à Liège	—	9	mai	1881.
»	Lamy, Thomas-Joseph, ✠; à Louvain	—	8	mai	1882.
»	Scheler, Auguste, O. ✠; à Ixelles	—	5	mai	1884.
»	Henrard, Paul, O. ✠; à Anvers.	—	5	mai	1884.
»	Gantrelle, Joseph, C. ✠; à Gand	—	4	mai	1885.

M.	Loomans, Charles, C. ✻; à Liége	Élu le	10	mai	1886.
»	Tiberghien, Guill., O. ✻; à St-Josse-ten-Noode.	—	9	mai	1887.
»	Roersch, Louis, O. ✻; à Liége	—	9	mai	1887.
»	de Harlez, Charles; à Louvain.	—	7	mai	1888.
»	Vanderkindere, Léon, ✻; à Ixelles.	—	7	mai	1888.
»	Henne, Alexandre, O. ✻; à Ixelles.	—	6	mai	1889.
»	Frédérix, Gustave, ✻; à Bruxelles	—	6	mai	1889.
»	N.				

CORRESPONDANTS (10 au plus).

M.	Loise, Ferdinand, ✻; à Uccle	Élu le	12	mai	1873.
»	Van Weddingen, Aloïs, ✻; à Laeken	—	10	mai	1886.
»	Goblet d'Alviella, le cte Eugène, ✻; à Bruxelles.	—	9	mai	1887.
»	Vander Haeghen, Ferd., O. ✻; à Gand . . .	—	7	mai	1888.
»	Prins, Adolphe, ✻; à Ixelles.	—	7	mai	1888.
»	Vuylsteke, Julius; à Gand	—	6	mai	1889.
»	Banning, Émile, C. ✻; à Bruxelles.	—	6	mai	1889.
»	de Monge, Léon, ✻; à Louvain.	—	6	mai	1889.
»	N.				
»	N.				

50 ASSOCIÉS.

M.	Leemans, Conrad, O. ✻; à Leyde	Élu le	11	janvier	1847.
»	de Rossi, le chevalier J-B.; à Rome. . . .	—	7	mai	1855.
»	Czoernig, le bon Charles de Czernhausen, C. ✻; à Görz (Autriche)	—	4	mai	1859.
»	Minervini, Jules; à Naples	—	4	mai	1859.
»	Cantù, César; à Milan.	—	13	mai	1861.
»	von Löher, François; à Munich	—	13	mai	1862.
»	De Vries, Mathias, ✻; à Leyde.	—	19	mai	1863.
»	von Arneth, le chevalier Alfr., C. ✻; à Vienne.	—	9	mai	1864.
»	Mommsen, Théodore; à Berlin	—	5	mai	1866.
»	von Döllinger, J.-J. Ignace; à Munich . . .	—	5	mai	1866.
»	von Sybel, Henri-Ch.-L., C. ✻; à Berlin . . .	—	10	mai	1869.
»	Brunn, Henri, ✻; à Munich.	—	8	mai	1871.
»	d'Antas, le chevalier M., G. C. ✻; à Londres.	—	6	mai	1872.
»	Curtius, Ernest; à Berlin.	—	6	mai	1872.
»	Rivier, Alph., O. ✻; à Saint-Gilles (Bruxelles).	—	12	mai	1873.

M. Franck, Adolphe; à Paris . . . . Élu le 12 mai 1873.
» Desmazes, Charles; à Paris . . . . — 4 mai 1874.
» Oppert, Jules; à Paris. . . . . — 4 mai 1874.
» Tennyson, A.; à Farringford, Freshwater (Ile de Wight). — 10 mai 1875.
» Delisle, Léopold; à Paris . . . . — 10 mai 1875.
» Campbell, Marinus-F.-A.-G.; à La Haye . . . . — 14 mai 1877.
» Bancroft, George; à Washington . . . . . . — 14 mai 1877.
» di Giovanni, Vincenzo; à Palerme. . . . . . — 6 mai 1878.
» Colmeiro, Manuel; à Madrid. . . . . — 10 mai 1880.
» d'Olivecrona, Canut; à Stockholm. . . . . . — 10 mai 1880.
» Bohl, Joan; à Harlem. . . . . — 9 mai 1881.
» Canovas del Castillo, Antoine, G. C. ✻; à Madrid. — 9 mai 1881.
» Castan, Auguste; à Besançon . . . . — 9 mai 1881.
» Gladstone, William-Ewart; à Londres . . . . — 8 mai 1882.
» de Amorim, Francisco-Gomes; à Lisbonne . . . — 8 mai 1882.
» Dareste, Rodolphe, C. ✻; à Paris . . . . . . — 5 mai 1884.
» Bréal, Michel; à Paris . . . . — 5 mai 1884.
» Beets, Nicolas; à Utrecht. . . . . — 4 mai 1885.
» von Hoefler, le chevalier; à Prague . . . . . — 4 mai 1885.
» Sully Prudhomme, René-François-Armand; à Paris. — 4 mai 1885.
» Perrot, Georges; à Paris. . . . . — 10 mai 1886.
» Philippson, Martin; à Bruxelles. . . . . . . — 10 mai 1886.
» Sniedders, Auguste; à Anvers. . . . . — 10 mai 1886.
» Le Roy Beaulieu, Paul; à Paris. . . . . . . — 9 mai 1887.
» Lorimer, James; à Édimbourg. . . . . . . — 9 mai 1887.
» Aumale, Henri-E.-Ph.-L. d'Orléans, duc d', G. C. ✻; à Paris . . . . — 9 mai 1887.
» Canonico, Tancrède; à Rome. . . . . — 7 mai 1888.
» Sohm, Rudolphe; à Leipzig. . . . . — 7 mai 1888.
» Nadaillac, J.-F.-A. du Pouget, m^is de, à Paris. . — 7 mai 1888.
» Lallemand, Léon; à Paris . . . . — 7 mai 1888.
» Lucchini, Luigi; à Bologne. . . . . — 7 mai 1888.
» Hirschfeld, Otto; à Berlin. . . . . — 6 mai 1889.
» Worms, Émile; à Rennes . . . . — 6 mai 1889.
» Chauveau, Pierre; à Montréal. . . . . . . — 6 mai 1889.
» N. . . . .

CLASSE DES BEAUX-ARTS.

M. Gevaert, directeur pour 1889.
» J.-B.-J. Liagre, secrétaire perpétuel.

30 MEMBRES.

Section de Peinture:

M.	Portaels, Jean, C. ✠; à St-Josse-ten-Noode.	Élu le	4 janvier 1855.
»	Slingeneyer, Ernest, C. ✠; à Bruxelles. . .	—	7 avril 1870.
»	Robert, Alex., O. ✠; à St-Josse-ten-Noode.	—	7 avril 1870.
»	Guffens, Godefroid, C. ✠; à Schaerbeek . .	—	6 janvier 1876.
»	Wauters, Émile, C. ✠; à Bruxelles	—	5 janvier 1882.
»	Clays, Paul-Jean, C. ✠; à Schaerbeek . . .	—	1er mars 1883.
»	Verlat, Charles, C. ✠; à Anvers.	—	10 janvier 1884.
»	Stallaert, Joseph, O. ✠; à Ixelles.	—	7 janvier 1888.
»	Markelbach, Alexandre, O. ✠; à Schaerbeek.	—	10 janvier 1889.

Section de Sculpture :

M.	Fraikin, Charles-Auguste, C. ✠; à Schaerbeek.	Élu le	8 janvier 1847.
»	Jaquet, Jean-Joseph, O. ✠; à Schaerbeek. .	—	11 janvier 1883.
»	De Groot, Guillaume, O. ✠; à Bruxelles. .	—	10 janvier 1884.
»	Vinçotte, Thomas, O. ✠; à Schaerbeek. . .	—	12 mai 1886.

Section de Gravure :

M.	Demannez, Joseph, ✠; à St-Josse-ten-Noode.	Élu le	11 janvier 1883.
»	Biot, Gustave, O. ✠; à Ixelles.	—	10 janvier 1884.

Section d'Architecture :

M.	Balat, Alphonse, G. O. ✠; à Ixelles. . . .	Élu le	9 janvier 1862.

M. PAULI, Adolphe, O. ✠; à Gand. . . . . . Élu le 7 janvier 1875.
» SCHADDE, Joseph, O. ✠; à Anvers. . . . . — 10 janvier 1878.
» BEYAERT, Henri, C. ✠; à Bruxelles. . . . . — 5 janvier 1888.

Section de Musique :

M. DE BURBURE, le chevalier Léon, O. ✠; à Anvers. Élu le 9 janvier 1862.
» GEVAERT, Franç.-Auguste, G. O. ✠; à Bruxelles. — 4 janvier 1872.
» SAMUEL, Adolphe, C. ✠; à Gand . . . . . — 8 janvier 1874.
» RADOUX, Jean-Théodore, O. ✠; à Liège . . . — 3 avril 1879.
» BENOIT, Pierre-Léonard-Léop., C. ✠; à Anvers. — 5 janvier 1882.

Section des Sciences et des Lettres dans leurs rapports avec les Beaux-Arts :

M. FÉTIS, Édouard, C. ✠; à Bruxelles. . . . . Élu le 8 janvier 1847.
» LIAGRE, J.-B.-Joseph, G. O. ✠; à Ixelles. . . — 5 mai 1874.
» HYMANS, Henri, ✠; à Ixelles. . . . . . . — 8 janvier 1885
» MARCHAL, le chevalier Edmond-L.-J.-G., ✠;
à Saint-Josse-ten-Noode . . . . — 7 janvier 1886.
» ROUSSEAU, Jean, O. ✠; à Bruxelles. . . . . — 5 janvier 1888.
» ROOSES, Maximilien; à Anvers. . . . . . — 10 janvier 1889.

CORRESPONDANTS (10 au plus).

Pour la Peinture :

M. HENNEBICQ, A., ✠; à Bruxelles. . . . . . Élu le 10 janvier 1889.
» DE LALAING, le comte Jacques, ✠; à Bruxelles. — 10 janvier 1889.
» N. . . . .

Pour la Sculpture :

M. DU CAJU, Joseph, O. ✠; à Anvers. . . . . Élu le 8 janvier 1885.

Pour la Gravure :

M. MEUNIER, Jean-Baptiste, ✠; à Ixelles. . . . Élu le 10 janvier 1884.

Pour l'Architecture :

M. LAUREYS, Félicien, ✠; à Bruxelles. . . . . Élu le 10 janvier 1889.

Pour la Musique :

M. BUSSCHOP, Jules, O. ✠; à Bruges. . . . Élu le 11 janvier 1883.
» DUPONT, Auguste, O. ✠; à Ixelles . . . — 10 janvier 1889.

Pour les Sciences et les Lettres dans leurs rapports avec les Beaux-Arts :

M. VAN EVEN, Édouard, ✠; à Louvain. . . . Élu le 10 janvier 1889.
» N. . . . .

50 ASSOCIÉS.

Pour la Peinture :

M. ROBERT-FLEURY, Joseph-Nicolas, ✠; à Paris. Élu le 7 janvier 1864.
» GÉROME, Jean-Léon, ✠; à Paris . . . . . — 12 janvier 1865.
» MADRAZO, Frédéric; à Madrid . . . . . . — 12 janvier 1865.
» BENDEMANN, Édouard, O. ✠; à Dusseldorf. . — 9 janvier 1868.
» MEISSONIER, Jean-L.-E., G. O. ✠; à Paris . . — 7 janvier 1869.
» HÉBERT, Aug.-Ant.-Ernest, O. ✠; à Paris. . — 12 janvier 1871.
» BECKER, Charles, O. ✠; à Berlin. . . . . — 8 janvier 1874.
» FRITH, William-Powell, ✠; à Londres. . . — 8 janvier 1874.
» WILLEMS, Florent, C. ✠; à Paris. . . . — 7 décemb. 1882.
» LEIGHTON, Frederic; à Londres. . . . . — 7 janvier 1886.
» MENZEL, Adolphe; à Berlin . . . . . . — 6 janvier 1887.
» N. . . . .

Pour la Sculpture :

M. DE NIEUWERKERKE, le comte Alf., ✠; à Paris. Élu le 22 septemb. 1852.
» CAVELIER, Pierre-Jules; à Paris . . . . . — 7 janvier 1864.
» MONTEVERDE, Jules; à Rome . . . . . . — 8 janvier 1874.
» BONNASSIEUX, Jean; à Paris . . . . . — 7 janvier 1875.
» GUILLAUME, Claude-J.-B.-Eugène; à Paris. . — 6 janvier 1876.
» THOMAS, Gabriel-Jules; à Paris . . . . . — 11 janvier 1883.
» KUNDMANN, Charles; à Vienne. . . . . . — 11 janvier 1883.
» BEGAS, Ch.-Th.-A.-Reinhold, O. ✠; à Berlin. — 8 janvier 1885.

Pour la Gravure :

M. HENRIQUEL-DUPONT, Louis-P., ✠; à Paris . . Élu le 8 janvier 1847.
» STANG, Rudolphe; à Amsterdam. . . . . — 8 janvier 1874.

M.	CHAPLAIN, Jules-Clément; à Paris.	Élu le	5 janvier 1888.
»	RAAB, J.-L.; à Munich.	—	10 janvier 1889.

Pour l'Architecture :

M.	DE LEINS, Chrétien-Frédéric, ✠; à Stuttgart. .	Élu le	7 janvier 1864.
»	DALY, César; à Paris	—	12 janvier 1865.
»	VESPIGNANI, le comte Virginio; à Rome . . .	—	12 janvier 1871.
»	CONTRERAS, Raphaël; à Grenade	—	8 janvier 1880.
»	RASCHDORFF, Jules-Charles; à Berlin	—	5 janvier 1882.
»	VON NEUREUTHER, Gottfried; à Munich	—	8 janvier 1885.
»	WATERHOUSE, Alfred; à Londres	—	7 janvier 1886.
»	REVOIL, Henri-A., ✠; à Nîmes	—	10 janvier 1889.

Pour la Musique :

M.	LACHNER, François; à Munich	Élu le	8 janvier 1847.
»	THOMAS, Ch.-L-.Ambroise, ✠; à Paris. . . .	—	8 janvier 1863.
»	VERDI, Joseph; à Busseto (Italie)	—	12 janvier 1865.
»	GOUNOD, Félix-Charles; à Paris.	—	4 janvier 1872.
»	LIMNANDER DE NIEUWENHOVE, le b^on Arm^d, C. ✠; à Paris	—	9 janvier 1879.
»	SAINT-SAENS, Camille-Ch.; à Paris	—	8 janvier 1883.
»	BRAHMS, Johannes; à Vienne	—	7 janvier 1886.
»	RUBINSTEIN, Antoine; à St-Pétersbourg . . .	—	6 janvier 1887.
»	BOURGAULT-DUCOUDRAY, Louis-Albert; à Paris.	-	6 janvier 1887.

Pour les Sciences et les Lettres dans leurs rapports avec les Beaux-Arts :

M.	RAVAISSON, J.-G.-Félix; à Paris	Élu le	10 janvier 1856.
»	GAILHABAUD, Jules; à Paris	—	9 janvier 1868.
»	LÜBKE, Guillaume; à Stuttgart	—	9 janvier 1873.
»	DELABORDE, le vicomte Henri; à Paris . . .	—	8 janvier 1874
»	SOURINDRO MOHUN TAGORE, le radja, C. ✠; à Calcutta.	—	4 janvier 1877.
»	SCHLIEMANN, Henry; à Athènes	—	5 janvier 1882.
»	MILANESI, Gaetano; à Florence	—	8 janvier 1885.
»	BERTOLOTTI, Antonio; à Mantoue.	—	5 janvier 1888.
»	BODE, W.; à Berlin.	—	10 janvier 1889.

NÉCROLOGIE.

CLASSE DES SCIENCES.

DE KONINCK (Laur.-Guill.), membre, décédé à Liège, le 15 juillet 1887.
CORNET (François), membre, décédé à Mons, le 20 janvier 1887.
HOUZEAU (J.-C.), membre, décédé à Schaerbeek, le 12 juillet 1888.
BOUSSINGAULT (J.-B.), associé, décédé à Paris, le 11 mai 1887.
KIRCHHOFF (G.-R.), associé, décédé à Berlin, le 17 octobre 1887.
DE BARY (Antoine), associé, décédé à Strasbourg, le 19 janvier 1888.
CLAUSIUS (Rodolphe), associé, décédé à Bonn, le 24 août 1888.
VON DECHEN (Ern.), associé, décédé à Berlin, le 15 février 1889.
GENOCCHI (Angelo), associé, décédé à Turin, le 7 mars 1889.
DONDERS (Corneille), associé, décédé à Utrecht, le 24 mars 1889.
CHEVREUL (Eug.), associé, décédé à Paris, le 9 avril 1889.

CLASSE DES LETTRES.

LAURENT (François), membre, décédé à Gand, le 11 février 1887.
TIELEMANS (François), membre, décédé à Bruxelles, le 5 juillet 1887.
VAN PRAET (Jules), membre, décédé à Bruxelles, le 28 décembre 1887.
JUSTE (Théodore), membre, décédé à St-Gilles, le 10 août 1888.
CHALON (Renier), membre, décédé à Ixelles, le 23 février 1889.
LECLERCQ (Mathieu), membre, décédé à St-Josse-ten-Noode, le 15 mars 1889.
VAN BEERS (Jean), correspondant, décédé à Anvers, le 14 novembre 1888.
MINGHETTI (M.), associé, décédé à Rome, le 10 décembre 1886.
VON REUMONT (Alfred), associé, décédé à Borcette, le 27 avril 1887.
STEPHANI (Ludolphe), associé, décédé à Kurzlich, en juin 1887.
SARIPOLOS (Nicolas), associé, décédé à Athènes, le 18 décembre 1888.
CARRARA (François), associé, décédé à Pise, le 15 janvier 1888.
NOLET DE BRAUWERE VAN STEELAND, associé, décédé à Vilvorde, le 21 juin 1888.
MANCINI (P.-S.), associé, décédé à Rome, le 26 décembre 1888.
VON HOLTZENDORFF (J.-G.-F.), associé, décédé à Munich, le 8 février 1889.
ALBERDINGK THIJM (Joseph), associé, décédé à Amsterdam, le 17 mars 1889.

CLASSE DES BEAUX-ARTS.

ALVIN (Louis), membre, décédé à Ixelles, le 17 mai 1887.
DE MAN (Gustave), membre, décédé à Bruxelles, le 10 juillet 1887.
DE KEYSER (N.), membre, décédé à Anvers, le 16 juillet 1887.
GALLAIT (Louis), membre, décédé à Schaerbeek, le 20 novembre 1887.
SIRET (Adolphe), membre, décédé à Anvers, le 6 janvier 1888.
DYCKMANS (Joseph), correspondant, décédé à Anvers, le 8 janvier 1888.
VAN ELEWYCK (le chev. X.), correspondant, décédé à Louvain, le 28 avril 1888.
OUDINÉ (Eug.), associé, décédé à Paris, le 11 avril 1887.
VON NEUREUTHER (G.), associé, décédé à Munich, le 12 avril 1887.
DE LINAS (Ch.), associé, décédé à Arras, le 14 avril 1887.
QUESTEL (Ch.-Aug.), associé, décédé à Paris, en janvier 1888.
VOSMAER (C.), associé, décédé à Paris, le 14 juin 1888.
FRANÇOIS (L.-Alph.), associé, décédé à Paris, le 7 juillet 1888.
CABANEL (Alexandre), associé, décédé à Paris, le 25 janvier 1889.

TABLE

DES

MÉMOIRES CONTENUS DANS LE TOME XLVII.

Classe des Sciences.

Classe des Lettres.

[1]

SECONDE NOTE

SUR

LES FONCTIONS X_n;

PAR

E. CATALAN,

ASSOCIÉ DE L'ACADÉMIE.

(Présentée à la Classe des sciences, dans la séance du 7 août 1886.)

SECONDE NOTE

SUR LES FONCTIONS X_n (*).

---

1. De la relation

$$(1-x)\left(\frac{dX_n}{dx}+\frac{dX_{n-1}}{dx}\right)=n(X_{n-1}-X_n)\,(^{**}), \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

résulte

$$\int_{-1}^{+1}(x^p-x^{p+1})(dX_n+dX_{n-1})=n\int_{-1}^{+1}(x^pX_{n-1}-x^pX_n)dx,$$

ou

$$\int_{-1}^{+1}(x^pdX_n+x^pdX_{n-1}-x^{p+1}dX_n-x^{p+1}dx_{n-1})=n\int_{-1}^{+1}(x^pX_{n-1}-x^pX_n)dx. \quad . \quad (2)$$

Supposons que les nombres n, p soient *de même parité*, et que le premier ne surpasse pas le second. Les intégrales

$$\int_{-1}^{+1}x^pdX_n, \quad \int_{-1}^{+1}x^{p+1}dX_{n-1}, \quad \int_{-1}^{+1}x^pX_{n-1}dx$$

seront *nulles*.

En effet, dans la première, par exemple, tous les termes de $\frac{dX_n}{dx}$ sont *de même parité* que $n-1$; $x^p\frac{dX_n}{dx}$ est une fonction *impaire*, etc.

(*) *Recherches sur les fonctions* X_n, *de Legendre :* premier Mémoire (in-8°), octobre 1879; première Note (in-4°), octobre 1880; deuxième Mémoire (in-4°), août 1881; troisième Mémoire (in-4°), octobre 1885; seconde Note (in-4°), novembre 1886.

(**) Premier Mémoire, p. 5.

L'égalité (2) se réduit donc à

$$\int_{-1}^{+1} x^p dX_{n-1} - \int_{-1}^{+1} x^{p+1} dX_n = -n \int_{-1}^{+1} x^p X_n dx \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Il est visible que :

$$\int_{-1}^{+1} x^p dX_{n-1} = -p \int_{-1}^{+1} x^{p-1} X_{n-1} dx,$$

$$\int_{-1}^{+1} x^{p+1} dX_n = -(p+1) \int_{-1}^{+1} x^p X_n dx.$$

Par conséquent, l'égalité (3) devient

$$\int_{-1}^{+1} x^p X_n dx = \frac{p}{p+n+1} \int_{-1}^{+1} x^{p-1} X_{n-1} dx. \quad \ldots\ldots \quad (A)$$

Cette relation (peut-être nouvelle) en fait connaître d'autres, assez importantes.

2. D'abord, si l'on fait attention que

$$\int_{-1}^{+1} x^{p-n+1} X_1 dx = \frac{2}{p-n+3} \text{ (*)}, \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

on conclut, de (A) :

$$\int_{-1}^{+1} x^p X_n dx = 2 \frac{p(p-1)(p-2)\cdots(p-n+2)}{(p+n+1)(p+n-1)\cdots(p-n+3)}, \quad \ldots \quad (B)$$

$$\int_{-1}^{+1} x^n X_n dx = 2 \frac{1.2.3 \ldots n}{1.3.5 \ldots \overline{2n+1}}; \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

formules dues à Dirichlet (**).

(*) A cause de $X_1 = x$.

(**) La première est démontrée, d'une autre manière, dans notre deuxième Mémoire (p. 43). [De même que (B) est une conséquence immédiate de (A), (A) est une conséquence immédiate de (B). — Remarque faite par le Rapporteur, M. De Tilly.]

3. Multiplions, par z^n, les deux membres de (B), puis faisons croître indéfiniment n. A cause de l'égalité

$$\sum_0^\infty X_n z^n = \frac{1}{\sqrt{1-2zx+z^2}}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

qui définit X_n (*), nous aurons, en désignant par K_n le second membre de (B) :

$$\int_{-1}^{+1} \frac{x^p dx}{\sqrt{1-2zx+z^2}} = \sum_{n=\overset{0}{1}}^{n=\infty} K_n z^n \text{ (**)}.$$

Mais, si n surpasse p, $K_n = 0$ (***); donc, simplement,

$$\int_{-1}^{+1} \frac{x^p dx}{\sqrt{1-2zx+z^2}} = 2\sum_{n=\overset{0}{1}}^{n=p} \frac{p(p-1)\ldots(p-n+2)}{(p+n+1)(p+n-1)\ldots(p-n+3)} z^n. \quad . \quad (C)$$

Ainsi, l'intégrale se réduit à un polynôme entier, du degré p, dont tous les termes sont de même parité (IV).

4. Les considérations exposées à la fin du *deuxième* Mémoire (V) permettent d'établir, autrement que nous venons de le faire, l'égalité (C).

Posons

$$\int_{-1}^{+1} \frac{x^p dx}{\sqrt{1-2zx+z^2}} = f(z), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

et

$$x^p = A_p X_p + A_{p-2} X_{p-2} + \cdots \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

(*) Premier Mémoire, p. 4.

(**) La somme doit être prise à partir de $n = 0$, ou de $n = 1$, selon que p est *pair* ou *impair*.

(***) Cette propriété, évidente d'après la formule (B), résulte aussi d'un théorème fondamental, dû à Jacobi.

(IV) Cette conclusion est d'accord avec la formule 167 du *deuxième* Mémoire; mais, en outre, le coefficient de z^n est connu.

(V) Pages 88 et suivantes.

D'après la formule (B) et les propriétés des fonctions X_n (*) :

$$\frac{2}{2p+1}\cdot A_p = 2\cdot\frac{2.3\ldots p}{3.5\ldots\overline{2p+1}},$$

$$\frac{2}{2p-3}\cdot A_{p-2} = 2\cdot\frac{4.5\ldots p}{5.7\ldots\overline{2p-1}},$$

$$\frac{2}{2p-7}\cdot A_{p-4} = 2\cdot\frac{6.7\ldots p}{7.9\ldots\overline{2p-3}},$$

. . . .

De plus,

$$f(z) = A_p\int_{-1}^{+1}\frac{X_p dx}{\sqrt{1-2zx+z^2}} + A_{p-2}\int_{-1}^{+1}\frac{X_{p-2}dx}{\sqrt{1-2zx+z^2}} + \cdots,$$

ou (**)

$$f(z) = \frac{2}{2p+1}A_p z^p + \frac{2}{2p-3}A_{p-2}z^{p-2} + \cdots,$$

ou enfin

$$\int_{-1}^{+1}\frac{x^p dx}{\sqrt{1-2zx+z^2}} = 2\left[\frac{2.3\ldots p}{3.5\ldots\overline{2p+1}}z^p + \frac{4.5\ldots p}{5.7\ldots\overline{2p-1}}z^{p-2} + \frac{6.7\ldots p}{7.9\ldots\overline{2p-3}}z^{p-4} + \cdots\right]. \quad (C')$$

5. *Remarque.* — Si, dans l'équation (8), on fait $x = 1$, elle se réduit à

$$A_p + A_{p-2} + A_{p-4} + \cdots = 1.$$

Nous avons donc ce petit théorème d'Arithmétique :

La somme des fractions

$$(2p+1)\frac{2.3\ldots p}{3.5.7\ldots\overline{2p+1}},\quad (2p-3)\frac{4.5\ldots p}{5.7\ldots\overline{2p-1}},\quad (2p-7)\frac{6.7\ldots p}{7.9\ldots\overline{2p-3}},\quad \ldots\ldots$$

égale l'unité.

(*) Rappelées ci-dessus (p. 5).
(**) Premier Mémoire, p. 62.

Par exemple :

$$13.\frac{2.3.4.5.6}{3.5.7.9.11.13}+9.\frac{4.5.6}{5.7.9.11}+5.\frac{6}{7.9}+1.\frac{1}{7}=1;$$

$$15.\frac{2.3.4.5.6.7}{3.5.7.9.11.13.15}+11.\frac{4.5.6.7}{5.7.9.11.13}+7.\frac{6.7}{7.9.11}+3.\frac{1}{9}=1.$$

6. Soit

$$1-2zx+z^2=u^2;$$

d'où :

$$x=\frac{1+z^2-u^2}{2z},\quad dx=-\frac{u}{z}du.$$

Les limites de u sont $1+z$, $1-z$. Donc la relation (C) devient

$$\frac{1}{(2z)^{p+1}}\int_{1-z}^{1+z}(1+z^2-u^2)^p du=\sum_{n=1}^{n=p}\frac{p(p-1)\ldots(p-n+2)}{(p+n+1)(p+n-1)\ldots(p-n+3)}z^n. \quad (9)$$

Si p est *pair*, le développement du second membre est

$$\frac{1}{p+1}+\frac{p}{(p+1)(p+3)}z^2+\frac{p(p-1)(p-2)}{(p-1)(p+1)(p+3)(p+5)}z^4+\cdots+\frac{p(p-1)\ldots 3.2}{3.5\ldots\overline{2p+1}}z^p;$$

et, si p est *impair* :

$$\frac{1}{p+2}z+\frac{p(p-1)}{p(p+2)(p+4)}z^3+\frac{p(p-1)(p-2)(p-3)}{(p-2)p(p+2)(p+4)(p+6)}z^5+\cdots+\frac{p(p-1)\ldots 3.2}{3.5\ldots\overline{2p+1}}z^p.$$

D'autre part, l'intégrale a pour valeur

$$\left[(1+z^2)^p u-\frac{1}{3}C_{p,1}(1+z^2)^{p-1}u^3+\frac{1}{5}C_{p,2}(1+z^2)^{p-2}u^5-\cdots\right]_{1-z}^{1+z}$$

$$=2\Big\{(1+z^2)^p z-\frac{1}{3}C_{p,1}(1+z^2)^{p-1}(3z+z^3)+\frac{1}{5}C_{p,2}(1+z^2)^{p-2}(5z+10z^3+z^5)-\cdots$$

$$\pm\frac{1}{2p+1}\left[\frac{2p+1}{1}z+\frac{(2p+1)2p(2p-1)}{1.2.3}z^3+\cdots+z^{2p+1}\right]\Big\}.$$

Conséquemment, si l'on pose, pour abréger :

$$Z = (1+z^2)^p - \frac{1}{3}C_{p,1}(1+z^2)^{p-1}(3+z^2) + \frac{1}{5}C_{p,2}(1+z^2)^{p-2}(5+10z^2+z^4) - \cdots$$
$$\pm \frac{1}{2p+1}\left[\frac{2p+1}{1} + \frac{(2p+1)2p(2p-1)}{1.2.3}z^2 + \cdots + z^{2p}\right], \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

on a cette *double identité :*

$$\frac{Z}{(2z)^p} = \frac{1}{p+1} + \frac{p}{(p+1)(p+3)}z^2 + \frac{p(p-1)(p-2)}{(p-1)(p+1)(p+3)(p+5)}z^4 + \cdots + \frac{p(p-1)\ldots 3.2}{3.5\ldots\overline{2p+1}}z^p \text{ (p \textit{pair})};$$
$$= \frac{1}{p+2}z + \frac{p(p-1)}{p(p+2)(p+4)}z^3 + \cdots + \frac{p(p-1)\ldots 3.2}{3.5\ldots\overline{2p+1}}z^p \text{ (p \textit{impair})} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (D)$$

7. On en conclurait d'autres, simplement numériques, en ordonnant, suivant les puissances de z^2, le polynôme Z (*); et en égalant les coefficients des mêmes puissances de z^2, dans les deux membres. On obtient ainsi, par exemple,

$$1 - \frac{1}{3}C_{p,1} + \frac{1}{5}C_{p,2} - \frac{1}{7}C_{p,3} + \cdots \pm \frac{1}{2p+1} = 2^p \frac{1.2.3\ldots p}{1.3.5\ldots\overline{2p+1}}; \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

relation connue, dont la vérification est facile.

8. La valeur de Z, répondant à $z=1$, est

$$2^p - \frac{1}{3}C_{p,1}.2^{p+1} + \frac{1}{5}C_{p,2}.2^{p+2} - \cdots \pm \frac{1}{2p+1}.2^{2p}.$$

Par conséquent,

$$\left.\begin{aligned} &1 - \frac{1}{3}C_{p,1}.2 + \frac{1}{5}C_{p,2}.2^2 - \cdots \pm \frac{1}{2p+1}2^p \\ &= \frac{1}{p+1} + \frac{p}{(p+1)(p+3)} + \frac{p(p-1)(p-2)}{(p-1)(p+1)(p+3)(p+5)} + \cdots + \frac{p(p-1)\ldots 3.2}{3.5\ldots\overline{2p+1}} \text{ (p \textit{pair})} \\ &= \frac{1}{p+2} + \frac{p(p-1)}{p(p+2)(p+4)} + \cdots + \frac{p(p-1)\ldots 3.2}{3.5\ldots\overline{2p+1}} \text{ (p \textit{impair})}. \end{aligned}\right\}. \quad (E)$$

(*) Ce polynôme, dont le degré est $2p$, ne doit contenir aucun terme en z^0, z^2, ... ; car il est divisible par z^p.

9. Lorsque, dans l'intégrale

$$\int_{1-z}^{1+z} (1+z^2-u^2)^p du,$$

on suppose $z=1$, elle devient $\int_0^2 (2-u^2)^p du$; puis, si l'on fait $u = 2\sin\varphi$:

$$2^{p+1}\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-2\sin^2\varphi)^p \cos\varphi d\varphi = 2^{p+1}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^p 2\varphi . \cos\varphi d\varphi.$$

La formule (9) est donc transformée en celle-ci :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^p 2\varphi . \cos\varphi d\varphi = \sum_{n=1}^{n=p} \frac{p(p-1)\dots(p-n+2)}{(p+n+1)(p+n-1)\dots(p-n+3)} . \quad . \quad . \quad (F)$$

10. Une autre intégrale définie, dont la valeur est fort simple, fait retomber sur le théorème d'Arithmétique signalé précédemment (5).

Dans la formule de Dirichlet :

$$\int_{-1}^{+1} x^p X_n dx = 2\frac{p(p-1)\dots(p-n+2)}{(p+n+1)(p+n-1)\dots(p-n+3)}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (B)$$

supposons $n=p$, $n=p-2$, $n=p-4$, ...; nous aurons

$$\int_{-1}^{+1} x^p dx \sum_{n=1}^{n=p} (2n+1)X_n = 2\sum_{n=1}^{n=p}(2n+1)\frac{p(p-1)\cdots(p-n+2)}{(p+n+1)(p+n-1)\dots(p-n+3)}.$$

D'après une formule connue (*),

$$\sum_{n=1}^{n=p}(2n+1)X_n = \frac{dX_{p+1}}{dx}.$$

(*) Premier Mémoire, p. 7

Le premier membre de l'égalité ci-dessus peut donc être remplacé par

$$\int_{-1}^{+1} x^p dX_{p+1} = \left[x^p X_{p+1}\right]_{-1}^{+1} - p\int_{-1}^{+1} x^{p-1} X_{p+1} dx = 2.$$

En conséquence,

$$\sum_{n=1}^{n=p} (2n+1) \frac{p(p-1)\ldots(p-n+2)}{(p+n+1)(p+n-1)\ldots(p-n+3)} = 1; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (G)$$

comme précédemment.

11. *Comparaison entre deux intégrales.* — Pour terminer, je vais réduire, à l'intégrale eulérienne

$$\int_0^1 x^p(1-x)^{-\frac{1}{2}} dx = B\left(p+1, \frac{1}{2}\right),$$

l'intégrale $\int_0^1 x^p(1+x)^{-\frac{1}{2}}dx$, *conjuguée* de la première.

Si, dans la relation

$$\int_{-1}^{+1} \frac{x^p dx}{\sqrt{1-2zx+z^2}} = 2\sum_{n=0}^{n=p} \frac{p(p-1)\ldots(p-n+2)}{(p+n+1)(p+n-1)\ldots(p-n+3)} z^n, \quad . \quad . \quad (C)$$

on suppose $z=1$, elle devient

$$\int_{-1}^{+1} x^p(1-x)^{-\frac{1}{2}} dx = 2\sqrt{2}\,F, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

F représentant la somme des fractions contenues sous le signe $\sum$.

Le premier membre est décomposable en

$$\int_{-1}^{0} x^p(1-x)^{-\frac{1}{2}} dx + B\left(p+1, \frac{1}{2}\right).$$

Soit $x = -\alpha$; et, par conséquent,

$$\int_{-1}^{0} x^p(1-x)^{-\frac{1}{2}}dx = \int_0^1 (-\alpha)^p(1+\alpha)^{-\frac{1}{2}}d\alpha = \pm \int_0^1 x^p(1+x)^{-\frac{1}{2}}dx,$$

selon que p est *pair* ou *impair*. La relation cherchée est donc

$$\pm \int_0^1 x^p(1+x)^{-\frac{1}{2}}dx - B\left(p+1, \frac{1}{2}\right) = 2\sqrt{2}F. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (H)$$

Ainsi, *lorsque l'exposant* p *est entier positif, la somme ou la différence des intégrales* $\int_0^1 x^p(1+x)^{-\frac{1}{2}}dx$, $B(p+1, \frac{1}{2})$, *est égale au produit de* $2\sqrt{2}$ *par un nombre commensurable connu.*

Spa, 23 juillet 1886.

ADDITION.

12. *Autres relations.* — A cause des formules (B), (E), la somme désignée par F se compose, indifféremment, de

$$\int_0^1 (X_p + X_{p-2} + X_{p-4} + \cdots)dx\ (*),$$

ou de

$$1 - \frac{1}{3}C_{p,1}.2 + \frac{1}{5}C_{p,2}.2^2 - \cdots \pm \frac{1}{2p+1}2^p.$$

En outre, cette dernière quantité équivaut à $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^p 2\varphi . \cos\varphi d\varphi$. (F).

(*) Le dernier terme est X_0 on X_1, selon que p est *pair* ou *impair*.

Par conséquent, on a les trois égalités suivantes :

$$\int_0^1 x^p(X_p + X_{p-2} + X_{p-4} + \cdots)dx = 1 - \frac{1}{3}C_{p,1}.2 + \frac{1}{5}C_{p,2}.2^2 - \cdots \pm \frac{1}{2p+1}2^p, \quad \text{(K)}$$

$$B\left(p+1, \frac{1}{2}\right) \pm \int_0^1 (1+x)^{-\frac{1}{2}}dx = 2\sqrt{2}\left\{1 - \frac{1}{3}C_{p,1} + \frac{1}{5}C_{p,2}.2^2 - \cdots \pm \frac{1}{2p+1}2^p\right\} (*), \quad \text{(L)}$$

$$\int_0^1 x^p(X_p + X_{p-2} + X_{p-4} + \cdots)dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^p 2\varphi . \cos\varphi d\varphi. \quad \ldots\ldots \quad \text{(M)}$$

13. *Réduction d'une intégrale.* — Soit

$$N_p = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^p 2\varphi . \cos\varphi d\varphi. \quad \ldots\ldots \quad (15)$$

L'intégration par parties donne aisément

$$N_p = \frac{2pN_{p-1} \pm 1}{2p+1} \quad \ldots\ldots \quad \text{(N)}$$

D'ailleurs, $N_0 = 1$; donc, par l'application de cette formule :

$$N_1 = \frac{1}{3}, \quad N_2 = \frac{7}{3.5}, \quad N_3 = \frac{27}{3.5.7}, \quad N_4 = \frac{107}{3.5.7.9}, \quad \text{etc.}$$

14. *Remarque.* — De l'égalité (14), on conclut encore :

$$(2p+1)N_p = N_{p-1} + N_{p-2} + \cdots + N_0 + {}^{1}_{0}, \quad \ldots\ldots \quad \text{(P)}$$

selon que p est *pair* ou *impair*. Voici donc une *nouvelle propriété* des fonctions X_n.

Liége, 4 janvier 1886.

(*) Le signe + répondant au cas où p est *pair*.

[11.3]

REMARQUES

SUR

CERTAINES INTÉGRALES DÉFINIES;

PAR

Eugène (Charles)
E. CATALAN,

ASSOCIÉ DE L'ACADÉMIE.

(Présenté à la Classe des sciences, dans la séance du 2 avril 1887.)

REMARQUES

SUR

CERTAINES INTÉGRALES DÉFINIES.

I. Si la quantité

$$A = \int_0^1 x^\alpha \varphi(x)\, dx \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

est *finie*, on a, par le changement de x en x^β, l'*identité*

$$\int_0^1 \left[x^\alpha \varphi(x) - \beta x^{\alpha\beta+\beta-1} \varphi(x^\beta)\right] dx = 0; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

mais, si A est *infinie*, la relation (2) *peut n'être plus exacte.* C'est ce que les exemples suivants vont démontrer.

II. Supposons que, A étant *infinie*, l'intégrale

$$B = \int_0^1 x^\alpha \varphi(x)\, l^3 x \,.\, dx \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

soit *finie*. Alors, d'après l'identité (2) :

$$\int_0^1 \left[x^\alpha \varphi(x) - \beta^4 x^{\alpha\beta+\beta-1} \varphi(x^\beta)\right] l^3 x \,.\, dx = 0 \text{ (*)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

(*) Par le changement de x en x^β, lx devient βlx.

III. Le premier membre est la dérivée, relative à α, de

$$\int_0^1 \left[x^\alpha\varphi(x) - \beta x^{\alpha\beta+\beta-1}\varphi(x^\beta)\right]dx.$$

Par conséquent,

$$\int_0^1 \left[x^\alpha\varphi(x) - \beta x^{\alpha\beta+\beta-1}\varphi(x^\beta)\right]dx = \mathrm{C}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

C étant une *constante*. La valeur de C, *qui n'est pas nécessairement nulle,* est donnée par la formule

$$\mathrm{C} = \int_0^1 \left[\varphi(x) - \beta x^{\beta-1}\varphi(x^\beta)\right]dx \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

IV. Soit $\varphi(x) = \frac{1}{1-x}$. J'observe, d'abord, que les conditions indiquées ci-dessus sont remplies. En effet :

$$1° \int_0^1 \frac{x^\alpha dx}{1-x} = \infty; \quad 2° \int_0^1 \frac{x^\alpha\, l x}{1-x}dx = -\sum_1^\infty \frac{1}{(n+\alpha+1)^2}\ (^*).$$

Cela posé, la formule (6) donne

$$\mathrm{C} = \int_0^1 \left[\frac{dx}{1-x} - \beta\frac{x^{\beta-1}dx}{1-x^\beta}\right] = \left[l.\frac{1-x^\beta}{1-x}\right]_0^1.$$

Pour $x = 0$, la fraction se réduit à 1 ; pour $x = 1$, elle prend la forme $\frac{0}{0}$: la vraie valeur est β. Donc

$$\mathrm{C} = l\beta; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

puis

$$\int_0^1 \left[\frac{x^\alpha}{1-x} - \beta\frac{x^{\alpha\beta+\beta-1}}{1-x^\beta}\right]dx = l\beta \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

(*) Bierens de Haan, t. CVIII. La première formule est évidente ; la seconde se démontre très facilement.

Je pense que cette remarquable intégrale définie est nouvelle. Quand $\beta = 2$, elle se réduit à

$$\int_0^1 \left[\frac{x^\alpha}{1-x} - 2\frac{x^{2\alpha+1}}{1-x^2}\right] dx = \mathrm{l}\,2,$$

ou

$$\int_0^1 \frac{x^\alpha}{1-x^2}(1 + x - 2x^{\alpha+1})\,dx = \mathrm{l}\,2;$$

valeur connue (*).

V. Dans l'égalité

$$\int_0^1 \left[x^\alpha\varphi(x) - \beta x^{\alpha\beta+\beta-1}\varphi(x^\beta)\right]dx = \mathrm{C}, \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

le second membre est une fonction de β : $\mathrm{C} = \mathrm{F}(\beta)$. La dérivée de la quantité entre parenthèses est

$$-x^{\alpha\beta+\beta-1}\varphi(x^\beta) - \beta\left[(\alpha+1)\varphi(x^\beta) + 2^\beta\varphi'(x^\beta)\right]x^{\alpha\beta+\beta-1}\,\mathrm{l}\,x.$$

Donc

$$\int_0^1 x^{\alpha\beta+\beta-1}\left\{\varphi(x^\beta) + \beta\left[(\alpha+1)\varphi(x) + x^\beta\varphi'(x^\beta)\right]\mathrm{l}\,x\right\}dx = -\mathrm{F}'(\beta). \quad \ldots \quad (9)$$

En particulier, si $\varphi(x) = \frac{1}{1-x}$,

$$\int_0^1 \frac{x^{(\alpha+1)\beta-1}}{(1-x^\beta)^2}\left\{1 - x^\beta + \beta\left[(\alpha+1)(1-x^\beta) + x^\beta\right]\mathrm{l}\,x\right\}dx = -\frac{1}{\beta}. \quad \ldots \quad (10)$$

Voici donc une autre intégrale définie, d'apparence compliquée, dont la valeur est fort simple. Lorsque $\alpha = 0$,

$$\int_0^1 \frac{x^{\beta-1}}{(1-x^\beta)^2}\left[1 - x^\beta + \beta\,\mathrm{l}\,x\right]dx = -\frac{1}{\beta} \text{ (**)} \quad \ldots\ldots \quad (11)$$

et, si $\beta = 1$:

$$\int_0^1 \frac{x^\alpha}{(1-x)^2}\left\{(1-x)(1 + \overline{\alpha+1}\,\mathrm{l}\,x) + x\,\mathrm{l}\,x\right\}dx = -1.$$

(*) *Note sur une formule de M. Botésu.* Ce cas particulier a été l'occasion du petit travail actuel.

(**) La vérification est facile.

VI. Soit $\varphi(x)=\frac{1}{1-x^m}$, m'étant un *nombre entier*, auquel cas :

$$\int_0^1\left[\frac{1}{1-x^m}-\frac{\beta x^{\beta-1}}{1-x^{m\beta}}\right]dx=\mathrm{F}(\beta). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Par la théorie connue :

$$\frac{1}{1-x^m}=\frac{1}{m(1-x)}+\frac{x^{m-2}+2x^{m-3}+3x^{m-4}+\cdots+(m-1)x^0}{m(x^{m-1}+x^{m-2}+\cdots x+1)},$$

$$\frac{1}{1-x^{m\beta}}=\frac{1}{m(1-x^\beta)}+\frac{x^{(m-2)\beta}+2x^{(m-3)\beta}+\cdots+(m-1)x^0}{m[x^{(m-1)\beta}+x^{(m-2)\beta}+\cdots+x^\beta+1]}.$$

Donc, en négligeant une *intégrale nulle* (1) :

$$\frac{1}{m}\int_0^1\left[\frac{1}{1-x}-\frac{\beta x^{\beta-1}}{1-x^\beta}\right]dx=\mathrm{F}(\beta);$$

puis, par la formule (8),

$$\mathrm{F}(\beta)=\frac{1}{m}\,\mathrm{l}\,\beta.$$

Ainsi :

$$\int_0^1\left[\frac{1}{1-x^m}-\frac{\beta x^{\beta-1}}{1-x^{m\beta}}\right]dx=\frac{1}{m}\,\mathrm{l}\,\beta; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

et, plus généralement,

$$\int_0^1\left[\frac{x^\alpha}{1-x^m}-\frac{\beta x^{\alpha\beta+\beta-1}}{1-x^{m\beta}}\right]dx=\frac{1}{m}\,\mathrm{l}\,\beta\ (^*) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Par exemple, comme on le vérifie sans difficulté,

$$\int_0^1\left[\frac{x}{1-x^2}-2\frac{x^3}{1-x^4}\right]dx=\frac{1}{2}\,\mathrm{l}\,2.$$

(*) Si l'on suppose $\alpha=m-1$, on trouve cette formule, presque évidente :

$$\int_0^1\left[\frac{x^{m-1}}{1-x^m}-\beta\frac{x^{m\beta-1}}{1-x^{m\beta}}\right]dx=\frac{1}{m}\,\mathrm{l}\,\beta.$$

VII. Dans la relation (8), développons chacune des fractions. La quantité entre parenthèses devient

$$x^{\alpha} + x^{\alpha+1} + x^{\alpha+2} + \cdots - \beta x^{\alpha\beta+\beta-1}(1 + x^{\beta} + x^{2\beta} + \cdots).$$

Nous avons donc,

$$\left.\begin{aligned}\mathcal{L}\beta = {} & \frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\alpha+2} + \cdots + \frac{1}{(\alpha+1)\beta} - \frac{1}{\alpha+1} \\ & + \frac{1}{(\alpha+1)\beta+1} + \frac{1}{(\alpha+1)\beta+2} + \cdots + \frac{1}{(\alpha+2)\beta} - \frac{1}{\alpha+2} \\ & + \frac{1}{(\alpha+2)\beta+1} + \frac{1}{(\alpha+2)\beta+2} + \cdots + \frac{1}{(\alpha+3)\beta} - \frac{1}{\alpha+3} \\ & + \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{ (*)}\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (15)$$

On déduit, de cette formule générale :

$$\left.\begin{aligned}\mathcal{L}\beta = {} & 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots\cdots + \frac{1}{\beta} - 1 \\ & + \frac{1}{\beta+1} + \frac{1}{\beta+2} + \cdots + \frac{1}{2\beta} - \frac{1}{2} \\ & + \frac{1}{2\beta+1} + \frac{1}{2\beta+2} + \cdots + \frac{1}{3\beta} - \frac{1}{3} \\ & + \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ,\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (16)$$

$$\left.\begin{aligned}\mathcal{L}\beta = {} & \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots\cdots\cdots + \frac{1}{2\beta} - \frac{1}{2} \\ & + \frac{1}{2\beta+1} + \frac{1}{2\beta+2} + \cdots + \frac{1}{3\beta} - \frac{1}{2} \\ & + \frac{1}{3\beta+1} + \frac{1}{3\beta+2} + \cdots + \frac{1}{4\beta} - \frac{1}{4} \\ & + \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ;\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (17)$$

(*) Si l'on fait

$$u_n = \frac{1}{(\alpha+n-1)\beta+1} + \frac{1}{(\alpha+n-1)\beta+1} + \cdots + \frac{1}{(\alpha+n)\beta} - \frac{1}{\alpha+n},$$

on trouve, pour $n > 1$:

$$0 < u_n < \frac{1}{(\alpha+n-1)(\alpha+1)}.$$

Conséquemment, la série est convergente.

puis, par exemple :

$$\ell 2 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{8}\right) + \cdots, \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (18)$$

$$\ell 2 = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{8}\right) + \cdots, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (19)$$

$$\ell 2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{8}\right) + \cdots \qquad (20)$$

Le premier développement est connu ; les autres n'en diffèrent qu'en apparence.

VIII. Supposons $\varphi(x) = \frac{1}{\ell x}$: les formules (4) et (5) deviennent

$$\int_0^1 \left[x^\alpha - \beta x^{\alpha\beta+\beta-1}\right] dx = 0,$$

$$C = F(\beta) = \int_0^1 \frac{x^\alpha - x^{\alpha\beta+\beta-1}}{\ell x}\, dx.$$

La première relation est évidente. Quant à la seconde, elle se réduit à

$$\int_0^1 \frac{x^\alpha - x^{\alpha\beta+\beta-1}}{\ell . x}\, dx = -\ell\beta \text{ (*)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (21)$$

IX. Nous pensons que les applications précédentes suffisent à montrer l'utilité des formules (4) et (5).

Liége, 11 mars 1887.

(*) BIERENS DE HAAN, t. CLXVI.

[111]

SUR

UN TABLEAU NUMÉRIQUE

ET SUR

SON APPLICATION A CERTAINES TRANSCENDANTES;

PAR

E. CATALAN,

ASSOCIÉ DE L'ACADÉMIE.

(Présenté à la Classe des sciences, dans la séance du 2 avril 1887.)

SUR

UN TABLEAU NUMÉRIQUE

ET SUR

SON APPLICATION A CERTAINES TRANSCENDANTES.

I. PRÉLIMINAIRES.

1. Le *tableau* suivant, formé de progressions arithmétiques et de progressions géométriques, *contient, sans répétition, tous les nombres entiers* (zéro excepté) (*).

1	3	5	7	9	11	...
2	6	10	14	18	22	...
4	12	20	28	36	44	...
8	24	40	56	72	88	..
16	48	80	112	144	176	...
...	...	. .	...	...	...	...

2. Si la première ligne est remplacée par

$$1, \quad 1+a, \quad 1+2a, \quad 1+3a, \quad \ldots; \qquad (a > 2)$$

(*) *Recherches sur quelques produits indéfinis*, p. 65. Ce tableau peut être regardé comme une *table de Pythagore*, dans laquelle les multiplicandes seraient les *nombres impairs*, et les multiplicateurs, les *puissances de* 2.

et que la première colonne le soit par

$$1,\quad b,\quad b^2,\quad b^3,\quad \ldots$$

ce second tableau :

1	$1+a$	$1+2a$	$1+3a$	$1+4a$	.....
b	$(1+a)b$	$(1+2a)b$	$(1+3a)b$	$(1+4a)b$	.....
b^2	$(1+a)b^2$	$(1+2a)b^2$	$(1+3a)b^2$	$(1+4a)b^2$	.....
b^3	$(1+a)b^3$	$(1+2a)b^3$	$(1+3a)b^3$	$(1+4a)b^3$	.....
.....	.....	.....	.....	.....	.....

ne contiendra pas tous les nombres entiers.

En effet, si l'on veut qu'il s'y trouve le nombre 2, on doit prendre $b = 2$. Mais alors il ne contient pas les nombres entiers 3, 4, 5, ..., a.

3. Au moyen du premier tableau, formons celui-ci :

u_1	u_3	u_5	u_7	...
u_2	u_6	u_{10}	u_{14}	...
u_4	u_{12}	u_{20}	u_{28}	...
u_8	u_{24}	u_{40}	u_{56}	...
...	...	...	...	... ;

et considérons les séries :

$$S = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + \cdots; \quad \ldots \quad (1)$$

$$\left.\begin{array}{l} S_1 = u_1 + u_3 + u_5 + u_7 + \cdots, \\ S_2 = u_2 + u_6 + u_{10} + u_{14} + \cdots, \\ S_3 = u_4 + u_{12} + u_{20} + u_{28} + \cdots, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots; \end{array}\right\} \quad \ldots \quad (2)$$

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma_1 = u_1 + u_2 + u_4 + u_8 + \cdots, \\ \Sigma_2 = u_3 + u_6 + u_{12} + u_{24} + \cdots, \\ \Sigma_3 = u_5 + u_{10} + u_{20} + u_{40} + \cdots, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} \quad \ldots \quad (3)$$

Je dis que :

Si toutes les séries sont convergentes, on a :

$$\left.\begin{array}{l} S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + \cdots, \\ S = \Sigma_1 + \Sigma_2 + \Sigma_3 + \Sigma_4 + \cdots \end{array}\right\} \quad \ldots \quad (A)$$

Cette proposition devient évidente au moyen du lemme suivant.

4. *Soit une série*

$$u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n + \cdots \quad \ldots \quad (4)$$

On supprime les termes $u_\alpha, u_\beta, u_\gamma, \ldots$, *dont les indices vont en augmentant, et qui sont tels, que la série auxiliaire :*

$$u_\alpha + u_\beta + u_\gamma + \cdots \quad \ldots \quad (5)$$

soit convergente. Il reste

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_{\alpha-1} + u_{\alpha+1} + \cdots + u_{\beta-1} + u_{\beta+1} + \cdots \quad \ldots \quad (6)$$

Cela posé : les séries (4), (6) *sont, simultanément, convergentes, divergentes ou indéterminées.*

Appelons Σ_n la somme des termes u_α, u_β, u_γ, ... qui précèdent u_n.

La somme des termes de la série (6), compris dans S_n, est $S_n - \Sigma_n$.

Or :

1° Si la série (4) est convergente, $S_n - \Sigma_n$ a une limite, dont la valeur est $\lim S_n - \lim \Sigma_n = S - \Sigma$;

Etc.

5. *Remarque.* — Cette proposition permet de reconnaître, *sans calcul,* la convergence ou la divergence de certaines séries. Soit, par exemple,

$$1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \cdots$$

Supprimons

$$\frac{1}{2}, \quad -\frac{1}{3}, \quad \frac{1}{5}, \quad -\frac{1}{6}, \quad \frac{1}{8}, \quad -\frac{1}{9}, \quad \ldots$$

lesquels, évidemment, forment une série convergente. Il reste la série *divergente* (*) :

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} + \frac{1}{10} + \cdots$$

Donc la proposée est *divergente.*

6. Revenons aux égalités (A).

Si, dans S, on supprime les termes

$$u_1, \quad u_3, \quad u_5, \quad \ldots,$$

il reste la série *convergente*

$$u_2 + u_4 + u_6 + u_8 + \cdots,$$

dont la somme est $S - S_1$.

(*) Parce que les dénominateurs forment une progression arithmétique.

Si, dans celle-ci, on supprime

$$u_2,\quad u_6,\quad u_{10},\quad \ldots .$$

il reste la série *convergente*

$$u_4 + u_8 + u_{12} + \cdots ,$$

dont la somme est $S - S_1 - S_2$.

En continuant de la sorte, on trouve

$$0 = lim (S - S_1 - S_2 - S_3 - \cdots);$$

ce qu'il fallait prouver (*).

7. *Suite.* — Soit, généralement,

$$u_n = \mathcal{L}(v_n). \qquad (7)$$

Les relations (A) peuvent être écrites ainsi :

$$P = P_1 P_2 P_3 \ldots = \Pi_1 \Pi_2 \Pi_3 \ldots ; \qquad (B)$$

pourvu que

$$P = v_1 v_2 v_3 \ldots ; \qquad (8)$$

$$\left.\begin{array}{l} P_1 = v_1 v_3 v_5 v_7 \ldots, \\ P_2 = v_2 v_6 v_{10} v_{14} \ldots, \\ \ldots\ldots\ldots ; \end{array}\right\} \qquad (9)$$

$$\left.\begin{array}{l} \Pi_1 = v_1 v_2 v_4 v_8 \ldots, \\ \Pi_2 = v_3 v_6 v_{12} v_{24} \ldots, \\ \Pi_3 = v_5 v_{10} v_{20} v_{40} \ldots, \\ \ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} \qquad (10)$$

8. *Remarques.* — 1° ***Si la série* (1), *supposée convergente, a tous ses termes positifs, les séries* (2), (3) *sont convergentes.***

2° ***La réciproque n'est pas vraie.*** Car si les séries (2), par exemple, sont

(*) Cette démonstration est peu rigoureuse; mais je crois qu'il serait facile de la rendre telle.

convergentes, la série (1) peut être considérée comme ayant pour termes $S_1, S_2, S_3, S_4, \ldots$.

3° Dans le cas de la série harmonique :

$$\Sigma_1 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots = 2,$$

$$\Sigma_2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \cdots = \frac{2}{3},$$

$$\Sigma_3 = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \cdots = \frac{2}{5},$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots;$$

et la série (1) est *divergente.*

4° *Si les termes de la série* (1), *pris en valeurs absolues, sont respectivement inférieurs à ceux de la série harmonique, les séries* (3) *sont convergentes.*

II. APPLICATIONS.

9. *Première application.* — Soit d'abord $u_n = q^n$ (*); et, par conséquent :

$$S = q + q^2 + q^3 + q^4 + q^5 + \cdots; \qquad (11)$$

$$\left.\begin{aligned} S_1 &= q + q^3 + q^5 + q^7 + \cdots, \\ S_2 &= q^2 + q^6 + q^{10} + q^{14} + \cdots, \\ S_3 &= q^4 + q^{12} + q^{20} + q^{28} + \cdots, \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots; \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

$$\left.\begin{aligned} \Sigma_1 &= q + q^2 + q^4 + q^8 + \cdots, \\ \Sigma_2 &= q^3 + q^6 + q^{12} + q^{24} + \cdots, \\ \Sigma_3 &= q^5 + q^{10} + q^{20} + q^{40} + \cdots, \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots; \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

(*) Comme dans la théorie des fonctions elliptiques, on suppose

$$q = e^{-\pi\frac{\omega'}{\omega}} < 1.$$

puis :

$$S = \frac{q}{1-q}, \quad S_1 = \frac{q}{1-q^2}, \quad S_2 = \frac{q^2}{1-q^4}, \quad S_3 = \frac{q^4}{1-q^8}, \quad \ldots \ldots \quad (14)$$

Il résulte, de ces valeurs,

$$\frac{q}{1-q} = \frac{q}{1-q^2} + \frac{q^2}{1-q^4} + \frac{q^4}{1-q^8} + \cdots; \quad \ldots \ldots \quad (C)$$

relation connue (*).

10. *Suite.* — Soit, comme dans le Mémoire cité (**),

$$F(q) = q + q^2 + q^4 + q^8 + \cdots \quad \ldots \ldots \quad (15)$$

Les formules (13) se réduisent à :

$$\Sigma_1 = F(q), \quad \Sigma_2 = F(q^3), \quad \Sigma_3 = F(q^5), \ldots \ldots \quad (16)$$

et comme

$$S = \Sigma_1 + \Sigma_2 + \Sigma_3 + \cdots, \quad \ldots \ldots \quad (A)$$

la transcendante $F(q)$ satisfait à cette relation simple

$$F(q) + F(q^3) + F(q^5) + \cdots = \frac{q}{1-q} \ (***), \quad \ldots \ldots \quad (D)$$

conséquence immédiate de la formation du tableau numérique.

(*) *Recherches*...; page 75.
(**) *Ibid.*, page 76.
(***) Les *Recherches* contiennent diverses autres égalités, dans lesquelles entre $F(q)$. Par exemple celle-ci :

$$\int_0^1 \left[2\,\frac{1-qk'}{1-q^2} + \frac{1-k'}{q\, l^2 q} \right] \omega\, dq = \pi\, l^2 2,$$

déjà signalée en 1872. (*Note sur une formule de M. Botesu.*)

11. *Une digression.* — Dans la *Note* indiquée, on trouve (page 6) :

$$\int_0^1 dx\left[\frac{x^n}{1-x}+\frac{x^{n-1}}{\ell(x)}+\frac{F(x^n)-x^n}{1+x}\right]=0,$$

ou

$$\int_0^1 dx\left[2\frac{x^{n+1}}{1-x^2}+\frac{x^{n-1}}{\ell(x)}+\frac{F(x^n)}{1+x}\right]=0. \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(E)}$$

Si l'on suppose $n=1$, $n=3$, $n=5,\ldots$, et que l'on ait égard à la relation (D), on conclut, de cette égalité,

$$\int_0^1 dx\left[2\frac{x^2}{(1-x^2)^2}+\frac{1}{(1-x^2)\,\ell x}+\frac{x}{1-x^2}\right]=0,$$

ou

$$\int_0^1 \frac{dx}{1-x^2}\left[\frac{x(1+2x-x^2)}{1-x^2}+\frac{1}{\ell x}\right]=0\,(*), \quad \ldots\ldots \quad \text{(F)}$$

Pour simplifier cette formule, je la combine, par addition, avec celle-ci :

$$\int_0^1 \frac{x(1-2x+x^2)}{(1-x^2)^2}\,dx=\ell 2-\frac{1}{2};$$

laquelle est, à peu près, évidente. Le résultat cherché est

$$\int_0^1 \frac{dx}{1-x^2}\left[\frac{2x}{1-x^2}+\frac{1}{\ell x}\right]=\ell 2-\frac{1}{2}. \quad \ldots\ldots \quad \text{(G)}$$

12. *Deuxième application.* — Soit

$$v_n=1-q^n.$$

(*) La sommation est *légitime*, parce que les séries employées sont convergentes. Une simple figure démontre ce Lemme.

D'après les formules (8), (9), et au moyen de notations connues (*) :

$$P = (1 - q)(1 - q^2)(1 - q^3) \ldots = \alpha\alpha', \quad \ldots \ldots \quad (17)$$

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= (1 - q)(1 - q^3)(1 - q^5) \ldots = \alpha, \\ P_2 &= (1 - q^2)(1 - q^6)(1 - q^{10}) \ldots = \alpha_1, \\ P_3 &= (1 - q^4)(1 - q^{12})(1 - q^{20}) \ldots = \alpha_2, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (18)$$

Donc

$$\alpha\alpha' = \alpha\alpha_1\alpha_2\alpha_3 \ldots (^{**}). \quad \ldots \ldots \quad (19)$$

13. *Suite.* — Le développement du premier membre est $\sum_0^\infty (n_p - n_i) q^n$ (***). De plus :

$$\alpha = \sum_0^\infty \varphi_i(n)(-q)^n,$$

$$\alpha_1 = \sum_0^\infty \varphi_i(n)(-q^2)^n,$$

$$\alpha_2 = \sum_0^\infty \varphi_i(n)(-q^4)^n,$$

$$\ldots\ldots\ldots (^{iv}).$$

Par conséquent :

$$\sum_0^\infty (n_p - n_i) q^n = \sum_0^\infty \varphi_i(\lambda)(-q)^\lambda \cdot \sum_0^\infty \varphi_i(\mu)(-q^2)^\mu \cdot \sum_0^\infty \varphi_i(\nu)(-q^4)^\nu \ldots, \quad \ldots \quad (20)$$

et

$$n_p - n_i = \sum (-1)^{\lambda+\mu+\nu+\cdots} \varphi_i(\lambda)\varphi_i(\mu)\varphi_i(\nu) \ldots, \quad \ldots \ldots \quad (21)$$

si

$$n = \lambda + 2\mu + 4\nu + \cdots (^{v}) \quad \ldots \ldots \quad (22)$$

14. *Exemple.* — Soit $n = 5$. L'équation (22) est vérifiée par

$\lambda = 5,\ \mu = 0,\ \nu = 0;\quad \lambda = 3,\ \mu = 1,\ \nu = 0;\quad \lambda = 1,\ \mu = 2,\ \nu = 0;\quad \lambda = 1,\ \mu = 0,\ \nu = 1.$

(*) *Recherches...*; pages 1, 64.
(**) *Ibid.*, formule (252).
(***) *Ibid.*, page 7.
(iv) *Ibid.*, page 5.
(v) D'après un théorème connu, le premier membre est zéro, + 1 ou — 1. *Recherches...*; page 7.

On doit donc trouver

$$5_p - 5_i = -\varphi_i(5) + \varphi_i(3)\varphi_i(1) - \varphi_i(1)\varphi_i(2) + \varphi_i(1)\varphi_i(1);$$

ou (*)

$$2 - 1 = -1 + 1 - 0 + 1;$$

ce qui est exact.

14. *Troisième application* — Si l'on suppose

$$v_n = 1 + q^n,$$

on obtient, sans nouveaux calculs,

$$\beta' = \beta_1\beta_2\beta_3 \ldots \qquad (23)$$

15. *Remarques.* — 1° Soit

$$\mathcal{F}(q) = 1 + \frac{q}{1-q} + \frac{q^2}{(1-q)(1-q^2)} + \frac{q^6}{(1-q)(1-q^2)(1-q^3)} + \cdots \qquad (24)$$

Alors, par une formule connue (**),

$$\mathcal{F}(q) = \beta\,\mathcal{F}(q^2). \qquad (25)$$

Il résulte, de cette égalité (***),

$$\mathcal{F}(q) = \beta\beta_1\beta_2\beta_3 \ldots \qquad (26)$$

Or :

$$\left.\begin{array}{l} \beta = (1+q)(1+q^3)(1+q^5)\ldots\ldots, \\ \beta_1 = (1+q^2)(1+q^6)(1+q^{10})\ldots\ldots, \\ \beta_2 = (1+q^4)(1+q^{12})(1+q^{20})\ldots\ldots, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} \qquad (27)$$

(*) *Recherches* . . . ; Tables II et III.
(**) *Ibid.*, page 52, note.
(***) Voir, par exemple, le *Calcul intégral de Bertrand*, p. 646.

Donc

$$\mathcal{F}(q) = (1 + q)(1 + q^2)(1 + q^3)\ldots = \beta\beta', \quad \ldots \quad (28)$$

puis

$$\beta' = \beta_1\beta_2\beta_3\ldots; \quad \ldots \quad (23)$$

comme ci-dessus (*).

2° L'égalité (26) donne

$$\mathcal{F}(q^2) = \beta_1\beta_2\beta_3\ldots;$$

donc (23)

$$\beta' = \mathcal{F}(q^2). \quad \ldots \quad (29)$$

3° On sait que $\alpha\beta\beta' = 1$ (**). Donc, à cause de

$$\mathcal{F}(q) = \beta\beta' : \quad \ldots \quad (28)$$

$$\frac{1}{\alpha} = \mathcal{F}(q) \quad \ldots \quad (30)$$

4° Le développement du premier membre, suivant les puissances de q, est $\sum_0^\infty \varphi(n) q^n$ (***). D'ailleurs, par la *définition* (24) :

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{F}(q) = 1 &+ (q + q^2 + q^3 + \cdots) + (q + q^2 + q^3 + \cdots)(q^2 + q^4 + q^6 + \cdots) \\ &+ (q + q^2 + q^3 + \cdots)(q^2 + q^4 + q^6 + \cdots)(q^3 + q^6 + q^9 + \cdots) + \cdots \end{aligned}\right\} \quad (31)$$

Donc, *dans cette nouvelle série, le coefficient de* q^n *est* $\varphi(n)$ (IV).

5° On a ce petit théorème d'Arithmétique :

Le nombre des décompositions de n *en parties inégales* (ou $\varphi(n)$), *égale*

(*) En 1873, je n'avais point fait attention à ces conséquences de la formule (25) et du *tableau numérique*.

(**) *Recherches*...; page 2.

(***) *Ibid.*, page 3.

(IV) *Ibid.*, page 48. On ne doit pas oublier que $\varphi(n)$ représente le *nombre des décompositions de* n *en parties entières, positives, inégales*.

le nombre des décompositions de n *en parties appartenant à la Table de Pythagore suivante* (*),

1	2	3	4	5	6	7	8	...
2	4	6	8	10	12	14	16	...
3	6	9	12	15	18	21	24	...
4	8	12	16	20	24	28	32	..
5	10	15	20	25	30	35	40	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...

pourvu que l'on prenne la première ligne, puis les deux premières lignes, puis les trois premières, etc. (**).

Soit, par exemple, $n = 8$, auquel cas $\varphi(n) = 6$ (***).
Les décompositions, dont il s'agit, sont au nombre de 6; savoir:

$$8, \quad 6+2, \quad 4+4, \quad 2+6, \quad 1+4+3, \quad 3+2+3;$$

conformément à l'énoncé (IV).

16. *Quatrième application.* — Soit

$$u_n = x^n - x^{2n} + x^{3n}; \quad (0 < x < 1). \quad \ldots\ldots \quad (32)$$

(*) Table *indéfinie*.
(**) Il a une grande analogie avec celui que l'on trouve à la page 73 des *Recherches*.
(***) *Loc. cit.*, Table I.
(IV) n est considéré comme *une partie* de n.

et, par conséquent :

$$S = (x - x^2 + x^3) + (x^2 - x^4 + x^6) + (x^3 - x^6 + x^9) + \cdots,$$

$$S_1 = (x - x^2 + x^3) + (x^3 - x^6 + x^9) + (x^5 - x^{10} + x^{15}) + \cdots,$$

$$S_2 = (x^2 - x^4 + x^6) + (x^6 - x^{12} + x^{18}) + (x^{10} + x^{20} + x^{30}) + \cdots,$$

. . . .

Il est clair que :

$$S = \frac{x}{1-x} - \frac{x^2}{1-x^2} + \frac{x^3}{1-x^3} = \frac{x}{1-x}\left(1 - \frac{x}{1+x} + \frac{x^2}{1+x+x^2}\right), \quad . \; . \; . \; . \qquad (32)$$

$$\left.\begin{aligned} S_1 &= \frac{x}{1-x^2} - \frac{x^2}{1-x^4} + \frac{x^3}{1-x^6} = \frac{x}{1-x^2}\left(1 - \frac{x}{1+x^2} + \frac{x^2}{1+x^2+x^4}\right), \\ S_2 &= \frac{x^2}{1-x^4}\left(1 - \frac{x^2}{1+x^4} + \frac{x^4}{1+x^4+x^8}\right), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\} \quad . \; . \qquad (33)$$

Donc, après suppression du facteur $\frac{x}{1-x}$:

$$1 - \frac{x}{1+x} + \frac{x^2}{1+x+x^2} = \frac{1}{1+x}\left[1 - \frac{x}{1+x^2} + \frac{x^2}{1+x^2+x^4}\right] + \frac{x}{(1+x)(1+x^2)}\left[1 - \frac{x^2}{1+x^4} + \frac{x^4}{1+x^4+x^8}\right]$$
$$+ \frac{x^3}{(1+x)(1+x^2)(1+x^4)}\left[1 - \frac{x^4}{1+x^8} + \frac{x^8}{1+x^8+x^{16}}\right] + \cdots$$

Si l'on fait les multiplications indiquées, les termes formant les deux premières colonnes se détruisent deux à deux, sauf le terme $\frac{1}{1+x}$.

Ainsi, l'égalité devient, au moyen d'une réduction évidente,

$$\frac{1}{1+x+x^2} = \frac{1}{(1+x)(1+x^2+x^4)} + \frac{x^3}{(1+x)(1+x^2)(1+x^4+x^8)}$$
$$+ \frac{x^9}{(1+x)(1+x^2)(1+x^4)(1+x^8+x^{16})} + \frac{x^{21}}{(1+x)(1+x^2)(1+x^4)(1+x^8)(1+x^{16}+x^{32})} + \cdots (^*). \quad (H)$$

(*) Les exposants sont :

$$0 = 3 - 3, \quad 3 = 6 - 3, \quad 9 = 12 - 3, \quad 21 = 24 - 3, \ldots$$

17. *Suite.* — Pour toute valeur positive de x, la série est convergente. Donc la relation (H), obtenue en supposant $x < 1$, subsiste pour $x \gtreqless 1$ (*). Si, par exemple, $x = 1$, on trouve

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{2.3} + \frac{1}{2^2.3} + \frac{1}{2^3.3} + \cdots;$$

ce qui est exact.

18. *Cinquième application.* — Soit

$$u_n = x^n - x^{2n}.$$

Des calculs analogues aux précédents conduisent à cette autre *relation générale :*

$$1 = \frac{1-x+x^2}{1+x^2} + x\frac{1-x^2+x^4}{(1+x^2)(1+x^4)} + x^3\frac{1-x^4+x^8}{(1+x^2)(1+x^4)(1+x^8)} + x^7\frac{1-x^8+x^{16}}{(1+x^2)(1+x^4)(1+x^8)(1+x^{16})} + \cdots \quad \text{(K)}$$

19. *Théorème d'Arithmétique.* — *Soit* a *un nombre entier, supérieur à l'unité. Les nombres entiers*

$$N_1 = a^2 - a + 1, \quad N_2 = a^4 - a^2 + 1, \quad N_3 = a^8 - a^4 + 1, \quad N_4 = a^{16} - a^8 + 1, \quad \ldots\ldots$$

sont : 1° *impairs;* 2° *premiers avec* a *et* a — 1 ; 3° *premiers entre eux, deux à deux.*

1° Soit, généralement, $N_n = a^{2k} - a^k + 1$ (**). a^k et a^{2k} sont *de même parité;* donc N_n est *impair.*

(*) Et même pour $x < 0$, comme on le reconnaît aisément. Le seul cas d'exception pourrait être celui de $x = -1$. Mais si l'on multiplie les deux membres par $x + 1$, et qu'on attribue à x cette valeur particulière, on obtient, comme ci-dessus,

$$0 = \frac{1}{3} - \frac{1}{2.3} - \frac{1}{2^2.3} - \frac{1}{2^3.3} - \ldots$$

Ainsi, la formule (H) est générale.

(**) $k = 2^n$.

2° $N_n = a^k(a^k - 1) + 1$. Évidemment, N_n *est premier avec* a^k *et* $a^k - 1$; donc ce nombre est premier avec a et $a - 1$.

3° On a, par des multiplications successives :

$$N_1(a^2 + a + 1) = a^4 + a^2 + 1,$$
$$N_2(a^4 + a^2 + 1) = a^8 + a^4 + 1,$$
$$N_3(a^8 + a^4 + 1) = a^{16} + a^8 + 1,$$
$$N_4(a^{16} + a^8 + 1) = a^{32} + a^{16} + 1,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

De là résulte, en particulier,

$$N_1N_2N_3N_4(a^2 + a + 1) = a^{32} + a^{16} + 1.$$

Mais

$$N_5 = a^{32} - a^{16} + 1.$$

Donc

$$N_1N_2N_3N_4(a^2 + a + 1) - N_5 = 2a^{16}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (34)$$

et, en général,

$$N_1N_2N_3N_4 \ldots N_n(a^2 + a + 1) - N_{n+1} = 2a^k \text{ (*)}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (L)$$

Cela posé, si N_3 et N_5 (34), par exemple, avaient un facteur premier commun, p, ce facteur serait 2 ou un diviseur de a; contrairement à ce que l'on vient de voir.

20. *Sixième application.* — Prenons

$$u_n = \frac{x^n}{n},$$

x étant compris entre 0 et 1, exclusivement.

(*) La relation (L) a d'assez nombreuses conséquences, sur lesquelles nous reviendrons peut-être.

Il est visible que

$$S = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \cdots = -\mathcal{L}(1-x),$$

$$S_1 = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots\cdots = \frac{1}{2}\mathcal{L}\frac{1+x}{1-x},$$

$$S_2 = \frac{x^2}{2} + \frac{x^6}{6} + \frac{x^{10}}{10} + \cdots\cdots = \frac{1}{4}\mathcal{L}\frac{1+x^2}{1-x^2},$$

$$S_3 = \frac{x^4}{4} + \frac{x^{12}}{12} + \frac{x^{20}}{20} + \cdots\cdots = \frac{1}{8}\mathcal{L}\frac{1+x^4}{1-x^4},$$

. . . .

Par suite,

$$2\mathcal{L}\frac{1}{1-x} = \mathcal{L}\frac{1+x}{1-x} + \frac{1}{2}\mathcal{L}\frac{1+x^2}{1-x^2} + \frac{1}{4}\mathcal{L}\frac{1+x^4}{1-x^4} + \cdots;$$

ou, en passant des logarithmes aux nombres, et en changeant x^2 en x :

$$\frac{1}{1-x} = \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1+x^2}{1-x^2}\right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{1+x^4}{1-x^4}\right)^{\frac{1}{8}} \left(\frac{1+x^8}{1-x^8}\right)^{\frac{1}{16}} \cdots (*) \quad \ldots\ldots \quad (M)$$

Si, par exemple, $x = \frac{1}{2}$:

$$2 = \left(\frac{3}{1}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{17}{15}\right)^{\frac{1}{8}} \left(\frac{257}{255}\right)^{\frac{1}{16}} \cdots$$

21. *Remarque.* — On a

$$1 - x = (1-x)^{\frac{1}{2}} (1-x)^{\frac{1}{4}} (1-x)^{\frac{1}{8}} \cdots$$

Donc, par multiplication,

$$1 = (1+x)^{\frac{1}{2}} \left[\frac{1+x^2}{1+x}\right]^{\frac{1}{4}} \left[\frac{1+x^4}{(1+x)(1+x^2)}\right]^{\frac{1}{8}} \left[\frac{1+x^8}{(1+x)(1+x^2)(1+x^4)}\right]^{\frac{1}{16}} \cdots$$

(*) Dans les Mémoires intitulés : *Sur la constante d'Euler et la fonction de Binet*, *Recherches sur la constante* G *et sur les intégrales eulériennes*, on trouve des formules analogues à celle-ci.

Le premier facteur est $(1+x)^{\frac{1}{2}}$; le produit des deux premiers facteurs égale $\left[(1+x)(1+x^2)\right]^{\frac{1}{4}}$; le produit des trois premiers facteurs égale $\left[(1+x)(1+x^2)(1+x^4)\right]^{\frac{1}{8}}$; etc. Ainsi

$$Lim.\left[(1+x)(1+x^2)(1+x^4)\cdots(1+x^n)\right]^{\frac{1}{2n}}=1, \quad (x<1) \quad . \; . \; . \; . \quad (N)$$

en supposant $n=2^k$.

22. *Septième application.* — Soient :

$$\left.\begin{aligned} S_1 &= 1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\cdots,\\ S_2 &= \frac{1}{2}-\frac{1}{6}+\frac{1}{10}-\frac{1}{14}+\frac{1}{18}-\cdots,\\ S_3 &= \frac{1}{4}-\frac{1}{12}+\frac{1}{20}-\frac{1}{28}+\frac{1}{36}-\cdots,\\ S_4 &= \frac{1}{8}-\frac{1}{24}+\frac{1}{40}-\frac{1}{56}+\frac{1}{72}-\cdots,\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots; \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (35)$$

et, par conséquent :

$$S_1=\frac{\pi}{4}, \quad S_2=\frac{\pi}{8}, \quad S_3=\frac{\pi}{16}, \quad S_4=\frac{\pi}{32}, \cdots$$

Il est clair que

$$S=S_1+S_2+S_3+\cdots=\frac{\pi}{2},$$

série connue (*).

Donc, en vertu du Lemme (4) :

$$\frac{\pi}{2}=1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\cdots(^{**}) \quad . \; . \; . \quad (P)$$

(*) EULER, *Introduction à l'Analyse*, tome I, page 226.

(**) Voici la *loi* des termes :

1° Si $n=2^x$, $u_n=\frac{1}{n}$; 2° Si n est *impair*, $u_n=\pm\frac{1}{n}$, selon que $n=4\mu\pm1$; 3° Si $n=2^\alpha i$, i étant *impair*, $u_n=u_i$.

23. *Remarque.* — D'après les formules (35) :

$$\Sigma_1 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots\cdots = 2,$$

$$\Sigma_2 = -\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{14} + \cdots\right) = -\frac{2}{3},$$

$$\Sigma_3 = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \cdots\cdots = \frac{2}{5},$$

$$\Sigma_4 = -\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{14} + \frac{1}{28} + \frac{1}{56} + \cdots\right) = -\frac{2}{7},$$

. . . .

puis

$$S = 2\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots\right) = \frac{\pi}{2};$$

comme ci-dessus.

24. *Huitième application.* — Prenons

$$S_1 = 1 - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{7^2} + \cdots = G \text{ (*)},$$

$$S_2 = \frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} + \frac{1}{10^2} - \frac{1}{14^2} + \cdots = \frac{1}{4} G,$$

$$S_3 = \frac{1}{4^2} - \frac{1}{12^2} + \frac{1}{20^2} - \frac{1}{28^2} + \cdots = \frac{1}{16} G,$$

. . . .

Il résulte, de ces égalités,

$$S = 1 + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{6^2} - \frac{1}{7^2} + \cdots = \frac{4}{3} G \text{ (**)} \quad \ldots\ldots \quad (Q)$$

(*) *Recherches sur la constante* G, p. 1.
(**) La loi des signes, et les calculs, sont les mêmes que dans le paragraphe 22.

25. *Neuvième application.* — Soit, comme dans les *Notes sur la théorie des fractions continues,*

$$u_n = \frac{q^n}{1+q^{2n}}; \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (36)$$

et, par conséquent,

$$S = \frac{1}{4}\left(\frac{2\omega}{\pi} - 1\right) (^*) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (37)$$

On a

$$S_1 = \frac{q}{1+q^2} + \frac{q^3}{1+q^6} + \frac{q^5}{1+q^{10}} + \cdots = \frac{k_1\omega_1}{2\pi} (^{**}) \quad \ldots \ldots \quad (38)$$

Donc

$$S_2 = \frac{k_2\omega_2}{2\pi}, \quad S_3 = \frac{k_3\omega_3}{2\pi}, \ldots;$$

puis

$$k_1\omega_1 + k_2\omega_2 + k_3\omega_3 + \cdots = \frac{1}{2}(2\omega - \pi) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (R)$$

Ainsi, les fractions $k_1\omega_1$, $k_2\omega_2$, $k_3\omega_3, \ldots$ *forment une série convergente, dont la somme est* $\frac{1}{2}(2\omega - \pi)$ (***).

26. *Suite.* — L'égalité (R) peut être écrite autrement.

La formule connue :

$$\frac{k\omega}{2\pi} = q^{\frac{1}{2}}(1 + q^2 + q^6 + q^{12} + q^{20} + \cdots)^2 \; (^{iv}),$$

donne, par le changement de q en q^2 :

$$k_1\omega_1 = 2\pi\left(q^{\frac{1}{2}} + q^{\frac{9}{2}} + q^{\frac{25}{2}} + q^{\frac{49}{2}} + \cdots\right)^2.$$

(*) *Loc. cit.*, page 49.
(**) *Ibid.*, page 13.
(***) Proposition analogue à celle que l'on trouve à la page 74 des *Recherches sur quelques produits indéfinis*.
(iv) *Recherches...*, page 2.

D'un autre côté,

$$2\omega - \pi = 4\pi\,(q + q^4 + q^9 + q^{16} + \cdots)\,(1 + q + q^4 + q^9 + \cdots).$$

Par conséquent, la relation (R) devient

$$\left.\begin{array}{l}\left(q^{\frac{1}{4}} + q^{\frac{9}{4}} + q^{\frac{25}{4}} + q^{\frac{49}{4}} + \cdots\right)^2 + (q + q^9 + q^{25} + q^{49} + \cdots)^2 \\ + (q^2 + q^{18} + q^{50} + q^{98} + \cdots)^2 + (q^4 + q^{36} + q^{100} + q^{196} + \cdots)^2 + \cdots \\ = (q + q^4 + q^9 + q^{16} + \cdots)\,(1 + q + q^4 + q^9 + \cdots)\end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (S)$$

27. *Remarque.* — Cette égalité (S) démontre un autre petit théorème d'Arithmétique, presque évident :

La somme de deux carrés (*) *égale la demi-somme de deux carrés impairs, ou la somme de deux carrés impairs, ou le double de la somme de deux carrés impairs, etc.*

Par exemple,

$$2^2 + 5^2 = \frac{1}{2}(3^2 + 7^2), \quad 1^2 + 7^2 = 5^2 + 5^2, \quad 4^2 + 10^2 = 2\,(2^2 + 5^2), \text{ etc,}$$

28. *Suite.* — On sait que

$$q + q^9 + q^{25} + \cdots = \frac{1}{4}\left(1 - \sqrt{k'}\right)\sqrt{\frac{2\omega}{\pi}},$$

et que

$$q^2 + q^8 + q^{18} + \cdots = \frac{1}{2}\left[-1 + \sqrt{\frac{\omega}{\pi}(1 + k')}\right] \text{ (**)}.$$

(*) L'un d'eux peut être nul.
(**) *Recherches*. . . , pages 102 et 2.

Conséquemment, si l'on change, encore, q en q^2, la relation (S) se transforme en

$$\omega\left(1-\sqrt{k_1}\right)^2+\omega_1\left(1-\sqrt{k_1'}\right)^2+\omega_2\left(1-\sqrt{k_2'}\right)^2+\cdots=2\left[\omega(1+k')-\pi\right]. \quad (T)$$

Voici donc une troisième série, formée par des transcendantes elliptiques, dont la somme est connue (*).

29. *Autre sommation.* — Reprenons la formule

$$u_n=\frac{q^n}{1+q^{2n}}. \quad (36)$$

Il en résulte

$$\Sigma_1=\frac{q}{1+q^2}+\frac{q^2}{1+q^4}+\frac{q^4}{1+q^8}+\cdots; \quad (39)$$

c'est-à-dire,

$$\Sigma_1=q+q^2-q^3+q^4+q^5-q^6-q^7+q^8+q^9+q^{10}-q^{11}-q^{12}+q^{13}-q^{14}+\cdots(^{**}). \quad (40)$$

Dans cette remarquable série, *le coefficient de* q^n *est* ± 1, *selon que* n *égale* $2^\alpha(4\mu\pm 1)$.

En effet :

1° Les fractions $\frac{q}{1+q^2}, \frac{q^2}{1+q^4}, \frac{q^4}{1+q^8}, \ldots$, produisent des termes dans lesquels n a les formes suivantes :

$$1+2x, \quad 2+4x=2(1+2x), \quad 4+8x=4(1+2x)\cdots;$$

donc $n=1, 2, 3, 4, 5, \ldots$: *la série renferme toutes les puissances entières de* q, sans répétition.

2° Si $n=2^\alpha$, *le coefficient est* $+1$.

3° Si $n=2^\alpha+2q.2^{\alpha+1}=2^\alpha(4q+1)$, *le coefficient est* $+1$.

4° Si $n=2^\alpha+(2q+1)2^{\alpha+1}=2^\alpha(4q+3)$, *le coefficient est* -1.

(*) J'ai vérifié, directement, l'égalité (T).

(**) Voir, à la page 90 des *Recherches*, un développement analogue à celui-ci.

30. *Remarques.* — 1° La formule (40) peut être écrite ainsi :

$$\Sigma_1 = (q+q^2+q^4+q^8+\cdots)-(q^3+q^6+q^{12}+q^{24}+\cdots)+(q^5+q^{10}+q^{20}+\cdots)+(q^7+q^{14}+q^{28}+\cdots)-\cdots$$

Conséquemment (15)

$$\Sigma_1 = \frac{q}{1+q^2} + \frac{q^2}{1+q^4} + \frac{q^4}{1+q^8} + \cdots = \mathrm{F}(q) - \mathrm{F}(q^3) + \mathrm{F}(q^5) - \cdots; \quad . \quad . \quad (\mathrm{U})$$

puis

$$\Sigma_2 = \mathrm{F}(q^3) - \mathrm{F}(q^9) + \mathrm{F}(q^{15}) - \mathrm{F}(q^{21}) + \cdots,$$

$$\Sigma_3 = \mathrm{F}(q^5) - \mathrm{F}(q^{15}) + \mathrm{F}(q^{25}) - \mathrm{F}(q^{35}) + \cdots,$$

$$\Sigma_4 = \mathrm{F}(q^7) - \mathrm{F}(q^{21}) + \mathrm{F}(q^{35}) - \mathrm{F}(q^{49}) + \cdots$$

. . . .

2° D'après ces valeurs,

$$\mathrm{S} = \frac{1}{4}\left(\frac{2\omega}{\pi} - 1\right) = \varepsilon_1\mathrm{F}(q) + \varepsilon_3\mathrm{F}(q^3) + \varepsilon_5\mathrm{F}(q^5) + \cdots (^*) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (41)$$

3° On a vu que

$$\mathrm{F}(q) + \mathrm{F}(q^3) + \mathrm{F}(q^5) + \cdots = \frac{q}{1-q} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\mathrm{D})$$

Ainsi, la série

$$\mathrm{F}(q) + \mathrm{F}(q^3) + \mathrm{F}(q^5) + \cdots$$

a une limite fort simple ; et la série

$$\mathrm{F}(q) - \mathrm{F}(q^3) + \mathrm{F}(q^5) - \cdots,$$

conjuguée de la première, n'est peut-être pas sommable.

(*) *Recherches*. . . , pages 73, 76.

31. *Autre transcendante.* — De la formule (39), on conclut

$$\int_0^{+1} \frac{\Sigma_1}{q} dq = \text{arc tg } q + \frac{1}{2} \text{arc tg}(q^2) + \frac{1}{4} \text{arc tg}(q^4) + \frac{1}{8} \text{arc tg}(q^8) + \cdots; \quad . \quad . \quad (42)$$

et, en particulier,

$$\int_0^{+1} \frac{\Sigma_1}{q} dq = \frac{\pi}{2},$$

ou (40) :

$$\frac{\pi}{2} = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} - \frac{1}{11} + \cdots \quad . \quad . \quad . \quad , \quad (\mathrm{P})$$

32. *Dixième application.* — Prenons enfin

$$u_n = \frac{q^n}{1 + q^n + q^{2n}}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42)$$

ou, sous une forme plus commode,

$$u_\alpha = \frac{q^\alpha(1 - q^\alpha)}{1 - q^{3\alpha}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (43)$$

Soit, après un changement de notation,

$$\mathrm{S} = \Sigma_0^\infty \mathrm{A}_n q^n. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (44)$$

1° Si $n = 3\alpha\beta + \alpha = (3\beta + 1)\alpha$, la partie correspondante de A_n est $+1$.
2° Si $n = 3\alpha\beta + 2\alpha = (3\beta + 2)\alpha$, la partie correspondante de A_n est -1.
Par conséquent,

A_n *égale l'excès du nombre des diviseurs de* n, *ayant la forme* $3\mu + 1$, *sur le nombre de ceux qui ont la forme* $3\mu - 1$ (*).

(*) On peut voir, dans les *Recherches* (pages 73, 75), une proposition analogue à celle-ci, mais relative au développement de

$$f(q) = \frac{q}{1 - q} - \frac{q^5}{1 - q^5} + \frac{q^5}{1 - q^6} - \cdots$$

33. *Remarque.* — D'après cette loi générale :

1° Si n, supposé *premier*, a la forme $3\mu + 1$, $A_n = 2$.

2° Si n, supposé *premier*, a la forme $3\mu - 1$, $A_n = 0$.

3° Si $n = (3\mu - 1)^k$, $A_n = k + 1$.

4° Si $n = (3\mu - 1)^k$, $A_n = 0$ ou $+1$, selon que l'exposant k est *impair* ou *pair*.

5° Si $n = 3^\alpha n'$, n' étant *premier avec* 3; $A_n = A_{n'}$.

Etc.

34. *Vérification.* — Le développement de

$$S = \frac{q(1-q)}{1-q^3} + \frac{q^2(1-q^2)}{1-q^6} + \frac{q^3(1-q^3)}{1-q^9} + \frac{q^4(1-q^4)}{1-q^{12}} + \cdots,$$

limité aux vingt-cinq premiers termes, est

$$q + q^3 + q^4 + 2q^9 + q^{12} + 2q^{13} + q^{16} + 2q^{19} + 2q^{21} + q^{25}.$$

Tous les coefficients satisfont aux conditions énoncées.

Liège, 22 mars 1887.

[IV]

Itler ed

NOUVELLES PROPRIÉTÉS

DES FONCTIONS X_n;

PAR

E. CATALAN,

ASSOCIÉ DE L'ACADÉMIE.

(Présenté à la Classe des sciences, dans la séance du 3 décembre 1887.)

NOUVELLES PROPRIÉTÉS

DES FONCTIONS X_n (*).

I. *Première propriété.* — Soit

$$S_p = 1 - \frac{2}{3}C_{p,1} + \frac{2^2}{5}C_{p,2} - \cdots \pm \frac{2^p}{2p+1}; \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (1)$$

ou, par une sommation facile,

$$S_p = \int_0^1 (1 - 2x^2)^p dx. \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (2)$$

Si l'on fait $x = \sin\varphi$, on trouve

$$S_p = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^p 2\varphi \,.\, \cos\varphi d\varphi \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (3)$$

Cette intégrale est celle qui entre dans la formule (F) (**). Donc

$$\int_0^1 x^p(X_p + X_{p-2} + \cdots)dx = \int_0^1 (1 - 2x^2)^p dx \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (A)$$

II. *Deuxième propriété.* — L'intégration par parties, effectuée sur l'égalité (2), donne aisément

$$(2p + 1)S_p - 2pS_{p-1} = (-1)^p \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (4)$$

En conséquence :

$$\int_0^1 \left[(2p + 1)x^p(X_p + X_{p-2} + \cdots) - 2px^{p-1}(X_{p-1} + X_{p-3} + \cdots)\right] dx = (-1)^p \quad . \quad (B)$$

(*) Addition à la *Seconde Note sur les fonctions* X_n (Académie de Belgique, août 1886).
(**) *Seconde Note sur les fonctions* X_n, p. 9.

III. *Troisième propriété.* — Si, dans l'équation (4), on change p en $p-1$, $p-2, \ldots, 1$, on trouve, par addition,

$$(2p+1)S_p = S_{p-1} + S_{p-2} + \cdots + S_0 + \frac{1}{0}, \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

selon que p est *pair* ou *impair* (*). Par suite,

$$\left.\begin{aligned}&\int_0^1 \Big[(2p+1)x^p(X_p + X_{p-2} + \cdots) - x^{p-1}(X_{p-1} + X_{p-3} + \cdots)\\ &- x^{p-2}(X_{p-2} + X_{p-4} + \cdots) - \cdots - X_0\Big]dx = \textit{un ou zéro } (^{**}).\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (C)$$

IV. *Suite.* — La relation (5) équivaut à

$$\int_0^1 \Big[(2p+1)(1-2x^2)^p - (1-2x^2)^{p-1} - \cdots - (1-2x^2) - 1\Big]dx = \frac{1}{0}.$$

Dans la parenthèse, la partie négative égale $\frac{(1-2x^2)^p - 1}{(1-2x^2)-1}$. Si donc la différentielle est représentée par $F(x)dx$, on a

$$F(x) = \frac{(2p+1)(1-2x^2)^{p+1} - 2(p+1)(1-2x^2)^p + 1}{-2x^2} \quad \ldots \ldots \quad (6)$$

La fraction est la dérivée de $\frac{1-(1-2x^2)^{p+1}}{2x}$. Par conséquent :

$$\int_0^x \frac{(2p+1)(1-2x^2)^{p+1} - 2(p+1)(1-2x^2)^p + 1}{x^2}dx = \frac{(1-2x^2)^{p+1} - 1}{x} \quad \ldots \quad (D)$$

$$\int_0^1 \frac{(2p+1)(1-2x^p)^{p+1} - 2(p+1)(1-2x^2)^p + 1}{x^2}dx = (-1)^{p+1} - 1 \quad \ldots \quad (E)$$

V. *Autres intégrales.* — Faisons, comme précédemment, $x = \sin\varphi$. Nous aurons :

$$\int_0^\varphi \frac{(2p+1)\cos^{p+1}2\varphi - 2(p+1)\cos^p 2\varphi + 1}{\sin^2\varphi}\cos\varphi d\varphi = \frac{\cos^{p+1}2\varphi - 1}{\sin\varphi}, \quad \ldots \quad (D')$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(2p+1)\cos^{p+1}2\varphi - 2(p+1)\cos^p 2\varphi + 1}{\sin^2\varphi}\cos\varphi d\varphi = (-1)^{p+1} - 1. \quad \ldots \quad (E')$$

(*) A cause de $S_0 = 1$.

(**) On arrive au même résultat en faisant varier p dans l'égalité (B).

VI. *Remarques.* — 1° Le second membre de (E′) ne change pas, quand on y remplace p par $p+2$. Conséquemment,

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(2p+5)\cos^3 2\varphi - (2p+6)\cos^2 2\varphi - (2p+1)\cos 2\varphi + 2p+2}{\sin^2\varphi} \cos^p 2\varphi \cdot \cos\varphi\, d\varphi = 0.$$

Le numérateur est divisible par $1-\cos 2\varphi = 2\sin^2\varphi$. Donc, sous une forme plus simple :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[2p+2+\cos^2\varphi - (2p+5)\cos^2 2\varphi\right] \cos^p 2\varphi \cdot \cos\varphi\, d\varphi = 0 \quad \ldots \quad \text{(F)}$$

2° Cette égalité est une conséquence des formules (3), (4). On peut l'écrire ainsi :

$$\int_0^1 \left[1-(4p+9)x^2+(4p+10)x^4\right](1-2x^2)^p dx = 0. \quad \ldots \quad \text{(G)}$$

VII. *Généralisations.* — 1° Soit

$$\int_0^x \left[1-(4p+9)x^2+(4p+10)x^4\right](1-2x^2)^p dx = f(x). \quad \ldots \quad (7)$$

Le polynôme $f(x)$ a une valeur fort simple. En effet, la quantité entre parenthèses équivaut à

$$(1-2x^2)(1-3x^2) - 4(p+1)(x^2-x^4).$$

Donc

$$f'(x) = (1-2x^2)^{p+1}(1-3x^2) - 4(p+1)(1-2x^2)^p(x^2-x^4); \quad \ldots \quad (8)$$

puis

$$f(x) = (1-2x^2)^{p+1}(x-x^3),$$

ou bien

$$\int_0^x \left[1-(4p+9)x^2+(4p+10)x^4\right](1-2x^2)^p dx = (1-2x^2)^{p+1}(x-x^3). \quad . \quad . \quad \text{(H)}$$

2° La formule (4) donne, semblablement,

$$\int_0^x (1-2x^2)^{p-1}\left[1-2(2p+1)x^2\right]dx = (1-2x^2)^p x \quad \ldots \quad \text{(K)}$$

VIII. *Relation combinatoire.* — Dans $f'(x)$, le coefficient de x^{2k} est

$$(-2)^k C_{p,k} - (4p+9)(-2)^{k-1} C_{p,k-1} + (4p+10)(-2)^{k-2} C_{p,k-2};$$

ou

$$-(-2)^{k-1}\left[2C_{p,k} + (4p+9)\,C_{p,k-1} + (2p+5)\,C_{p,k-2}\right].$$

Dans $f(x)$, le coefficient de x^{2k+1} est

$$-(-2)^{k-1}\left[2C_{p+1,k} + C_{p+1,k-1}\right].$$

Par conséquent,

$$2C_{p,k} + (4p+9)\,C_{p,k-1} + (2p+5)\,C_{p,k-2} = \mathfrak{M}(2k+1) \text{ (*)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(L)}$$

Soient, par exemple, $p = 5$, $k = 3$. On doit trouver

$$2C_{5,3} + 29C_{5,2} + 15C_{5,1} = \mathfrak{M}(7),$$

ou

$$385 = \mathfrak{M}(7);$$

ce qui a lieu.

IX. Théorème. — *La fonction* X_n *satisfait à l'équation*

$$A_p(x^2-1)^p \frac{d^pX_n}{dx^p} = \frac{d\left[(x^2-1)^{p+1}\dfrac{d^{p+1}X_n}{dx^{p+1}}\right]}{dx}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(M)}$$

dans laquelle A_p *est un coefficient numérique.*

Dans la *Première Note sur les fonctions* X_n (**), j'ai donné la formule

$$\int_{-1}^{x} X_n dx = \frac{x^2-1}{n(n+1)} \frac{dX_n}{dx}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

ou

$$n(n+1)X_n = \frac{d\left[(x^2-1)\dfrac{dX_n}{dx}\right]}{dx}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

(*) La valeur du second membre est $(2k+1)[2C_{p+1,k} + C_{p+1,k-1}]$. Si l'on en fait abstraction, l'égalité (L) paraît assez difficile à démontrer *directement*.

(**) *Académie de Belgique*, octobre 1880. Voir aussi le *second Mémoire*, p. 31.

Celle-ci est comprise dans la relation générale (M) : elle répond à $p=0$.

Supposons donc que l'égalité (M) ait été vérifiée pour une certaine valeur de p, et voyons si elle subsiste quand on y change p en $p+1$.

Après suppression du facteur $(x^2-1)^p$, (M) devient

$$A_p \frac{d^pX_n}{dx^p} = (x^2-1)\frac{d^{p+2}X_n}{dx^{p+2}} + 2(p+1)x\frac{d^{p+1}X_n}{dx^{p+1}}.$$

Prenant les dérivées, nous avons

$$[A_p - 2(p+1)]\frac{d^{p+1}X_n}{dx^{p+1}} = (x^2-1)\frac{d^{p+3}X_n}{dx^{p+3}} + 2(p+2)x\frac{d^{p+2}X_n}{dx^{p+2}},$$

ou

$$A_{p+1}(x^2-1)^{p+1}\frac{d^{p+1}X_n}{dx^{p+1}} = (x^2-1)^{p+2}\frac{d^{p+3}X_n}{dx^{p+3}} + 2(p+2)(x^2-1)^{p+1}x\frac{d^{p+2}X_n}{dx^{p+2}}.$$

Le second membre est la dérivée de

$$(x^2-1)^{p+2}\frac{d^{p+2}X_n}{dx^{p+2}}.$$

Ainsi,

$$A_{p+1}(x^2-1)^{p+1}\frac{d^{p+1}X_n}{dx^{p+1}} = \frac{d\left[(x^2-1)^{p+2}\frac{d^{p+2}X_n}{dx^{p+2}}\right]}{dx};$$

etc. De plus,

$$A_{p+1} = A_p - 2(p+1) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (11)$$

Et comme $A_0 = n(n+1)$:

$$A_p = (n-p)(n+p+1). \quad \ldots \ldots \ldots \quad (12)$$

X. Corollaire. — *Si l'on fait*

$$(x^2-1)^p\frac{d^pX_n}{dx^p} = U_p,$$

on a

$$U_{p+1} = A_p\int_{-1}^{x} U_p dx \quad \ldots \ldots \ldots \quad (N)$$

XI. *Application.* — Soit $n=5$, auquel cas

$$U_0 = X_5 = \frac{1}{8}(63x^5 - 70x^3 + 15x);$$

puis, par application de la formule (N) :

$$U_1 = \frac{A_0}{8}\int_{-1}^{x}(63x^5 - 70x^3 + 15x)dx = \frac{A_0}{16}(21x^6 - 35x^4 + 15x^2 - 1),$$

$$U_2 = \frac{A_0A_1}{16}\int_{-1}^{x}(21x^7 - 35x^4 + 15x^2 - 1)dx = \frac{A_0A_1}{16}(3x^7 - 7x^5 + 5x^3 - x),$$

$$U_3 = \frac{A_0A_1A_2}{16}\int_{-1}^{x}(3x^7 - 7x^5 + 5x^3 - x)dx = \frac{A_0A_1A_2}{784}(9x^8 - 28x^6 + 30x^4 - 12x^2 + 1),$$

etc.

XII. Théorème. — *La fonction* X_n *satisfait à l'équation*

$$B_p\int_{-1}^{x}dx\int_{-1}^{x}dx \ldots \int_{-1}^{x}X_n dx = (x^2-1)^p\frac{d^pX_n}{dx^p}; \quad \ldots \ldots \quad \text{(P)}$$

p *désignant le nombre des intégrations.*

Lorsque $p=1$, cette égalité se réduit à la formule (9). Voyons donc si, en partant de (N), nous pouvons conclure

$$B_{p+1}\int_{-1}^{x}dx\int_{-1}^{x}dx\int_{-1}^{x}dx \ldots \int_{-1}^{x}X_n dx = (x^2-1)^{p+1}\frac{d^{p+1}X_n}{dx^{p+1}}; \quad \ldots \quad (13)$$

le nombre des intégrations étant, cette fois, $p+1$.

En vertu de la relation (N), l'égalité (13) devient

$$\frac{B_{p+1}}{B_p}\int_{-1}^{x}dx(x^2-1)^p\frac{d^pX_n}{dx^p} = (x^2-1)^{p+1}\frac{d^{p+1}X_n}{dx^{p+1}};$$

ou, si nous prenons les dérivées,

$$\frac{B_{p+1}}{B_p}(x^2-1)^p\frac{d^pX_n}{dx^p} = \frac{d\left[(x^2-1)^{p+1}\frac{d^{p+1}X_n}{dx^{p+1}}\right]}{dx}. \quad \ldots \ldots \quad (14)$$

Cette égalité est identique avec (M), si l'on suppose

$$\frac{B_{p+1}}{B_p} = A_p : \quad \ldots \ldots \ldots \quad (15)$$

la relation (N) est donc démontrée.

XIII. *Remarque.* — Si l'on fait abstraction d'un facteur numérique(*), on a

$$X_n = \frac{d^n(x^2-1)^n}{dx^n}.$$

Donc l'égalité (P) peut être écrite ainsi :

$$B_p \cdot \frac{d^{n-p}(x^2-1)^n}{dx^{n-p}} = (x^2-1)^p \frac{d^{n+p}(x^2-1)^n}{dx^{n+p}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (Q)$$

En conséquence, on a la proposition suivante, énoncée par *M. Lucien Lévy,* dans le *Journal* de *M. de Longchamps* (1884, p. 71) :

XIV. Théorème. — *Si l'on prend les dérivées successives de la fonction* $(x^2-1)^n$, *la dérivée d'ordre* $n-p$ *est divisible, algébriquement, par la dérivée d'ordre* $n+p$: *le quotient égale* $(x^2-1)^p$ (**).

Liège, 1er décembre 1887.

ADDITION.

XV. *Une sommation.* — On connaît, depuis longtemps, la somme de la série

$$X_1 + X_2 + \cdots + X_n + \cdots \text{ (***)};$$

Mais il n'en est pas de même, peut-être, pour la quantité

$$X_1 + X_2 + \cdots + X_n = S_n;$$

bien qu'il soit assez facile d'en trouver la valeur.

(*) Il est commun aux deux membres de (N).

(**) J'ignore comment M. L. Lévy est parvenu à cette remarquable proposition, qui complète mes recherches sur les fonctions X_n. On voit qu'elle résulte, fort simplement, de l'équation (9).

(***) *Premier Mémoire,* p. 60.

On a, entre trois fonctions consécutives, la relation

$$X_n = \frac{dX_{n-1}}{dx} - 2x\frac{dX_n}{dx} + \frac{dX_{n+1}}{dx} \text{ (*)}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

que l'on peut écrire sous ces formes successives :

$$X_n - 2(1-x)\frac{dX_n}{dx} = \frac{dX_{n-1}}{dx} - 2\frac{dX_n}{dx} + \frac{dX_{n+1}}{dx},$$

$$\frac{X_n}{2\sqrt{1-x}} - \sqrt{1-x}\,\frac{dX_n}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{1-x}}\left[\frac{dX_{n-1}}{dx} - 2\frac{dX_n}{dx} + \frac{dX_{n+1}}{dx}\right],$$

$$\frac{d(X_n\sqrt{1-x})}{dx} + \frac{1}{2\sqrt{1-x}}\left[\frac{dX_{n-1}}{dx} - 2\frac{dX_n}{dx} + \frac{dX_{n+1}}{dx}\right] \quad \ldots\ldots \quad (17)$$

Si, après avoir multiplié par dx, on intègre, on a donc la *formule nouvelle :*

$$X_n\sqrt{1-x} + \frac{1}{2}\int_1^x \frac{\frac{dX_{n-1}}{dx} - 2\frac{dX_n}{dx} + \frac{dX_{n+1}}{dx}}{\sqrt{1-x}}\,dx = 0 \text{ (**)} \quad \ldots\ldots \quad (R)$$

XVI. *Suite.* — Dans cette relation générale, changeons n en $n-1, n-2, \ldots, 3, 2, 1$; puis ajoutons les résultats. Sous le signe d'intégration, tous les termes se détruisent, sauf trois d'entre eux (***). Donc, à cause de $\frac{dx_1}{dx} = 1$:

$$S_n = \frac{1}{2\sqrt{1-x}}\int_1^x \frac{1 + \frac{dX_n}{dx} - \frac{dX_{n+1}}{dx}}{\sqrt{1-x}}\,dx \quad \ldots\ldots\ldots \quad (S)$$

Telle est la formule que nous nous proposions d'établir (IV).

(*) BERTRAND, *Calcul différentiel*, p. 358.

(**) Le premier terme s'annulant quand $x = 1$, il en doit être de même du second. D'ailleurs, pour ne pas effectuer un changement de signe, nous prenons, comme *limite inférieure* de l'intégrale, le *maximum de* x.

(***) On pourrait remplacer le numérateur par $\Delta^2\frac{dX_{n-1}}{dx}$; mais cette transformation ne erait qu'allonger le calcul, très simple, indiqué dans le texte.

(IV) Nous y sommes parvenu par un procédé très différent de celui-ci.

XVII. *Remarques.* — 1° On a

$$\int_1^x \frac{dx}{\sqrt{1-x}} = -2\sqrt{1-x}.$$

Par conséquent,

$$1 + X_1 + \cdots + X_n = \frac{1}{2\sqrt{1-x}} \int_1^x \frac{\frac{dX_n}{dx} - \frac{dX_{n+1}}{dx}}{\sqrt{1-x}} dx \quad \ldots\ldots \quad (T)$$

2° Faisons croître n indéfiniment. La limite du premier membre est $\frac{1}{\sqrt{2(1-x)}}$ (*).

Donc

$$\lim \int_1^x \frac{\frac{dX_n}{d_n} - \frac{dX_{n+1}}{dx}}{\sqrt{1-x}} dx = \sqrt{2}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (U)$$

puis

$$\lim \left(\frac{dX_n}{dx} - \frac{dX_{n+1}}{dx}\right) = 0 \text{ (**)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (V)$$

En d'autres termes :

La quantité

$$\frac{[nX_{n-1} - (n+1)X_n] - [nX_n - (n+1)X_{n+1}]x}{1-x^2}$$

tend vers zéro quand n *croît indéfiniment* (***).

Cette proposition n'est pas évidente *a priori*.

(*) *Premier Mémoire*, p. 60.

(**) Généralement, *si*

$$F(x, \lambda) = \int_a^\lambda f(x, \lambda)\, dx,$$

on a

$$\lim F(x, \lambda) = \int_a^{x} \lim f(x, \lambda)\, dx;$$

les limites se rapportant au paramètre λ. Je crois inutile de démontrer ce Lemme connu.

(***) Bien entendu, x est supposé différent de ± 1.

XVIII. *Autre sommation.* — La formule (T) donne, immédiatement,

$$(n+1)X_0 + nX_1 + \cdots + X_n = -\frac{1}{2\sqrt{1-x}}\int_1^x \frac{\frac{dX_{n+1}}{dx}}{\sqrt{1-x}}dx; \quad . \quad . \quad . \quad (X)$$

formule plus simple que la première.

XIX. *Remarques.* — 1° Le premier membre est un polynôme entier, du degré n. Donc l'intégrale a la forme $P_n\sqrt{1-x}$, P_n étant un polynôme entier.

2° Plus généralement,

$$\int_1^x \frac{A_1\frac{dX_1}{dx} + A_2\frac{dX_2}{dx} + \cdots + A_n\frac{dX_n}{dx}}{\sqrt{1-x}}dx = Q_{n-1}\sqrt{1-x}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (Y)$$

Q_{n-1} désignant un polynôme entier, du degré $n-1$.

XX. *Application.* — Soit $Q_3 = x^3$. On trouve :

$$A_1 = \frac{3}{5}, \quad A_2 = -\frac{1}{4}, \quad A_3 = \frac{2}{5}, \quad A_4 = \frac{1}{5};$$

puis

$$\int_1^x \frac{\frac{3}{5} - \frac{1}{4}\frac{dX_2}{dx} + \frac{2}{5}\frac{dX_3}{dx} - \frac{1}{5}\frac{dX_4}{dx}}{\sqrt{1-x}}dx = x^3\sqrt{1-x},$$

ou

$$\int_1^x \frac{3x^2 - \frac{7}{2}x^3}{\sqrt{1-x}}dx = x^3\sqrt{1-x};$$

ce qui est exact (*).

Liège, 14 décembre 1887.

(*) A propos de cette relation (Y), nous renvoyons aux dernières pages du *troisième Mémoire*.

[V.]

Catalan E.

NOUVELLES PROPRIÉTÉS

DES FONCTIONS X_n

(SUPPLÉMENT);

PAR

E. CATALAN,

ASSOCIÉ DE L'ACADÉMIE.

(Présenté à la Classe des sciences, dans la séance du 3 mars 1888.)

NOUVELLES PROPRIÉTÉS

DES FONCTIONS X_n.

XXI (*). Théorème. — *Si les* 2p + 1 *inconnues* $\alpha, \beta, \gamma, \ldots, \lambda$ *satisfont, de toutes les manières possibles, à la condition*

$$\alpha + \beta + \gamma + \cdots + \lambda = n, \qquad (18)$$

on a

$$1.3.5\ldots\overline{2p-1}\sum X_\alpha X_\beta \ldots X_\lambda = \frac{d^p X_{n+p}}{dx^p} \qquad (A')$$

Cette propriété, généralisation du Théorème IX (*premier Mémoire*), se démontre comme celui-ci.

Soit, en effet, *l'équation de définition :*

$$(1 - 2zx + z^2)^{-\frac{1}{2}} = \sum_0^\infty X_n z^n \qquad (19)$$

Si l'on prend les dérivées d'ordre p, elle donne

$$1.3.5\ldots\overline{2p-1}\, z^p (1 - 2zx + z^2)^{-\frac{2p+1}{2}} = \sum_0^\infty \frac{d^p X_n}{dx^p} z^n;$$

ou, en supposant $n \overline{\overline{>}} p$:

$$1.3.5\ldots\overline{2p-1}\,(1 - 2zx + z^2)^{-\frac{2p+1}{2}} = \sum_{=p}^{=\infty} \frac{d^p X_n}{dx^p} z^{n-p};$$

(*) Nous suivons l'ordre des paragraphes et des équations, adopté dans deux précédentes communications.

ou encore, en changeant n en $n+p$:

$$1.3.5\ldots\overline{2p-1}(1-2zx+z^2)^{-\frac{2p+1}{2}}=\sum_{n=0}^{n=\infty}\frac{d^pX_{n+p}}{dx^p}z^n \quad \ldots\ldots \quad (20)$$

Le premier membre égale

$$1.3.5\ldots\overline{2p-1}(X_0+X_1z+X_2z^2+\cdots+X_\lambda z^\lambda+\cdots)^{2p+1}.$$

Dans le développement de la puissance $2p+1$, le coefficient de z^n est

$$\sum X_\alpha X_\beta \ldots X_\lambda\,;$$

etc.

XXII. *Une modification.* La formule

$$X_n=\frac{2^{n+1}}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^n\varphi(x\cos\varphi+\sqrt{-1}\sin\varphi)^n d\varphi, \quad \ldots\ldots \quad (21)$$

dans laquelle le second membre est supposé *réduit à sa partie réelle* (*), peut être remplacée par celle-ci :

$$X_n=\frac{2^n}{\pi}\int_0^{\pi}\sin^n\varphi(x\sin\varphi+\sqrt{-1}\cos\varphi)^n d\varphi \quad \ldots\ldots \quad (B')$$

En effet, si l'on développe la puissance $n^{\text{ième}}$ de $x\sin\varphi+\sqrt{-1}\cos\varphi$, les termes contenant des puissances *impaires* de $\cos\varphi$ donneront des intégrales nulles; et les autres, des intégrales dont les éléments sont égaux, deux à deux; etc. (**).

XXIII. Problème. — *Évaluer* $\frac{d^qX_n}{dx^q}$.

On a, immédiatement,

$$\frac{d^qX_n}{dx^q}=\frac{2^n}{\pi}n(n-1)\ldots(n-q+1)\int_0^{\pi}\sin^{n+q}\varphi(x\sin\varphi+\sqrt{-1}\cos\varphi)^{n-q}d\varphi \quad . \quad (C')$$

(*) *Premier Mémoire*, p. 12.

(**) Cette formule (B'), que *j'aurais dû* trouver en 1875, me paraît bien préférable à celle de Jacobi. Malgré toutes mes recherches, j'ignore si elle est *nouvelle* (*mai* 1888).

XXIV. *Application.* — Si l'on prend $q = p$, et qu'on change n en $n + p$, on a

$$\frac{d^p X_{n+p}}{dx^p} = \frac{2^{n+p}}{\pi}(n+p)(n+p-1)\dots(n+1)\int_0^\pi \sin^{n+2p}\varphi(x\sin\varphi + \sqrt{-1}\cos\varphi)^n d\varphi. \quad (22)$$

Telle est la valeur du second membre de l'égalité (A′).

XXV. *Remarque.* — On a aussi, par la formule (21) :

$$\frac{d^p X_{n+p}}{dx^p} = \frac{2^{n+p+1}}{\pi}(n+p)(n+p-1)\dots(n+1)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{n+2p}(x\cos\varphi + \sqrt{-1}\sin\varphi)^n d\varphi; \quad (23)$$

le second membre étant *réduit à sa partie réelle.*

XXVI. THÉORÈME

$$1.3.5\dots\overline{2p-1}\int_{-1}^{+1} dx \sum X_\alpha X_\beta \dots X_\lambda = \left[\frac{d^{p-1}X_{n+p}}{dx^{p-1}}\right]_{-1}^{+1} \quad . \; . \; . \; . \quad (D')$$

Si l'on multiplie par dx les deux membres de (A′), et qu'on intègre, on a la formule (D′).

XXVII. *Remarque.* — Si n est *impair,* les éléments de l'intégrale sont, deux à deux, égaux et de signes contraires. Par conséquent,

$$\left[\frac{d^{p-1}X_{n+p}}{dx^{p-1}}\right]_{-1}^{+1} = 0; \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (24)$$

comme on le reconnait directement (*).

XXVIII *suite.* — Si n est *pair,*

$$\left[\frac{d^{p-1}x_{n+p}}{dx^{p-1}}\right]_{-1}^{+1} = 2\left[\frac{d^{p-1}x_{n+p}}{dx^{p-1}}\right]_{(x=1)}.$$

(*) Tous les termes de la dérivée sont de même parité que $2 + p - (p - 1) = n + 1$: cette dérivée est donc une fonction *paire.*

Or, si l'on prend la formule (23), en y changeant p en $p-1$, n en $n+1$, on a

$$\left[\frac{d^{p-1}x_{n+p}}{dx^{p-1}}\right]_{(x=1)} = \frac{2^{n+p+1}}{\pi}(n+p)(n+p-1)\ldots(n+2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{n+2p-1}\varphi(\cos\varphi + \sqrt{-1}\sin\varphi)^{n+1}d\varphi\ ;$$

ou, par la formule de Moivre :

$$\left[\frac{d^{p-1}x_{n+p}}{dx^{p-1}}\right]_{(x=1)} = \frac{2^{n+p+1}}{\pi}(n+p)(n+p-1)\ldots(n+2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{n+2p-1}\varphi\,.\cos(n+1)\varphi d\varphi. \quad (25)$$

Mais nous pouvons simplifier le second membre.

En effet,

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{n'}\varphi\cos(n'-2p')\varphi d\varphi = \frac{\pi}{2^{n'+1}} C_{n',p'} \ (^*);$$

donc

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{n+2p-1}\varphi\cos(n+1)\varphi d\varphi = \frac{\pi}{2^{n+2p}} C_{n+2p-1,p-1} = \frac{\pi}{2^{n+2p}}\,\frac{\Gamma(n+2p)}{\Gamma(p)\Gamma(n+p+1)}; \quad (26)$$

puis, au lieu de la formule (24) :

$$\left[\frac{d^{p-1}X_{n+1}}{dx^{p-1}}\right]_{(x=1)} = \left(\frac{1}{2}\right)^{p-1} \frac{\Gamma(n+2p)}{\Gamma(p)\Gamma(n+2)} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (27)$$

La relation (D′) devient donc finalement, si n est *pair*,

$$1.3.5\ldots\overline{2p-1}\int_{-1}^{+1} dx\sum X_\alpha X_\beta\ldots X_\lambda = \left(\frac{1}{2}\right)^{p-2} \frac{\Gamma(n+2p)}{\Gamma(p)\Gamma(n+2)} \quad . \ . \ . \quad (E')$$

XXIX. *Application.* — Soient $p=1$, $n=4$. L'équation (18) est

$$\alpha+\beta+\gamma=4.$$

(*) *Premier Mémoire*, p. 14.

Si l'on néglige les solutions dans lesquelles on aurait :

$$\alpha > \beta + \gamma, \quad \text{ou} \quad \beta > \alpha + \gamma, \quad \text{ou} \quad \gamma > \alpha + \beta \ (^*);$$

on peut se contenter de prendre :

$$\alpha = 0,\ \beta = 2,\ \gamma = 2;\ \alpha = 2,\ \beta = 0,\ \gamma = 2;\ \alpha = 2,\ \beta = 2,\ \gamma = 0;$$
$$\alpha = 1,\ \beta = 1,\ \gamma = 2;\ \alpha = 1,\ \beta = 2,\ \gamma = 1;\ \alpha = 2,\ \beta = 1,\ \gamma = 1.$$

Dès lors, (E') se réduit à

$$\int_{-1}^{+1} [3X_2^2 + 3X_1^2 X_2]\, dx = 2;$$

c'est-à-dire, à

$$\int_{-1}^{+1} \frac{(3x^2 - 1)}{2} \frac{(3x^2 - 1)}{2}\, dx = \frac{1}{3};$$

ce qui est exact.

XXX. *Une sommation.* — Si l'on suppose les deux membres de (A') ordonnés suivant les puissances décroissantes de x, le premier terme du second membre est (22)

$$\frac{2^{n+p+1}}{\pi} (n + p)(n + p - 1) \ldots (n + 1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{2n+2p}\varphi d\varphi,$$

ou (XXVIII) :

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{n+p} \frac{\Gamma(n + p + 1)}{\Gamma(n + 1)} C_{2n+2p,\, n+p}\, x^n,$$

ou encore :

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{n+p} \frac{\Gamma(2n + 2p + 1)}{\Gamma(n + 1)\Gamma(n + p + 1)}\, x^n.$$

D'ailleurs, par la formule (21), le premier terme de X_n est

$$\frac{2^{n+1}}{\pi} x^n \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{2n}\varphi d\varphi,$$

(*) Les intégrales correspondantes sont nulles, en vertu d'un théorème de Jacobi.

ou

$$\left(\frac{x}{2}\right)^n C_{2n,n}.$$

De même, les premiers termes de X_α, X_β, ... X_λ sont, respectivement :

$$\left(\frac{x}{2}\right)^\alpha C_{2\alpha,\alpha}, \quad \left(\frac{x}{2}\right)^\beta C_{2\beta,\beta}, \ldots \left(\frac{x}{2}\right)^\lambda C_{2\lambda,\lambda}.$$

Par conséquent, l'égalité (A') donne celle-ci :

$$1.3.5\ldots\overline{2p-1}\sum C_{2\alpha,\alpha}, \; C_{2\beta,\beta}, \ldots C_{2\lambda,\lambda} = \left(\frac{1}{2}\right)^p \frac{\Gamma(2n+2p+1)}{\Gamma(n+1)\Gamma(n+p+1)};$$

ou, par une transformation connue (*),

$$\sum C_{2\alpha,\alpha}, \; C_{2\beta}, \ldots C_{2\lambda,\lambda} = \frac{\Gamma(p+1)\Gamma(2n+2p+1)}{\Gamma(n+1)\Gamma(2p+1)\Gamma(n+p+1)}; \quad \ldots \quad (F')$$

sommation annoncée.

XXXI. *Application.* — Soient $n=3$, $p=1$. Le second membre est

$$\frac{\Gamma(2)\Gamma(9)}{\Gamma(4)\Gamma(3)\Gamma(5)} = 140.$$

L'équation

$$\alpha+\beta+\gamma=3$$

admet les solutions suivantes :

$\alpha=3,\ \beta=0,\ \gamma=0;\ \beta=3,\ \alpha=0,\ \gamma=0;\ \gamma=3,\ \alpha=0,\ \beta=0;$
$\alpha=2,\ \beta=1,\ \gamma=0;\ \alpha=2,\ \beta=0,\ \gamma=1;\ \beta=2,\ \alpha=1,\ \gamma=0;$
$\beta=2,\ \gamma=1,\ \alpha=0;\ \gamma=2,\ \alpha=1,\ \beta=0;\ \gamma=2,\ \beta=1,\ \alpha=0;$
$\alpha=1,\ \beta=1,\ \gamma=1.$

Donc le premier membre de (E') a pour valeur (**) :

$$3C_{6,3} + 6C_{4,2}.C_{2,1} + [C_{2,1}]^3 = 3.20 + 6.6.2 + 8 = 140.$$

(*) $2.6.10\ldots\overline{4p-2} = (p+1)(p+2)\ldots 2p = \dfrac{\Gamma(2p+1)}{\Gamma(p+1)}.$

(**) On doit supposer $C_{0,0} = 1$.

XXXII. *Remarque.* — En opérant d'une manière un peu différente, on trouve

$$\sum C_{2\alpha,\alpha}\, C_{2\beta,\beta} \ldots C_{2\lambda,\lambda} = \frac{(4p+2)(4p+6)\ldots(4p+4n-2)}{1.2.3\ldots\ldots n} \quad . \quad . \quad . \quad (G')$$

Ainsi :

1° $$\frac{\Gamma(p+1)\Gamma(2n+2p+1)}{\Gamma(n+1)\Gamma(2p+1)\Gamma(n+p+1)} = \frac{(4p+2)(4p+6)\ldots(4p+4n-2)}{1.2.3\ldots\ldots n}; \quad . \quad (27)$$

2° *Le produit de* n *termes consécutifs, de la progression*

2, 6, 10, 14, 18, ...

est divisible par le produit des n *premiers nombres entiers* (*).

XXXIII. *Autres remarques.* — 1° *Le nombre entier*

$$N = \frac{(4p+2)(4p+6)\ldots(4p+4n-2)}{1.2\ldots\ldots n}$$

est pair.

Dans le numérateur, composé de n facteurs, chacun d'eux est le *double d'un nombre impair ;* donc ce numérateur contient n fois le facteur 2.

Dans le dénominateur, le facteur 2 entre un nombre de fois marqué par

$$\left(\frac{n}{2}\right) + \left(\frac{n}{4}\right) + \left(\frac{n}{8}\right) + \cdots$$

Or, cette somme est inférieure à n (**).

2° *Si* n *est la somme de* k *puissances de* 2, *le quotient de* N, *par* 2^k, *est impair* (***).

(*) On a ainsi une solution (particulière) du problème suivant, peut-être bien difficile à résoudre généralement :

Pour quelles valeurs entières de a *et de* b *le produit*

$$(a+b)(a+2b)\ldots(a+\overline{n-1}b)$$

est-il divisible par le produit des n *premiers nombres entiers ?*

(**) *Mémoire sur certaines décompositions en carrés*, p. 64.

(***) *Loc. cit.*

XXXIV. Théorème. — *Le rapport des intégrales*

$$\int_0^\pi \sin^{n-q}\varphi(x\sin\varphi+\sqrt{-1}\cos\varphi)^{n+q}d\varphi,\quad \int_0^\pi \sin^{n+q}\varphi(x\sin\varphi+\sqrt{-1}\cos\varphi)^{n-q}d\varphi$$

est égal à $(x^2-1)^q$.

A cause de

$$X_n = k\frac{d^n(x^2-1)^n}{dx^n}\ (^*),$$

la relation (B′) équivaut à

$$\frac{d^{n+q}(x^2-1)^n}{dx^{n+q}} = A\int_0^\pi \sin^{n+q}\varphi(x\sin\varphi+\sqrt{-1}\cos\varphi)^{n-q}d\varphi;$$

A étant indépendant de x.

De même,

$$\frac{d^{n-q}(x^2-1)^n}{dx^{n-q}} = B\int_0^\pi \sin^{n-q}\varphi(x\sin\varphi+\sqrt{-1}\cos\varphi)^{n+q}d\varphi.$$

D'après un théorème démontré dans le dernier petit Mémoire (**),

$$\frac{\int_0^\pi \sin^{n-q}\varphi(x\sin\varphi+\sqrt{-1}\cos\varphi)^{n+q}d\varphi}{\int_0^\pi \sin^{n+q}\varphi(x\sin\varphi+\sqrt{-1}\cos\varphi)^{n-q}d\varphi} = C(x^2-1)^q.$$

Mais, dans chacun des termes de la fraction, le coefficient de la plus haute puissance de x est $\int_0^\pi \sin^{2n}\varphi d\varphi$; donc $C=1$; etc.

XXXV. Corollaire. — *La partie réelle de*

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x\cos\varphi+\sqrt{-1}\sin\varphi)^{2n}d\varphi$$

(*) Formule de Rodrigues.
(**) Page 9.

égale

$$(x^2-1)^n\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^{2n}\varphi d\varphi.$$

XXXVI. *Suite.* — Cette partie réelle, développée, devient

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx\left[x^{2n}\cos^{2n}\varphi - C_{2n,2}x^{2n-2}\cos^{2n-2}\varphi\sin^2\varphi + C_{2n,4}x^{2n-4}\cos^{2n-4}\varphi\sin^4\varphi - \cdots\right],$$

ou

$$\sum_{\lambda=0}^{\lambda=n} C_{2n,2\lambda}x^{2n-2\lambda}(-1)^\lambda\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^{2n-2\lambda}\varphi\sin^{2\lambda}\varphi d\varphi;$$

c'est-à-dire

$$\sum_{\lambda=0}^{\lambda=n} C_{2n,2\lambda}x^{2n-2\lambda}(-1)^\lambda\frac{\Gamma\left(n-\lambda+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\lambda+\frac{1}{2}\right)}{2\Gamma(n+1)}.$$

L'intégrale qui multiplie $(x^2-1)^n$ a pour valeur

$$\frac{\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{2\Gamma(n+1)}.$$

Par conséquent,

$$\left.\begin{aligned}\sum_{\lambda=0}^{\lambda=n} C_{2n,2\lambda}x^{2n-2\lambda}(-1)^\lambda\Gamma\left(n-\lambda+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\lambda+\frac{1}{2}\right) &= (x^2-1)^n\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\\ &= \Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\sum_{\lambda=0}^{\lambda=n} C_{n,\lambda}x^{2n-2\lambda}(-1)^\lambda;\end{aligned}\right\} \quad (28)$$

et, en identifiant :

$$C_{2n,2\lambda}\Gamma\left(n-\lambda+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\lambda+\frac{1}{2}\right) = C_{n,\lambda}\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \text{ (*)}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (G')$$

(*) Pour vérifier cette égalité, il suffit d'appliquer la formule de Legendre.

XXXVII. Théorèmes d'arithmétique. — 1° *Les nombres entiers*

$$C_{2n,2p}, \quad C_{n,p}$$

contiennent, un même nombre de fois, le facteur 2 (*).

2° *Si* n + 1 *est un nombre premier, supérieur à* 2p — 1, *on a*

$$\sum C_{2\alpha,\alpha}, C_{2\beta,\beta}, \ldots C_{2\lambda,\lambda} = \mathfrak{M}(n+1) \text{ (**)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (H')$$

XXXVIII. Problème (***). — *Trouver*

$$S = \sum_0^\infty C_{kn,n} x^n \text{ (IV)} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (29)$$

On a (XXVI)

$$C_{kn,n} = \frac{2}{\pi} 2^{kn} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{kn}\varphi \cos(kn - 2n)\varphi d\varphi;$$

donc

$$S = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \sum_0^\infty 2^{kn} x^n \cos^{kn}\varphi \cos(kn - 2n)\varphi \quad \ldots \ldots \quad (30)$$

La somme de la nouvelle série, que nous représenterons par Σ (V), est la partie réelle de

$$\frac{1}{1 - 2^k x \cos^k\varphi e^{(k-2)\varphi\sqrt{-1}}} = \frac{1 - 2^k x \cos^k\varphi e^{-(k-2)\varphi\sqrt{-1}}}{1 - 2^{k+1} x \cos^k\varphi \cos(k-2)\varphi + 4^k x^2 \cos^{2k}\varphi}.$$

(*) La démonstration *directe* est fort simple. Il en est de même pour cette généralisation remarquable, qui m'a été communiquée par M. Neuberg, mon savant Collègue :

q *étant premier, les quantités*

$$C_{nq,pq}, \quad C_{n,p}$$

contiennent, un même nombre de fois, le facteur q.

(**) Ce que nous venons de dire s'applique à ce second théorème. Si l'on emploie la relation (E'), on reconnaît aisément que le second membre est divisible par $n+1$.

(***) Suggéré par ce qui précède.

(IV) On verra, plus loin, quelles sont les conditions de convergence, pour $k=1$, $k=2$, $k=3$.

(V) Si l'on suppose $2^k x > 1$, cette série est divergente ou indéterminée. Si $2^k x = 1$, elle se réduit à

$$1 + \cos^k\varphi \cos(k-2)\varphi + \cos^{2k}\varphi \cos(2k-4)\varphi + \cos^{3k}\varphi \cos(3k-6)\varphi + \cdots$$

Convergente pour $\varphi > 0$, celle-ci devient divergente quand $\varphi = 0$. Nous devrons donc, dans ce qui suit, prendre $x < \frac{1}{2^k}$.

Ainsi

$$\Sigma = \frac{1 - 2^k x \cos^k\varphi \cos(k-2)\varphi}{1 - 2^{k+1} x \cos^k\varphi \cos(k-2)\varphi + 4^k x^2 \cos^{2k}\varphi} \quad \ldots\ldots \quad (31)$$

XXXIX. *Discussion.* — 1° $k = 1$. Alors

$$\Sigma = \frac{\sin^2\varphi + (1-2x)\cos^2\varphi}{\sin^2\varphi + (1-2x)^2\cos^2\varphi};$$

puis

$$S = \frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2\varphi + (1-2x)\cos^2\varphi}{\sin^2\varphi + (1-2x)^2\cos^2\varphi}\, d\varphi.$$

On sait que :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2\varphi}{a^2\sin^2\varphi + b^2\cos^2\varphi}\, d\varphi = \frac{\pi}{2}\,\frac{1}{a(a+b)},$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2\varphi}{a^2\sin^2\varphi + b^2\sin^2\varphi}\, d\varphi = \frac{\pi}{2}\,\frac{1}{b(a+b)}.$$

Donc

$$S = \frac{1}{1-x} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (32)$$

La condition de convergence (*) est, comme on vient de le voir, $x < 1$.

2° $k = 2$. La formule (31) donne

$$\Sigma = \frac{1 - 4x\cos^2\varphi}{1 - 8x\cos^2\varphi + 16x^2\cos^4\varphi} = \frac{1}{1 - 4x\cos^2\varphi} = \frac{1}{\sin^2\varphi + (1-4x)\cos^2\varphi}.$$

Conséquemment,

$$S = \frac{1}{\sqrt{1-4x}} \quad \left(x < \frac{1}{4}\right) (^{**}) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (33)$$

(*) Évidente *a priori*.

(**) Lorsque $k = 2$, la série considérée est

$$S = 1 + \frac{2}{1}x + \frac{3.4}{1.2}x^2 + \frac{4.5.6}{1.2.3}x^3 + \cdots$$

Or :

$$\frac{2}{1} = \frac{1}{2}.4, \quad \frac{3.4}{1.2} = \frac{1.3}{2.4}4^2, \quad \frac{4.5.6}{1.2.3} = \frac{1.3.5}{2.4.6}4^3, \ldots$$

Ainsi :

$$S = 1 + \frac{1}{2}(4x) + \frac{1.3}{2.4}(4x)^2 + \frac{1.3.5}{2.4.6}(4x)^3 + \cdots;$$

et cette nouvelle série, quand elle est convergente, est le développement de $(1-4x)^{-\frac{1}{2}}$; etc.

3° $k = 3$. On a

$$\sum = \frac{1 - 8x\cos^4\varphi}{1 - 16x\cos^4\varphi + 64x^2\cos^8\varphi};$$

ou, en faisant $8x = z$:

$$\sum = \frac{1 - z\cos^4\varphi}{1 - 2z\cos^4\varphi + z^2\cos^8\varphi} \qquad (34)$$

Donc

$$S = \frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - z\cos^4\varphi}{1 - 2z\cos^4\varphi + z^2\cos^8\varphi}\,d\varphi; \qquad (35)$$

expression sur laquelle nous allons revenir.

XL. *Suite.* — k étant égal à 3, la formule (29) devient

$$S = 1 + \frac{3}{1}x + \frac{6.5}{1.2}x^2 + \frac{9.8.7}{1.2.3}x^3 + \cdots \qquad (36)$$

De

$$u_{n+1} = C_{3n,n}x^n, \qquad (37)$$

on déduit

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3}{2}\frac{(3n-1)(3n-2)}{n(2n-1)}x; \qquad (38)$$

puis, n croissant indéfiniment,

$$lim\ \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{27}{4}x.$$

Par conséquent, *la série* (36) *est convergente pour* $x < \frac{4}{27}$ (*). Mais, dans la formule (35), on doit prendre $z < 1$.

Soit, par exemple, $z = \frac{3}{8}$, auquel cas

$$S = \frac{16}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{8 - 3\cos^4\varphi}{64 - 48\cos^4\varphi + 9\cos^8\varphi}\,d\varphi = \frac{16}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{8 - 3\cos^4\varphi}{(4 - 3\cos^2\varphi)(16 + 12\cos^2\varphi - 3\cos^4\varphi)}\,d\varphi.$$

(*) Lorsque $x = \frac{4}{27}$, *il y a doute*. Mais la règle connue *(Traité élémentaire des séries*, p. 23), prouve qu'alors *la série est divergente*.

Si l'on fait, suivant l'usage, $tg\varphi = t$, on trouve

$$S = \frac{16}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{8t^4 + 16t^2 + 5}{(4t^2 + 1)(16t^4 + 44t^2 + 25)} dt,$$

ou

$$S = \frac{1}{4\pi} \int_0^{\infty} \frac{8t^4 + 16t^2 + 5}{(t^2 + \alpha^2)(t^2 + \beta^2)(t^2 + \gamma^2)}.$$

Dans cette formule :

$$\alpha^2 = \frac{1}{4}, \quad \beta^2 + \gamma^2 = \frac{11}{4}, \quad \beta^2\gamma^2 = \frac{25}{16};$$

puis :

$$\alpha = \frac{1}{2}, \quad \beta + \gamma = \frac{1}{2}\sqrt{21}, \quad \beta\gamma = \frac{5}{4}.$$

On a ensuite (*) :

$$\int_0^{\infty} \frac{8t^4 + 16t^2 + 5}{(t^2 + \alpha^2)(t^2 + \beta^2)(t^2 + \gamma^2)} dt = \frac{\pi}{2} \frac{5(\alpha + \beta + \gamma) + 16\alpha\beta\gamma + 8\alpha\beta\gamma\left[\alpha(\beta + \gamma) + \beta\gamma\right]}{\alpha\beta\gamma(\beta + \gamma)\left[\alpha^2 + (\beta + \gamma)\alpha + \beta\gamma\right]}$$
$$= \frac{8\pi}{35}(7 + 3\sqrt{21});$$

et, finalement :

$$S = \frac{2}{35}(7 + 3\sqrt{21}) = 1,185\,583\ldots$$

Telle est la somme de la série

$$1 + \frac{3}{1} \cdot \frac{3}{64} + \frac{6.5}{1.2}\left(\frac{3}{64}\right)^2 + \frac{9.8.7}{1.2.3}\left(\frac{3}{64}\right)^3 + \cdots \text{ (**)}$$

(*) Poisson, *Journal de Liouville*, tome II, p. 225.

(**) En essayant une vérification, je trouve, comme somme des *six* premiers termes :

$$1 + 0,140\,479 + 0,032\,959 + 0,008\,650 + 0,002\,390 + 0,000\,142;$$

savoir : 1,184 620. Cette valeur diffère, de S, de moins de 0,001. Ainsi, la série proposée est très convergente.

XLI. *Une intégrale double.* — Dans le *second* (*) *Mémoire sur les fonctions* X_n, nous avons démontré ce théorème (**) : *n étant impair, et* Θ_n *représentant ce que devient* X_n *quand on y remplace* x *par* $\cos\theta$, *on a :*

$$X_n = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} \Theta_n \left[\frac{\sin(n+1)(\theta+\alpha)}{\sin(\theta+\alpha)} + \frac{\sin(n+1)(\theta-\alpha)}{\sin(\theta-\alpha)}\right] d\theta \text{ (***)} \quad . \quad . \quad . \quad (39)$$

La formule

$$X_n = \frac{2^n}{\pi}\int_0^{\pi} \sin^n\varphi(\cos\alpha \sin\varphi + \sqrt{-1}\cos\varphi)^n d\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (B')$$

donne

$$\Theta_n = \frac{2^n}{\pi}\int_0^{\pi} \sin^n\varphi(\cos\theta \sin\varphi + \sqrt{-1}\cos\varphi)^n d\varphi. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (40)$$

Par conséquent, la relation (39) est transformée en celle-ci :

$$\left.\begin{aligned} &\int_0^{\pi}\int_0^{\pi} \sin^n\varphi(\cos\theta\sin\varphi + \sqrt{-1}\cos\varphi)^n \left[\frac{\sin(n+1)(\theta+\alpha)}{\sin(\theta+\alpha)} + \frac{\sin(n+1)(\theta-\alpha)}{\sin(\theta-\alpha)}\right] d\varphi d\theta \\ &\qquad = 2\pi\int_0^{\pi} \sin^n\varphi(\cos\alpha\sin\varphi + \sqrt{-1}\cos\varphi)^n d\varphi, \end{aligned}\right\} (41)$$

qu'il serait, peut-être, difficile de vérifier (IV).

XLII. *Développement de* $X_{2n} - X_{4n}$. On sait que

$$X_{2n} = \frac{1}{4^n}\sum_{q=0} (-1)^p C_{2n,p} \cdot C_{4n-2p,2n} x^{2n-2p} \text{ (V)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42)$$

(*) Devenu le *deuxième*.

(**) Page 66.

(***) On ne doit pas oublier que $x = \cos\alpha$.

(IV) Si, dans le premier membre, on suppose effectuée l'intégration relative à θ, il prend la forme $\int_0^{\pi} \sin^n\varphi f(\varphi) d\varphi$. Est-il sûr que la fonction $f(\varphi)$ soit égale à

$$2\pi(\cos\alpha\sin\varphi + \sqrt{-1}\cos\varphi)^n \,?$$

Je ne le pense pas. Néanmoins, l'*identification* réussit quand $n = 1$.

(V) *Premier Mémoire*, p. 11.

Donc, par le changement de p en $n-q$:

$$X_{2n}=\frac{1}{4^n}\sum_{q=0}^{q=n}(-1)^{n-q}C_{2n,n-q}\cdot C_{2n+2q,2q}x^{2q},\qquad X_{4n}=\frac{1}{16^n}\sum_{q=0}^{q=2n}(-1)^{2n-q}C_{4n,2n-q}\cdot C_{4n+2q,2q}x^{2q}. \quad (43)$$

On conclut, de ces valeurs,

$$16^n(X_{2n}-X_{4n})=\sum_{q=0}^{q=2n}N_{2q}x^{2q}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (44)$$

en posant

$$N_{2q}=(-1)^{q+1}\left[4^nC_{2n,n-q}\cdot C_{2n+2q,2q}\pm C_{4n,2n-q}\cdot C_{4n+2q,2q}\right]; \quad \ldots\ldots \quad (45)$$

selon que n est *impair* ou *pair*.

La quantité entre parenthèses, développée, est

$$4^n\frac{2n(2n-1)\ldots(n+q+1)}{1.2\ldots(n-q)}\times\frac{(2n+2q)\ldots(2n+1)}{1.2\ldots 2q}$$
$$\pm\frac{4n(4n-1)\ldots(2n+q+1)}{1.2\ldots(2n-q)}\times\frac{(4n+2q)\ldots(4n+1)}{1.2\ldots 2q},$$

ou

$$\frac{1}{1.2\ldots 2q}\left[4^n\frac{(n+q+1)(n+q+2)\ldots(2n+2q)}{1.2\ldots(n-q)}\pm\frac{(2n+q+1)(2n+q+2)\ldots(4n+2q)}{1.2\ldots(2n-q)}\right].$$

Les deux numérateurs sont divisibles par

$$(2n+q+1)(2n+q+2)\ldots(2n+2q).$$

Ainsi

$$N_{2q}=(-1)^{q+1}\frac{(2n+q+1)(2n+q+2)\ldots(2n+2q)}{1.2\ldots 2q}$$
$$\times\left[4^n\frac{(n+q+1)\ldots(2n+q)}{1.2\ldots(n-q)}\pm\frac{(2n+2q+1)\ldots(4n+2q)}{1.2\ldots(2n-q)}\right],$$

ou

$$N_{2q}=(-1)^{q+1}\frac{(2n+q+1)\ldots(2n+2q)}{1.2\ldots 2q\times 1.2\ldots(2n-q)}H_{2q}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (46)$$

pourvu que l'on fasse

$$H_{2q}=4^n(n+q+1)\ldots(2n+q)\times(n-q+1)(n-q+2)\ldots(2n-q)\pm(2n+2q+1)\ldots(4n+2q). \quad (47)$$

Dans le dernier produit, les facteurs *pairs* sont :

$$2n + 2q + 2 = 2(n + q + 1), \quad 2n + 2q + 4 = 2(n + q + 2), \quad \ldots \quad 4n + 2q = 2(2n + q)$$

De plus, il y en a n. Donc

$$\left.\begin{array}{l} H_{2q} = 2^n (n + q + 1)(n + q + 2) \ldots (2n + q) \\ \times \left[(2n - 2q + 2)(2n - 2q + 4) \ldots (4n - 2q) \pm (2n + 2q + 1)(2n + 2q + 3) \ldots (4n + 2q - 1)\right] \end{array}\right\}; \quad (48)$$

puis

$$\left.\begin{array}{l} N_{2q} = (-1)^{q+1} 2^n \dfrac{(n + q + 1) \ldots (2n + 2q)}{1 . 2 \ldots 2q \times 1 . 2 \ldots (2n - q)} \\ \times \left[(2n - 2q + 2)(2n - 2q + 4) \ldots (4n - 2q) \pm (2n + 2q + 1)(2n + 2q + 3) \ldots (4n + 2q - 1)\right] \end{array}\right\} \quad (49)$$

XLIII. Lemme. — *Soient* a, b, c *des nombres entiers, et*

$$N = (a + c)(a + 2c) \ldots (a + nc) \pm (b + c)(b + 2c) \ldots (b + nc) \quad (*).$$

On a

$$N = \mathfrak{M}\left[a + b + (n + 1)c\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (50)$$

En effet, la seconde partie de N peut être mise sous la forme :

$$\pm \left[a + b + (n + 1)c - (a + nc)\right]\left[a + b + (n + 1)c - (a + \overline{n - 1}c)\right] \ldots \left[a + b + (n + 1)c - (a + c)\right].$$

Donc

$$N = (a + c)(a + 2c) \ldots (a + nc) \pm \mathfrak{M}\left[a + b + (n + 1)c\right] - (a + nc)(a + \overline{n - 1}c) \ldots (a + c);$$

etc. (**).

(*) On prend le signe +, si n est *impair*.

(**) La fonction N, rencontrée par hasard, suggère les questions suivantes :

1° *Discuter les cônes dont l'équation est*

$$(x + z)(x + 2z) \ldots (x + nz) = (y + z)(y + 2z) \ldots (y + nz);$$

2° *Discuter les lignes représentées par*

$$(x - 1)(x - 2) \ldots (x - n) = (y - 1)(y - 2) \ldots (y - n);$$

etc.

XLIV. *Application.* — Soient :

$$a + c = 2n - 2q + 2, \quad b + c = 2n + 2q + 1, \quad c = 2.$$

Alors, dans la formule (49), *le dernier facteur est divisible par* $6n + 1$.

XLV. *Remarque.* — D'après la *première* valeur de X_{2n} (43), *le coefficient* N_{2q} *est entier. Si donc* $6n + 1$ *est un nombre premier,*

$$N_{2q} = \text{[illegible]}\ (6n + 1)\ (^*)$$

XLVI. *Vérification.* — Soit $n = 3$, auquel cas $6n + 1 = 19$. On a, par la formule (45) :

$$N_0 = -[64 . C_{6,3} + C_{12,6}] = -[64 . 20 + 924] = -2\,204 = -19 . 116,$$
$$N_2 = 64 . C_{6,2} . C_{8,2} + C_{12,5} . C_{14,2} = 64 . 15 . 28 + 792 . 91 = 98\,952 = 19 . 5\,208,$$
$$N_4 = -[64 . C_{6,1} . C_{10,4} + C_{12,4} . C_{16,4}] = -[64 . 6 . 210 + 495 . 1\,820] = -981\,540 = -19 . 51\,660,$$
$$N_6 = 64 . C_{12,6} + C_{12,3} . C_{18,6} = 64 . 9 . 4 + 220 . 18\,564 = 4\,143\,216 = 19 . 218\,064,$$
$$N_8 = -C_{12,2} . C_{20,8} = -66 . 125\,970 = -19 . 437\,580,$$
$$N_{10} = C_{12,1} . C_{22,10} = 12 . 22 . 7 . 19 . 17 . 13 = 19 . 408\,408,$$
$$N_{12} = -C_{24,12} = -14 . 19 . 17 . 13 . 46 = -19 . 142\,324.$$

XLVII. *Recherche d'un quotient.* — Reprenons l'égalité

$$16^n (X_{2n} - X_{4n}) = N_0 + N_2 x^2 + N_4 x^4 + \cdots + N_{4n} x^{4n}. \quad \ldots \quad (44)$$

Il en résulte :

$$16^n \frac{X_{2n} - X_{4n}}{1 - x^2} = \begin{array}{l|l|l|l} N_0 + N_0 & x^2 + N_0 & x^2 + \cdots + N_0 & x_{4n-2} \\ \quad + N_2 & \quad + N_2 & \qquad\qquad + N_2 & \\ & \quad + N_4 & \qquad\qquad \ldots\ldots & \\ & & \qquad\qquad + N_{4n-2} & \end{array} \quad \ldots \quad (51)$$

(*) En effet, ce nombre premier surpasse les facteurs $2q$ et $2n - q$, du dénominateur.

Lorsque $x = 1$, la vraie valeur de la fraction est

$$-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{dX_{2n}}{dx}\right) - \left(\frac{dX_{4n}}{dx}\right)\right]_{(x=1)};$$

c'est-à-dire (*) :

$$-\frac{1}{2}\left[\frac{2n(2n+1)}{2} - \frac{4n(4n+1)}{2}\right] = \frac{1}{2}n(6n+1).$$

D'un autre côté, le dernier terme du quotient cherché doit être $-N_{4n}x^{4n-2}$. Nous pouvons donc énoncer la proposition suivante :

XLVIII. Théorème. — *Les coefficients* $N_0, N_2, \ldots N_{4n}$ *satisfont aux relations*

$$(2n)N_0 + (2n-1)N_2 + \cdots + N_{4n-2} = \frac{1}{2}16^n . n(6n+1), \quad \ldots\ldots \quad (52)$$

$$N_0 + N_2 + N_4 + \cdots + N_{4n} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (53)$$

XLIX. *Vérification.* — Lorsque $n = 3$, la première égalité devient, après suppression du facteur 19 :

$$-116.6 + 5\,208.5 - 51\,660.4 + 218\,064.3 - 437\,580.2 + 408\,408 = \frac{3}{2}16^3;$$

ce qui est exact.

De même, la seconde se réduit à

$$-116 + 5\,208 - 51\,660 + 218\,064 - 437\,580 + 408\,408 - 142\,324 = 0,$$

ou

$$-651\,680 + 651\,680 = 0.$$

L. Lemme. — *Soit* f(x) *un polynôme entier, du degré* m. *Si l'équation* $f(x) = 0$ *a toutes ses racines réelles, l'équation* $f'^2 - ff'' = 0$ *a toutes ses racines imaginaires* (**).

(*) *Premier Mémoire*, p. 19.

(**) Propriété presque évidente. Dans le tome III des *Mélanges mathématiques*, nous y reviendrons.

LI. Corollaire. — *L'équation*

$$\left(\frac{dX_n}{dx}\right)^2 - X_n \frac{d^2X_n}{dx} = 0, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (54)$$

dont le degré est $2n-2$, *n'a aucune racine réelle.*

Soit, par exemple, $n = 4$, auquel cas :

$$X_4 = \frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3), \qquad X' = \frac{20}{8}(7x^3 - 3x), \qquad X'' = \frac{60}{8}(7x^2 - 1).$$

L'équation (54) devient

$$20(7x^3 - 3x)^2 - 3(35x^4 - 30x^2 + 3)(7x^2 - 1) = 0,$$

ou

$$245x^6 - 105x^4 + 27x^2 + 9 = 0;$$

et les racines de celle-ci sont imaginaires.

LII. *Intégrale définie remarquable.* — Dans nos précédentes recherches sur les fonctions X_n, nous avons omis de mettre, sous forme d'intégrale définie, la quantité $u = (1 - 2zx + z^2)^{-\frac{1}{2}}$, *fonction génératrice* de X_n. Le problème est facile à résoudre.

En effet, si l'on écrit, par exemple,

$$X_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f_n(x, \theta)\,d\theta; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (55)$$

on aura, par la sommation de la série

$$\left.\begin{array}{c} f_0(x, \theta) + zf_1(x, \theta) + z^2 f_2(x, \theta) + \cdots, \\ u = \int_0^{\frac{\pi}{2}} S\,d\theta, \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (56)$$

S désignant la somme dont il s'agit. Seulement, la quantité $f_n(x, \theta)$ doit être convenablement choisie.

La solution la plus simple résulte, croyons-nous, de la formule

$$X_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2\cos\varphi)^n (x\cos\varphi + \sqrt{-1}\sin\varphi)^n\, d\varphi\,, \quad \ldots\ldots \quad (21)$$

dont nous avons déjà montré l'utilité.

Soit donc, en négligeant le facteur $\frac{2}{\pi}$,

$$S = 1 + 2z\cos\varphi(x\cos\varphi + \sqrt{-1}\sin\varphi) + (2z\cos\varphi)^2(x\cos\varphi + \sqrt{-1}\sin\varphi)^2 + \cdots;$$

le second membre étant, bien entendu, réduit à sa partie réelle.

Opérant comme nous l'avons fait ci-dessus (XXXVI), on trouve

$$S = \frac{1}{1 - 2z\cos\varphi(x\cos\varphi + \sqrt{-1}\sin\varphi)} = \frac{1 - 2zx\cos^2\varphi}{(1 - 2zx\cos^2\varphi)^2 + 4z^2\cos^2\varphi\sin^2\varphi};$$

puis, au lieu de la formule (56) :

$$\frac{1}{\sqrt{1 - 2zx + z^2}} = \frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - 2zx\cos^2\varphi}{(1 - 2zx\cos^2\varphi)^2 + 4z^2\cos^2\varphi\sin^2\varphi}\, d\varphi\,,$$

ou

$$\frac{1}{\sqrt{1 - 2zx + z^2}} = \frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - 2zx\cos^2\varphi}{1 + 4(z - x)z\cos^2\varphi + 4z^2(x^2 - 1)\cos^4\varphi}\, d\varphi \quad . \quad . \quad (K')$$

Voici donc une intégrale définie qui satisfait à la question proposée (*). Comme elle contient deux paramètres, on pourra, si l'on veut, en déduire des séries d'autres intégrales, plus ou moins remarquables.

(*) La formule de Jacobi réussit moins bien. Il en est de même, à peu près, pour l'expression de X_n, donnée à la page 13 du *premier Mémoire*.

Dans la *Théorie des fonctions sphériques*, du regretté Heine, on trouve (T. I, p. 36), cette autre formule, plus simple que (K') :

$$\frac{\pi}{\sqrt{1 - 2zx + z^2}} = \int_0^{\pi} \frac{d\varphi}{zx - z\cos\varphi\sqrt{x^2 - 1} - 1}\,.$$

Tout récemment, M. Hermite m'en a donné une démonstration simple et élégante.

LIII. *Vérification.* — L'intégrale considérée est la même chose que

$$H = \int_0^\infty \frac{t^2 + 1 - 2zx}{(t^2+1)^2 + 4(z-x)(t^2+1)z + 4z^2(x^2-1)} dt. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (57)$$

Si l'on suppose le dénominateur décomposé en $(t^2+\alpha^2)(t^2+\beta^2)$, on a :

$$\alpha^2 + \beta^2 = 2 + 4(z-x)z, \quad \alpha^2\beta^2 = 1 + 4(z-x)z^2 + 4z^2(x^2-1) = (1-2zx)^2;$$

puis :

$$\alpha\beta = 1 - 2zx, \quad \alpha + \beta = 2\sqrt{1 - 2zx + z^2}.$$

La fraction étant remplacée par

$$\frac{A}{t^2+\alpha^2} + \frac{B}{t^2+\beta^2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (58)$$

on trouve, après une réduction facile :

$$A = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}, \quad B = \frac{\beta}{\alpha+\beta}.$$

Mais, évidemment,

$$H = \frac{\pi}{2}\left(\frac{A}{\alpha} + \frac{B}{\beta}\right) = \frac{\pi}{\alpha+\beta} = \frac{\pi}{2\sqrt{1-2zx+z^2}}.$$

Donc le second membre de (K') égale $\frac{1}{\sqrt{1-2zx+z^2}}$.

LIV. *Autre intégrale définie.* — Au moyen des abréviations précédentes, la formule (57) se réduit à

$$H = \int_0^\infty \frac{t^2 + \alpha\beta}{(t^2+\alpha^2)(t^2+\beta^2)} dt.$$

Par conséquent,

$$\frac{\pi}{\alpha+\beta} = \int_0^\infty \frac{t^2+\alpha\beta}{(t^2+\alpha^2)(t^2+\beta^2)} dt. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (L')$$

Cette formule, presque évidente, en rappelle une autre, bien connue :

$$\frac{1}{\alpha+\beta}=\int_0^\infty e^{-(\alpha+\beta)x}dx.$$

LV. *Remarque.* — La relation (L') suppose $\alpha>0$, $\beta>0$. Si l'on faisait d'autres hypothèses sur ces paramètres, on s'exposerait à de graves erreurs. Soit, par exemple, $\beta=0$. On trouve

$$\frac{\pi}{\alpha}=\int_0^\infty \frac{dt}{t^2+\alpha^2};$$

ce qui est *faux*. De même, pour $\beta=-\alpha$, l'égalité (L') devient

$$\frac{\pi}{0}=\int_0^\infty \frac{t^2-\alpha^2}{(t^2+\alpha^2)^2}dt;$$

etc. La raison de ces *irrégularités* est facile à saisir : dans les expressions (57) et suivantes, 1° la fraction $\frac{t^2+\alpha\beta}{(t^2+\alpha^2)(t^2+\beta^2)}$ a été supposée irréductible ; 2° β^2 a été supposé différent de α^2.

P. S. En terminant, je m'aperçois que la formule (K') donne lieu à une foule de *nouvelles* questions. Le lecteur pourra se les poser; et, peut-être, en résoudre quelques-unes. Qu'il me permette de quitter un sujet sur lequel, depuis douze ans, j'ai publié bon nombre de travaux.

Liége, 29 février 1888.

[VI]

THÉORIE

DES

MOUVEMENTS DIURNE, ANNUEL ET SÉCULAIRE

DE

L'AXE DU MONDE

(*suite et fin*)

par F. FOLIE,

MEMBRE DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE.

(Présenté à la Classe des sciences dans la séance du 3 janvier 1887.)

THÉORIE

DES

MOUVEMENTS DIURNE, ANNUEL ET SÉCULAIRE

DE

L'AXE DU MONDE

(*suite et fin*).

CHAPITRE IV.

Des termes du second ordre de la nutation en obliquité et en longitude.

59. Dans les articles précédents, nous avons intégré les équations du mouvement de l'axe du monde en nous conformant à la marche suivie par Laplace, Poisson et Peters, afin de pouvoir établir, sous la forme la plus simple, la comparaison de nos résultats avec les leurs, et nous avons trouvé néanmoins des différences assez notables entre nos coefficients et ceux qui se déduisent de leurs formules (art. 50).

Mais on peut, et l'on doit aujourd'hui (*) les intégrer d'une manière plus rigoureuse. On trouvera ainsi des termes dont il n'est tenu aucun compte dans les formules usuelles, que nous appellerons termes du second ordre, et qui ne sont nullement insignifiants à côté de ceux dont il est très généralement fait usage.

Pour comparer nos formules à celles de nos prédécesseurs, nous avons, comme eux, considéré, dans l'intégration de nos formules différentielles,

(*) Si Laplace ni Poisson ne l'ont fait, c'est parce qu'ils croyaient pouvoir s'en tenir aux dixièmes de seconde d'arc au plus. Mais les formules de Peters, qui a tenu compte des 0".0001, sont à cet égard, comme on le verra, bien défectueuses.

l'obliquité de l'écliptique comme une constante, parce qu'elle n'est sujette qu'à une variation séculaire très faible et à une nutation qui peut à peine s'élever à $10''$.

Mais puisque les astronomes jugent à propos de conserver jusqu'aux $0''.0001$ dans leurs formules, il n'est plus permis de négliger la nutation en obliquité dans aucun des termes qui sont des fonctions de cette obliquité.

Nous allons donc l'y introduire, mais en nous bornant aux deux premiers termes seulement de la nutation ; c'est-à-dire que, dans nos équations différentielles, nous allons remplacer l'obliquité vraie θ par $\theta_0 + \varepsilon$, θ_0 désignant l'obliquité moyenne, considérée comme constante, et ε la nutation en obliquité, que nous ferons égale à

$$(96) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \varepsilon = N_1 \cos \Omega + N_2 \cos 2\odot,$$

N_1 représentant la constante de la nutation, $9''.223$ et N_2 la constante $0''.54$.

60. Commençons par nous occuper du terme qui donne la précession. Nous avons trouvé (61)

$$\sin\theta \frac{d\psi}{dt} = s_2 u_0 \frac{\mu - \varpi}{1 - \varpi} = - s_2 P,$$

P désignant une constante.

En remplaçant θ par $\theta_0 + \varepsilon$, cette équation devient :

$$\frac{d\psi}{dt} = -2P(c_1 - s_1\varepsilon) = -2Pc_1(1 - t_1 N_1 \cos \Omega - t_1 N_2 \cos 2\odot).$$

Si nous faisons $2Pc_1 = P_1$, constante de la précession, nous aurons

$$(97) \quad \ldots\ldots \quad \Delta\psi = - P_1 t + \frac{t_1 P_1 N_1}{\omega_1} \sin \Omega + \frac{t_1 P_1 N_2}{2 m_1} \sin 2\odot.$$

Le premier terme du second membre est la précession.

Les deux autres, qui rentrent dans la nutation, ont été négligés par tous les géomètres.

Représentons-les par $\Delta^2\Psi$, et calculons-en la valeur numérique; il viendra

$$(98) \ldots \ldots \quad \Delta^2\psi = -0''.002896 \sin \Omega + 0''.0000045 \sin 2\odot.$$

Tels sont les termes du second ordre, qui proviennent de ce que l'on n'a pas tenu compte de la nutation en obliquité dans l'intégration du terme qui donne la précession.

61. Recherchons maintenant ceux qui proviennent de la même négligence commise dans la recherche des termes de la nutation elle-même.

Nous pourrons écrire d'abord, en vertu des formules précédentes (64), (66), (84) et (11) :

$$\frac{d\theta}{dt} = k_1 \cos\theta \sin\Omega - k_2 \sin\theta \sin 2\odot,$$

k_1 et k_2 désignant des constantes.

En remplaçant θ par $\theta_0 + \varepsilon$ et posant, comme plus haut, les sinus, cosinus, tangente et cotangente de l'obliquité ou du double de l'obliquité égaux à s_1, c_1, t_1, c'_1; s_2, c_2, t_2, c'_2, il viendra

$$\frac{d\theta}{dt} = k_1 c_1 (1 - t_1\varepsilon) \sin\Omega - k_2 c_1 (t_1 + \varepsilon) \sin 2\odot,$$

ou par (96) :

$$= k_1 c_1 \sin\Omega - \frac{1}{2} k_1 s_1 [\mathrm{N}_1 \sin 2\Omega + \mathrm{N}_2 \sin(2\odot + \Omega) - \mathrm{N}_2 \sin(2\odot - \Omega)]$$
$$- k_2 s_1 \sin 2\odot - \frac{1}{2} k_2 c_1 [\mathrm{N}_1 \sin(2\odot + \Omega) + \mathrm{N}_1 \sin(2\odot - \Omega) + \mathrm{N}_2 \sin 4\odot].$$

L'intégration donnera

$$\Delta\theta = -\frac{k_1 c_1}{\omega_1}\cos\Omega + \frac{k_2 s_1}{2m_1}\sin 2\odot + \frac{1}{2}k_1 s_1 \left[\frac{\mathrm{N}_1}{2\omega_1}\cos 2\Omega + \frac{\mathrm{N}_2}{2m_1+\omega_1}\cos(2\odot+\Omega) - \frac{\mathrm{N}_2}{2m_1-\omega_1}\cos(2\odot-\Omega)\right]$$
$$+ \frac{1}{2}k_2 c_1 \left[\frac{\mathrm{N}_1}{2m_1+\omega_1}\cos(2\odot+\Omega) + \frac{\mathrm{N}_1}{2m_1-\omega}\cos(2\odot-\Omega) + \frac{\mathrm{N}_2}{2m_1}\cos 4\odot\right].$$

Les deux premiers termes de cette expression sont les termes connus de la nutation en obliquité; les autres sont ceux qui proviennent de ce que, dans notre formule, nous avons substitué l'obliquité vraie à l'obliquité moyenne; en les représentant par $\Delta^2\theta$, il vient :

$$\Delta^2\theta = \frac{1}{4}\frac{k_1 s_1 N_1}{\omega_1}\cos 2☊ + \frac{1}{2}\frac{k_1 s_1 N_2 + k_2 c_1 N_1}{2m_1+\omega_1}\cos(2⊙+☊) + \frac{1}{2}\frac{k_2 c_1 N_1 - k_1 s_1 N_2}{2m_1-\omega_1}\cos(2⊙-☊) + \frac{1}{4}\frac{k_2 c_1}{m_1}N_2\cos 4⊙.$$

Pour le calcul numérique de cette expression, on remarquera que

$$-\frac{k_1 c_1}{\omega_1} = N_1 = 9''.223, \quad \frac{k_2 s_1}{2m_1} = N_2 = 0''.54.$$

En l'effectuant on trouvera

$$(99)\quad \Delta^2\theta = -0''.000045\cos 2☊ + 0''.000035\cos(2⊙+☊) + 0''.000030\cos(2⊙-☊).$$

Tels sont les termes du second ordre en obliquité.

62. On trouverait de même, en longitude :

$$\frac{d\psi}{dt} = k_1\frac{\cos 2\theta}{\sin\theta}\cos ☊ - k_2\cos\theta\cos 2⊙,$$

et, en remplaçant θ par $\theta_0 + \varepsilon$:

$$\begin{aligned}
\frac{d\psi}{dt} &= k_1\frac{c_2 - 2s_2\varepsilon}{s_1 + c_1\varepsilon}\cos ☊ - k_2 c_1(1 - t_1\varepsilon)\cos 2⊙ \\
&= k_1\frac{c_2}{s_1}\left[1 - (2t_2 + c_1')\varepsilon\right]\cos ☊ - k_2 c_1(1 - t_1\varepsilon)\cos 2⊙ \\
&= \frac{k_1 c_2}{s_1}\cos ☊ - k_2 c_1\cos 2⊙ \\
&\quad - \frac{k_1}{s_1}c_2(2t_2 + c_1')\left[N_1\frac{1+\cos 2☊}{2} + \frac{1}{2}N_2\cos(2⊙+☊) + \frac{1}{2}N_2\cos(2⊙-☊)\right] \\
&\quad + \frac{1}{2}k_2 s_1\left[N_1\cos(2⊙+☊) + N_1\cos(2⊙-☊) + N_2(1+\cos 4⊙)\right].
\end{aligned}$$

Intégrant, et nous bornant immédiatement à écrire les termes du second ordre, représentés par $\Delta^2\psi$, nous trouverons

$$\Delta^2\psi = -\frac{1}{2}k_1\frac{c_2}{s_1}(2t_2 + c'_1)\left[N_1 t + N_1\frac{\sin 2\Omega}{2\omega_1}\right] + \frac{1}{2}k_2 s_1 N_2 t + \frac{1}{8}k_2 s_1 N_2\frac{\sin 4\odot}{m_1}$$
$$+\frac{1}{2}\left[-\frac{k_1 c_2}{s_1}(2t_2 + c'_1)N_2 + k_2 s_1 N_1\right]\left[\frac{\sin(2\odot + \Omega)}{2m_1 + \omega_1} + \frac{\sin(2\odot - \Omega)}{2m_1 - \omega_1}\right].$$

Pour effectuer le calcul numérique, on pourra observer que $-\frac{k_1 c_2}{s_1\omega_1} = 17''.24$, $\frac{k_2 c_1}{2m_1} = 1''.25$, et l'on obtiendra

$$(100)\ .\ .\ \begin{cases}\Delta^2\psi = -0''.00057t + 0''.00087\sin 2\Omega + 0''.00002154\sin(2\odot + \Omega)\\ \qquad + 0''.00001819\sin(2\odot - \Omega) + 0''.00000035\sin 4\odot.\end{cases}$$

Un premier résultat qui frappe dans cette expression, est l'existence d'un terme non périodique, qui doit rentrer dans la précession.

Ainsi, de même que l'introduction de l'obliquité vraie au lieu de l'obliquité moyenne nous a donné, dans le terme de la précession, des termes du second ordre rentrant dans la nutation, de même elle nous donne, dans les termes principaux de la nutation en longitude, des termes du second ordre qui rentrent dans celui de la précession.

Ce n'est pas qu'en théorie pure il en puisse être ainsi. La présence de ces derniers termes provient en effet de ce que nous avons écrit $\sin\varepsilon = \varepsilon$. Sans cette simplification, les termes proportionnels au temps seraient devenus des termes périodiques. Mais leur période serait tellement longue qu'en pratique ils pourront se réduire à la première partie de leur développement, laquelle est proportionnelle au temps.

63. En combinant ces termes du second ordre avec ceux que nous avons déjà trouvés précédemment comme complément du terme qui donne la précession (98), et reproduisant les termes du second ordre en obliquité (99), nous aurons enfin :

$$(101)\ \begin{cases}\Delta^2\theta = -0''.000045\cos 2\Omega + 0''.000035\cos(2\odot + \Omega) + 0''.00003\cos(2\odot - \Omega),\\ \Delta^2\psi = -0''.00057t - 0''.00290\sin\Omega + 0''.00086\sin 2\Omega.\end{cases}$$

Tels sont les termes qui ont été négligés dans les formules relatives au mouvement de rotation de la Terre, et particulièrement dans celles de Peters, dont tous les astronomes font usage.

Afin de leur permettre de substituer à ces formules les formules plus exactes qui résultent de nos recherches, nous donnerons à la fin de ce travail les expressions complètes du mouvement de l'axe du monde, telles qu'elles résultent de la combinaison de nos précédentes formules (*) avec ces dernières (101), en les arrêtant toutefois aux termes vraiment utiles.

Il serait prématuré de donner dès à présent ces formules. On verra en effet que, si l'intérieur de la Terre est fluide, cette circonstance pourrait introduire de nouveaux termes dans les formules de la nutation annuelle.

(*) Nous y adopterons les coefficients trouvés par M. le D[r] Ubaghs, qui a poussé nos développements jusqu'à la 4[e] puissance de l'excentricité. (*Mémoires cour. et des sav. étrangers de l'Académie royale de Belgique*, in-4°, t. XLVII.)

CHAPITRE V.

Calcul des termes dus aux inégalités du sphéroïde terrestre.

64. Dans les chapitres précédents de ce livre II, nous avons intégré les équations du mouvement de l'axe du monde, en considérant la Terre, au point de vue de l'action exercée sur elle par les astres attirants, comme un ellipsoïde de révolution.

Et de fait, nous pensons qu'aucun terme, sensible aux observations, ne peut provenir des inégalités du sphéroïde, dans le mouvement de l'axe de notre globe envisagé comme une masse solide.

Il n'en sera plus de même bien évidemment si, au lieu du mouvement de l'axe de la Terre, nous étudions, en lui-même, celui de l'axe de son écorce solide, abstraction faite du noyau fluide.

Or la nutation diurne, dont l'existence est aujourd'hui certaine (*), prouve le fait d'une indépendance assez grande entre le mouvement de l'écorce et celui du noyau; et l'axe, dont nous avons à déterminer le mouvement, est bien celui de l'écorce que nous habitons, et non celui de son noyau fluide, ni leur axe résultant, qui nous sont tous deux inconnus.

Nous allons donc rechercher les équations du mouvement de l'axe de la croûte terrestre.

Et ici nous ne pourrons certes pas négliger les inégalités de l'écorce.

Il en est une, en particulier, dont nous aurons à tenir compte, mais dont il n'est même pas possible de fixer le sens à priori.

Si, comme nous le ferons, nous regardons l'aplatissement comme étant le même dans les deux hémisphères, il n'en est pas moins vrai que la gravitation doit être évidemment plus grande dans l'hémisphère boréal que dans l'hémisphère austral, à cause de la prédominance marquée des continents dans le premier.

(*) *Comptes rendus*. Séance du 13 décembre 1886, et *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 3e série, t. XIII.

Mais, d'autre part, il est aussi très probable, et cela pour la même raison, que l'épaisseur de la croûte solide est plus considérable dans ce dernier hémisphère. En sorte que le moment d'inertie de chaque hémisphère est à la fois augmenté et diminué, sans que nous puissions savoir dans quel rapport, par la même circonstance.

Celle-ci aura, dans tous les cas, absolument le même effet qu'aurait un aplatissement plus considérable de l'un des deux hémisphères. Pour la dénommer, nous nous servirons donc du terme *différence d'aplatissement*, mais en y attachant le sens que nous venons d'y donner.

65. Nous aurions pu prendre, comme point de départ de cette analyse, les formules par lesquelles Serret a exprimé l'action du Soleil et celle de la Lune sur le sphéroïde terrestre, dans son beau mémoire intitulé : *Théorie du mouvement de la Terre autour de son centre de gravité* (*).

Pour rester, toutefois, fidèle au principe que nous avons adopté dans cet ouvrage, de permettre au lecteur de nous suivre, sans recourir à aucune source étrangère, nous rechercherons d'une façon sommaire les termes dont l'influence ne nous paraît pas négligeable dans les actions des astres attirants sur l'écorce solide du globe.

Soit L la masse de l'astre, supposée concentrée en son centre de gravité; x, y, z ses coordonnées; $x_1\ y_1\ z_1$ celles d'un élément dm de l'écorce terrestre, rapportées toutes aux axes principaux de celle-ci.

La force attractive de l'astre L sur l'élément dm est, si nous prenons le coefficient de l'attraction égal à l'unité, $\frac{Ldm}{\Delta^2}$, Δ^2 étant égal à

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2.$$

Les composantes de cette force suivant les trois axes sont $Ldm\frac{x - x_1}{\Delta^3}$, etc. Ses moments :

$$\frac{Ldm}{\Delta^3}\{(x - x_1)z_1 - (z - z_1)x_1\} = Ldm\frac{xz_1 - zx_1}{\Delta^3};\ \text{etc.}$$

(*) *Annales de l'Observatoire de Paris*, publié par Leverrier, t. V.

La somme de ces moments sera l'intégrale

$$L\sum \frac{xz_1 - zx_1}{\Delta^3}\, dm,$$

étendue à toute la masse de l'écorce solide du globe. Or, $D = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ désignant la distance des centres de gravité des deux corps, on a :

$$\frac{1}{\Delta^3} = \frac{1}{D^3}\left\{\begin{array}{l} 1 + 3\dfrac{xx_1 + yy_1 + zz_1}{D^3} \\ + \dfrac{3}{2}\left[5\dfrac{(xx_1 + yy_1 + zz_1)^2}{D^4} - \dfrac{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}{D^2}\right] \\ + \dfrac{5}{2}\left[7\dfrac{(xx_1 + yy_1 + zz_1)^3}{D^6} - 3\dfrac{(x_1^2 + y_1^2 + z_1^2)}{D^2}\dfrac{(xx_1 + yy_1 + zz_1)}{D^2}\right] \\ + \cdots \end{array}\right\}.$$

L'intégrale $L\Sigma\frac{xz_1 - zx_1}{\Delta^3}dm$ pourra se mettre sous la forme

$$3L\frac{xz}{D_0^5}\Sigma(z_1^2 - x_1^2)dm + \delta P = P + \delta P;$$

la quantité P étant celle qui produit les termes de la nutation annuelle et de la nutation diurne trouvés précédemment, et qui est représentée par cette même lettre dans l'article 2.

De même, l'intégrale $L\Sigma\frac{zy_1 - yz_1}{\Delta^3}dm$ s'écrira $Q + \delta Q$.

66. Occupons-nous donc exclusivement du calcul de δP.

Dans ce calcul, nous nous bornerons aux termes qui ne renferment que la première puissance des coordonnées x, y, z, multipliée ou non par x^2, y^2 ou z^2, puisqu'ils sont les seuls, comme nous le verrons, qui puissent introduire des corrections appréciables dans les résultats fournis par les termes qui proviennent de P.

Nous nous abstiendrons, dans le développement, d'avoir égard aux termes qui seront multipliés par des expressions de la forme $\Sigma x_1 dm$, etc., $\Sigma x_1 z_1 dm$, etc., puisque celles-ci sont nulles en vertu des propriétés du centre de gravité et des axes principaux d'inertie.

Ceci posé, nous pourrons nous borner à écrire, pour cette recherche :

$$\frac{xz_1 - zx_1}{\Delta^3} = \frac{3}{2}\frac{xz_1 - zx_1}{D^3}\left[5\frac{(xx_1 + yy_1 + zz_1)^2}{D^4} - \frac{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}{D^2}\right]$$

$$= \frac{3}{2}\frac{xz_1 - zx_1}{D^5}\left[4y_1^2 - x_1^2 - z_1^2 + 5\frac{x^2}{D^2}x_1^2 + 5\frac{z^2}{D^2}z_1^2 - 5\frac{x^2 + z^2}{D^2}y_1^2 + 10\frac{xyx_1y_1 + xzx_1z_1 + yzy_1z_1}{D^2}\right]$$

$$= \frac{3}{2}\frac{xz_1}{D^5}\left[4y_1^2 - x_1^2 - z_1^2 + 5\frac{x^2}{D^2}(x_1^2 - y_1^2) + 5\frac{z^2}{D^2}(z_1^2 - y_1^2 - 2x_1^2)\right]$$

$$- \frac{3}{2}\frac{zx_1}{D^5}\left[4y_1^2 - x_1^2 - z_1^2 + 5\frac{z^2}{D^2}(z_1^2 - y_1^2) + 5\frac{x^2}{D^2}(x_1^2 - y_1^2 - 2z_1^2)\right]$$

$$+ 15\frac{x_1y_1z_1}{D^4}\frac{4}{D}\frac{x^2 - z^2}{D^2} + 15\frac{y_1(z_1^2 - x_1^2)}{D^4}\frac{xyz}{D^5}.$$

On remarquera que la seconde parenthèse carrée se déduit de la première par la simple permutation des x et des z.

Or, celle-ci peut s'écrire

$$4y_1^2 - x_1^2 - z_1^2 + 5\frac{x^2 + z^2}{D^2}(x_1^2 - y_1^2) + 5\frac{z^2}{D^2}(z_1^2 - 3x_1^2),$$

ou bien, en remplaçant $x^2 + z^2$ par $D^2 - y^2$:

$$- y_1^2 + 4x_1^2 - z_1^2 - 5\frac{y^2}{D^2}(x_1^2 - y_1^2) + 5\frac{z^2}{D^2}(z_1^2 - 3x_1^2)$$

d'où, prenant la demi-somme, on déduira aisément, pour la valeur de la première parenthèse :

$$\frac{1}{2}\left[(3y_1^2 - 3x_1^2 - 2z_1^2)\left(1 - 5\frac{z^2}{D^2}\right) + 5(x_1^2 - y_1^2)\frac{x^2 - y^2 - 2z^2}{D^2}\right]$$

et, par suite, pour celle de la seconde :

$$\frac{1}{2}\left[(3y_1^2 + 3z_1^2 - 2x_1^2)\left(1 - 5\frac{x^2}{D^2}\right) + 5(z_1^2 - y_1^2)\frac{z^2 - y^2 - 2x^2}{D^2}\right].$$

Si maintenant nous posons, en représentant par r le rayon équatorial *moyen* de la Terre :

$$(102) \ldots \left\{ \begin{array}{l} \Sigma dm x_1(3y_1^2 + 3z_1^2 - 2x_1^2) = A_1 r; \quad \Sigma dm y_1(3z_1^2 + 3x_1^2 - 2y_1^2) = B_1 r; \\ \Sigma dm z_1(3y_1^2 + 3x_1^2 - 2z_1^2) = C_1 r; \quad \Sigma dm x_1(y_1^2 - z_1^2) = D_1 r; \\ \Sigma dm y_1(z_1^2 - x_1^2) = E_1 r; \quad \Sigma dm z_1(x_1^2 - y_1^2) = F_1 r; \quad \Sigma dm x_1 y_1 z_1 = G_1 r; \end{array} \right.$$

si, de plus, nous écrivons $\frac{r}{D} = \varpi = \varpi_0 \frac{a}{D}$, a désignant la distance moyenne de l'astre, ϖ_0 sa parallaxe, et si nous nous rappelons que nous avons posé $P = (C - A)np$ et $\frac{L}{a^3} = fm_1^2$ (art. 2), il viendra :

$$\delta p = f\frac{m_1^2}{n}\varpi_0\left(\frac{a}{D}\right)^4 \left\{ \frac{3}{4}\frac{C_1}{C-A}\left(\frac{x}{D} - 5\frac{xz^2}{D^3}\right) - \frac{3}{4}\frac{A_1}{C-A}\left(\frac{z}{D} - 5\frac{zx^2}{D^3}\right) + \frac{15}{4}\frac{F_1}{C-A}\frac{x}{D}\frac{x^2 - y^2 - 2z^2}{D^2} \right.$$
$$\left. + \frac{15}{4}\frac{D_1}{C-A}\frac{z}{D}\frac{z^2 - y^2 - 2x^2}{D^2} + 15\frac{G_1}{C-A}\frac{y}{D}\frac{x^2 - z^2}{D^2} + 15\frac{E_1}{C-A}\frac{xyz}{D^3} \right\} (*).$$

Nous avons vu ci-dessus (102) que δQ se tire de δP en écrivant y au lieu de x et en changeant le signe ; mais pour passer de δp à δq on doit changer A en B et également changer le signe. On aura donc, mutatis mutandis :

$$\delta q = f\frac{m_1^2}{n}\varpi_0\left(\frac{a}{D}\right)^4 \left\{ \frac{3}{4}\frac{C_1}{C-B}\left(\frac{y}{D} - 5\frac{yz^2}{D^3}\right) - \frac{3}{4}\frac{B_1}{C-B}\left(\frac{x}{D} - 5\frac{zy^2}{D^3}\right) - \frac{15}{4}\frac{F_1}{C-B}\frac{y}{D}\frac{y^2 - x^2 - 2z^2}{D^3} \right.$$
$$\left. - \frac{15}{4}\frac{E_1}{C-B}\frac{z}{D}\frac{z^2 - x^2 - 2y^2}{D^2} + 15\frac{G_1}{C-B}\frac{x}{D}\frac{y^2 - z^2}{D^2} - 15\frac{D_1}{C-B}\frac{xyz}{D^3} \right\}.$$

67. Les équations du mouvement de rotation de l'écorce solide seront évidemment les mêmes que celles de l'article 2, si nous y remplaçons P par $P + \delta P$, ou $p, \ldots$ par $p + \delta p, \ldots$ et l, m par $l + \delta l$, $m + \delta m \ldots$

En continuant à regarder la vitesse angulaire n comme constante, ces équations pourront s'écrire :

$$\frac{dl + d\delta l}{dt} = -\frac{b}{A}n(m + \delta m + q + \delta q), \qquad \frac{dm + d\delta m}{dt} = \frac{a}{B}(n(l + \delta l + p + \delta p),$$

(*) C'est par méprise que Serret n'a que le facteur $\left(\frac{a}{D}\right)^3$ dans son expression, au lieu de $\left(\frac{a}{D}\right)^4$ qui figure dans la nôtre.

ou en comparant aux équations (1) :

$$\frac{d\delta l}{dt} = -\frac{b}{A} n(\delta m + \delta q), \qquad \frac{d\delta m}{dt} = \frac{a}{B} n(\delta l + \delta p),$$

équations qui sont absolument de la même forme que les équations primitives (1), et qui pourront, par conséquent, s'intégrer exactement par la même méthode (art. 32).

Vu l'extrême petitesse de A_1, B_1, C_1... nous n'aurons à conserver, dans les expressions finales de δp et δq, que les seuls termes qui ne renferment pas la longitude de l'astre, en nous bornant même à la première puissance de l'excentricité et de l'inclinaison de l'orbite.

Or, avec cette dernière restriction, $\left(\frac{a}{D}\right)^4$ se réduit (80) à $\left(\frac{a}{D}\right)^4 = 1 + 7e^2 + 4e_1 \cos(\lambda - \Gamma)$, en posant, pour abréger, $e\left(1 + \frac{19}{4}e^2\right) = e_1$.

Pour que les expressions qui seront multipliées par ce facteur donnent des termes indépendants de la longitude, nous ne devrons y conserver que ceux qui dépendent de la simple longitude de l'astre.

C'est ce que nous ferons dans les développements suivants.

68. Nos formules précédentes (81) nous donnent :

$$\frac{x}{D} - 5\frac{xz^2}{D^3} = \frac{1}{2}\left\{1 + c_1 - \frac{5}{4}s_1^2(1 + 3c_1)\right\}\cos(\lambda - \varphi) + \frac{1}{2}\left\{1 - c_1 - \frac{5}{4}s_1^2(1 - 3c_1)\right\}$$
$$\cos(\lambda + \varphi) - \frac{is_1}{4}(2 - 5s_1^2 + 10c_1^2)\left\{\cos(\lambda - \Omega - \varphi) - \cos(\lambda - \Omega + \varphi)\right\}$$
$$+ \frac{5}{8}is_1\left\{(s_1^2 - 2c_1 - 2c_1^2)\cos(\lambda + \Omega - \varphi) - (s_1^2 + 2c_1 - 2c_1^2)\cos(\lambda + \Omega + \varphi\right\}.$$

On en déduirait $\frac{y}{D} - 5\frac{yz^2}{D^3}$ en changeant φ en $90^\circ + \varphi$.

Quant aux termes en $\frac{z}{D}$, multipliés ou non par des termes du second ordre en x ou y, il est aisé de voir qu'ils ne donneront que des termes indépendants de φ ou renfermant 2φ; ces termes appartiendraient à la nutation diurne, et nous pouvons donc nous dispenser de les calculer.

A la rigueur, il y aurait lieu encore de tenir compte des termes de δp et de δq qui ont pour facteurs F_1 et G_1.

Mais ces facteurs sont, pour la Terre, considérée comme un ellipsoïde solide, de l'ordre de l'aplatissement par rapport à A_1, B_1 et C_1 (*), qui sont déjà eux-mêmes très petits.

Quoique cette dernière conclusion ne soit peut-être pas absolument vraie pour l'écorce solide, il est bien probable que F_1 et G_1 resteront très petits vis-à-vis de C_1, et nous négligerons les termes qui en seront affectés.

On voit par là qu'il n'y a plus à considérer que le terme en C_1 de δp et de δq.

Or, en désignant par E le facteur $\frac{3}{2}\frac{m_1^2}{n}\frac{C_1}{C-A}e_1\varpi_0 f$, dans lequel f est égal à l'unité pour le Soleil, il est manifeste que le développement de $\frac{1}{E}\delta p$, si nous n'y conservons que les termes indépendants de λ, se déduira de celui que nous venons de trouver pour $\frac{x}{D} - 5\frac{xz^2}{D^3}$, par le changement de λ en Γ.

Nous l'écrirons pour abréger :

$$\begin{aligned}\frac{1}{E}\delta p = {} & a_1\cos(\Gamma-\varphi) + a_1'\cos(\Gamma+\varphi) - b_1[\cos(\Gamma-\Omega-\varphi) - \cos(\Gamma-\Omega+\varphi)] \\ & - g_1\cos(\Gamma+\Omega-\varphi) - g_1'\cos(\Gamma+\Omega+\varphi),\end{aligned}$$

d'où il résultera (98), en négligeant ici, pour éviter des complications superflues, la très petite différence qui existe entre A et B :

$$\begin{aligned}\frac{1}{E}\delta q = {} & a_1\sin(\Gamma-\varphi) - a_1'\sin(\Gamma+\varphi) - b_1[\sin(\Gamma-\Omega-\varphi) + \sin(\Gamma-\Omega+\varphi)] \\ & - g_1\sin(\Gamma+\Omega-\varphi) + g_1'\sin(\Gamma+\Omega+\varphi),\end{aligned}$$

où a_1 ... désignent les doubles valeurs numériques des coefficients respectifs des termes en $\cos(\lambda-\varphi)$ ... dans le développement de $\frac{x}{D} - 5\frac{xz^2}{D^3}$ (97).

69. Il s'agit actuellement de trouver les variations $\delta\theta$ et $\delta\psi$, que vont subir les quantités $\Delta\theta$ et $\Delta\psi$ précédemment trouvées, du chef de ces variations δp et δq de p et de q.

Or, de même qu'à l'article 30, nous pouvons affirmer que, si $\delta p_1, \delta p_2$ ... désignent chacun des termes dont la somme forme δp; l_1, l_2, ... les valeurs

(*) Serret, Mémoire cité.

de l qui leur correspondent séparément, et ainsi des autres, et si l'on satisfait séparément à chacun des systèmes d'équations :

$$\frac{d\delta l}{dt} = -\frac{b}{A} n(\delta m_1 + \delta q_1); \quad \frac{d\delta m}{dt} = \frac{a}{B} n(\delta l_1 + \delta p_1);$$

. . . .

on aura

$$\delta l = \Sigma \delta l_1, \quad \delta m = \Sigma \delta m_1.$$

Écrivons maintenant

$$\delta p = \Sigma u_1 \cos(v_1 t \pm \varphi), \quad \delta q = \Sigma[\mp u_1 \sin(v_1 t \pm \varphi)],$$

ce qui est la forme générale des termes dont se composent δp et δq, et appliquons la méthode d'intégration que nous avons développée à l'art. 32, en considérant tout d'abord u_1 comme constant (*).

Nous trouverons, après avoir fait $\frac{a}{B} = \frac{b}{A} = \mu$, ce qui est permis ici, vu la petitesse des termes que nous obtiendrons :

$$(103). \quad \delta\theta = \sum \frac{u_1}{v_1} \frac{\mu}{1+\mu \pm v_2} \sin v_1 t, \quad \sin\theta\delta\psi = \sum \left(\pm \frac{\mu_1}{v_1} \frac{\mu}{1+\mu \pm v_2} \cos v_1 t\right),$$

formules dans lesquelles v_2 représente, comme dans les chapitres précédents, le rapport $\frac{v_1}{n}$.

70. Dans l'application de ces formules, nous ajouterons entre eux les termes qui proviennent des actions du Soleil et de la Lune.

On voit qu'ils auront pour facteur commun la quantité $\frac{3}{2}\frac{m_1^2}{n}\frac{C_1}{C-A}$ provenant de E, multipliée par $\mu = \frac{C-A}{B}$, ou $\frac{3}{2}\frac{m_1^2}{n}\frac{C_1}{B}$ que nous ferons égale à F'.

(*) Il est aisé de s'assurer que cette simplification n'aura, en pratique, aucune influence sur le résultat.

Nous accentuerons, comme ci-dessus, les quantités qui sont relatives à la Lune, et nous trouverons :

$$\frac{1}{F'}\delta\theta = a_1\left[\frac{e_1\varpi_0}{\gamma_1}\frac{\sin\Gamma}{1+\mu-\gamma_2} + f\frac{e'_1\varpi'_0}{\gamma'_1}\frac{\sin\Gamma'}{1+\mu-\gamma'_2}\right] + a'_1\left[\frac{e_1\varpi_0}{\gamma_1}\frac{\sin\Gamma}{1+\mu+\gamma_2} + f\frac{e'_1\varpi'_0}{\gamma'_1}\frac{\sin\Gamma'}{1+\mu+\gamma'_2}\right]$$
$$+ fe'_1\varpi'_0\Big\{\frac{b_1}{\gamma'_1-\omega_1}\left[\frac{1}{1+\mu+\gamma'_2-\omega_2} - \frac{1}{1+\mu-\gamma'_2+\omega_2}\right]\sin(\Gamma'-\Omega)$$
$$- \frac{fe'_1\varpi'_0}{\gamma'_1+\omega_1}\left[\frac{g_1}{1+\mu-\gamma'_2-\omega_2} + \frac{g'_1}{1+\mu+\gamma'_2+\omega_2}\right]\sin(\Gamma'+\Omega)\Big\}$$

et

$$\frac{1}{F'}\sin\theta\delta\psi = -a_1\left[\frac{e_1\varpi_0}{\gamma_1}\frac{\cos\Gamma}{1+\mu-\gamma_2} + f\frac{e'_1\varpi'_0}{\gamma'_1}\frac{\cos\Gamma'}{1+\mu-\gamma'_2}\right] + a'_1\left[\frac{e\varpi_0}{\gamma_1}\frac{\cos\Gamma}{1+\mu+\gamma_2} + f\frac{e'_1\varpi'_0}{\gamma'_1}\frac{\cos\Gamma'}{1+\mu+\gamma'_2}\right]$$
$$+ fe'_1\varpi'_0\Big\{\frac{b_1}{\gamma'_1-\omega_1}\left[\frac{1}{1+\mu+\gamma'_2-\omega_2} + \frac{1}{1+\mu-\gamma'_2+\omega_2}\right]\cos(\Gamma'-\Omega)$$
$$+ \frac{fe'_1\varpi'_0}{\gamma'_1+\omega_1}\left[\frac{g_1}{1+\mu-\gamma'_2-\omega_2} - \frac{g'_1}{1+\mu+\gamma'_2+\omega_2}\right]\cos(\Gamma'+\Omega)\Big\}.$$

Dans ces termes, qui sont tous très petits, nous pourrons, sans erreur appréciable, négliger γ_2, γ'_2 et ω_2 vis-à-vis de l'unité. Le dénominateur $1+\mu$ deviendra alors commun à tous ces termes, et, si nous écrivons $\frac{F'}{1+\mu}$ ou $\frac{F'}{1.0033} = F$, et que nous remplacions les coefficients a_1... par leurs valeurs numériques, déduites des données de l'article 51, il viendra, pour l'expression des variations produites par l'action de la Lune :

$$\frac{1}{Ffe'_1\varpi'_0}\delta\theta = \frac{1.1737+0.4299}{\gamma'_1}\sin\Gamma' - \frac{0.1505+0.0139}{\gamma'_1+\omega_1}\sin(\Gamma'+\Omega),$$

le terme en $\Gamma'-\Omega$ ayant un coefficient tout à fait insensible; et

$$(104)\ldots\quad \begin{cases} \dfrac{1}{Ffe'_1\varpi'_0}\sin\theta\delta\psi = \dfrac{-1.1737+0.4299}{\gamma'_1}\cos\Gamma' + 2\,\dfrac{0.17246}{\gamma'_1-\omega_1}\cos(\Gamma'-\Omega) \\ \qquad + \dfrac{0.1505-0.0139}{\gamma'_1+\omega_1}\cos(\Gamma'+\Omega); \end{cases}$$

ou enfin, en calculant les valeurs numériques de ces coefficients et en

écrivant, au lieu de ceux-ci, leurs logarithmes, pour la facilité du calcul :

$$\frac{1}{F/e'_1\varpi'_0}\,\delta\theta = [0.55273]\sin\Gamma' - [9.64465]\sin(\Gamma' + \Omega),$$

$$\frac{1}{F/e'_1\varpi'_0}\sin\theta\delta\psi = [0.02009]\cos\Gamma' + [9.51844]\sin(\Gamma' - \Omega) + [9.56420]\cos(\Gamma' + \Omega).$$

Enfin, si l'on exprime les coefficients qui entrent dans les premiers membres en fonction de la quantité $\frac{C_1}{B}$, représentée par ν, on trouvera, en admettant pour la constante de la parallaxe lunaire la valeur ϖ'_0,

$$(105)\quad \begin{cases} \delta\theta = \nu[1.58030]\sin\Gamma' - \nu[0.67222]\sin(\Gamma' + \Omega) \\ s_1\delta\psi = -\nu[1.04866]\cos\Gamma' + \nu[0.54601]\cos(\Gamma' - \Omega) + \nu[0.59177]\cos(\Gamma' + \Omega)\ (^*). \end{cases}$$

En faisant usage de cette dernière formule, on ne doit pas oublier que nous avons compté Ψ dans le sens direct.

71. L'action du Soleil produira les variations suivantes, qui, à cause de la longueur excessive de leur période, ne devront pas rentrer, comme les précédentes, dans les termes de la nutation annuelle : en premier lieu, une variation séculaire de l'obliquité $\delta\theta$ donnée par

$$(106)\ \ldots\ldots\quad \frac{1}{Fe_1\varpi_0}\,\delta\theta = \frac{1.6056}{\gamma_1}\sin\Gamma = [3.72824]\sin\Gamma;$$

en second lieu, une variation en longitude, que nous devrons considérer comme une variation séculaire de la constante de la précession :

$$(107)\ \ldots\ldots\quad \frac{1}{Fe_1\varpi_0}\sin\theta\delta\psi = -\frac{0.7458}{\gamma_1}\cos\Gamma = -[3.59560]\cos\Gamma\ (^{**}).$$

(*) Nous avons, comme on le voit, considéré ici $\sin\theta$ comme une quantité constante dans l'intégration ; à cause de la valeur très petite de F, cette simplification n'est pas de nature à altérer le résultat d'une manière qui pourrait être sensible à l'observation.

(**) Pour l'époque 1850.0, les coefficients numériques des formules (99) deviendraient :

[1.38279] et [0.67362], [1.04943], [0.54742] et [0.59320].

72. On voit que le rapport des termes qui dépendent respectivement du périgée du Soleil et de celui de la Lune est une fraction qui approche de 0.4. Il est en effet égal à

$$\frac{e_1\varpi_0}{fe'_1\varpi'_0}\frac{\gamma'_1}{\gamma_1} = [9.5931] = 0.392.$$

Si donc les termes qui dépendent du périgée de la Lune ne sont pas négligeables (et nous pensons que tel est, en effet, le cas) on ne peut pas négliger non plus ceux qui dépendent du périgée du Soleil.

Comme leur période est extrêmement longue, il sera utile de rechercher les variations qui en résultent, en obliquité et en longitude, pendant un nombre d'années assez peu considérable relativement à cette période.

Écrivons les deux équations précédentes, pour abréger, sous la forme :

$$\delta\theta = \frac{\varkappa}{\gamma_1}\sin\Gamma \quad \text{et} \quad \sin\theta\delta\psi = -\frac{\varkappa'}{\gamma_1}\cos\Gamma,$$

ou, en faisant abstraction des constantes, qui rentrent dans les valeurs initiales de θ et de ψ

$$(108)\ \ldots \quad \delta\theta = \varkappa\cos\Gamma_0 . t - \frac{1}{2}\varkappa\gamma_1\sin\Gamma_0 t^2; \qquad s_1\delta\psi = \varkappa'\sin\Gamma_0 t + \frac{1}{2}\varkappa'\gamma_1\cos\Gamma_0 t^2.$$

Telles sont les variations en obliquité et en longitude qui proviennent de la différence d'aplatissement et qui, à cause de la longueur de leur période, ne doivent pas être considérées comme des termes de nutation.

Vu la petitesse des facteurs $\varkappa$ et $\varkappa'$, ces termes seront probablement très peu importants.

S'il n'en était pas ainsi, il y aurait dans l'obliquité un terme proportionnel au temps ; et quant à la variation en longitude, elle se compose de deux parties, l'une $\frac{\varkappa'}{s_1}\sin\Gamma_0 . t$ qui rentre dans la précession ; l'autre qui en est une variation séculaire. En sorte que si nous désignons par P_0 la constante de la précession luni-solaire trouvée ci-dessus, par P l'expression complète de cette précession (abstraction faite des variations séculaires dont il va être question), on aura :

$$(109)\ \ldots\ldots\ldots \quad P = P_0 + \frac{\varkappa'}{s_1}\sin\Gamma_0 + \frac{1}{2}\varkappa'\gamma_1\cos\Gamma . t.$$

Les quantités $\varkappa$ et $\varkappa'$, qui renferment en facteur la parallaxe du Soleil, sont tellement petites qu'il n'est pas possible de les déterminer par les observations. Si l'on veut faire usage des observations modernes, l'intervalle de temps t sera trop peu considérable, et quant aux observations anciennes de l'obliquité, elles sont trop peu précises pour qu'on puisse en déduire avec quelque assurance le facteur $\varkappa$.

Mais on pourra, sans doute, au moyen de bonnes observations bien réduites de circompolaires, déterminer le facteur ν qui entre dans les termes des formules (105) dépendants du périgée de la Lune.

Et de ce facteur se déduiront aisément les valeurs de ceux des formules (108).

LIVRE III.

LA NUTATION SÉCULAIRE.

CHAPITRE I.

Des variations liées à la variation d'excentricité.

73. Ce dernier Livre traitera des variations séculaires proprement dites de l'axe du monde.

Le titre de nutation séculaire qu'il porte sera justifié par la détermination de l'orbite elliptique, à grand axe variable, que le pôle moyen décrit autour du pôle fixe dans une période de 30000 ans environ.

La recherche de cette orbite exige que la nutation séculaire, tant en obliquité qu'en longitude, puisse s'exprimer, comme la nutation diurne et la nutation annuelle, par des fonctions périodiques.

Au surplus, les formules usitées, qui développent les variations séculaires suivant les puissances du temps, sont devenues fort insuffisantes, non seulement pour de longues périodes, auxquelles elles ne sont nullement applicables, mais peut-être même pour un intervalle de temps de quelques siècles à peine, à cause du degré de précision auquel atteignent les observations modernes.

On verra que la méthode d'intégration que nous avons exposée dans les deux Livres qui précèdent, pour la recherche de la nutation diurne et de la nutation annuelle, peut s'appliquer également à la recherche de la nutation séculaire.

Les résultats auxquels nous arriverons, développés suivant les puissances du temps, concorderont, à de très petites quantités près, qui ne sont cepen-

dant pas négligeables, avec les formules usitées, et la comparaison des valeurs de l'obliquité, dans les temps reculés, avec les résultats déduits de nos formules et de celles des géomètres, montrera la supériorité des premières, même sur celle de Laplace, qui renferme cependant aussi des fonctions périodiques du temps.

74. Occupons-nous d'abord des variations séculaires qui sont liées à la variation d'excentricité de l'orbite terrestre.

Si, dans l'expression de p donnée à l'article 47, nous posons $e = e_0 + e_1 t$, et que nous nous arrêtions à la première puissance des quantités e_1 et t, le seul terme complémentaire de p sera pour le Soleil,

$$\delta p = \frac{3}{4} h s_2 e_1 t \sin \varphi,$$

d'où

$$\delta q = \frac{3}{4} h s_2 e_1 t \cos \varphi \qquad (110)$$

que nous écrirons

$$\left\{ \begin{aligned} \delta p &= \alpha \varphi \sin \varphi, \\ \delta q &= \alpha \varphi \cos \varphi. \end{aligned} \right.$$

Posons

$$l = h_1 \varphi \sin \varphi + k_1 \cos \varphi + \Phi',$$

Φ' étant la dérivée, prise par rapport à φ, d'une fonction Φ de cette variable; et substituons dans la seconde des équations (1)

$$\frac{dl}{dt} = -n\mu(m + q), \qquad \frac{dm}{dt} = n\mu(l + p),$$

dans lesquelles nous ferons ici

$$\frac{a}{B} = \frac{b}{A} = \mu;$$

il viendra :

$$\frac{dm}{dt} = n\mu\left[(h_1 + \alpha)\varphi \sin \varphi + k_1 \cos \varphi + \Phi'\right]$$

et en intégrant :

$$m = \mu\left[-(h_1 + \alpha)(\varphi \cos \varphi - \sin \varphi) - k_1 \sin \varphi + \Phi\right].$$

Cette expression, portée dans la première équation (1), donne

$$\frac{dl}{d\varphi} = -\mu^2\left[-(h_1+\alpha)(\varphi\cos\varphi - \sin\varphi) - k_1\sin\varphi + \Phi\right] - \mu\alpha\varphi\cos\varphi.$$

Identifiant avec

$$\frac{dl}{d\varphi} = h_1\varphi\cos\varphi + (h_1 - k_1)\sin\varphi + \Phi''$$

on aura :

$$\mu^2(h_1+\alpha) - \mu\alpha - h_1 = 0, \qquad \mu^2(h_1+\alpha) + \mu^2 k_1 - (h_1 - k_1) = 0, \qquad \Phi'' + \mu^2\Phi = 0$$

De cette dernière équation on déduit :

$$\Phi = \alpha_1\sin(\mu\varphi + \beta),$$

expression qui rentre dans les termes précédemment trouvés, et renfermant les constantes arbitraires.

Des deux autres on tire

$$h_1 = -\frac{\alpha\mu}{1+\mu}, \qquad k_1 = h_1\frac{1-\mu}{1+\mu^2}, \qquad h_1 + \alpha = \frac{\alpha}{1+\mu} = -\frac{h_1}{\mu};$$

et par là l et m deviennent :

$$l = h_1\left\{\varphi\sin\varphi + \frac{1-\mu}{1+\mu^2}\cos\varphi\right\}, \qquad m = h_1\left\{\varphi\cos\varphi - \frac{1+\mu}{1+\mu^2}\sin\varphi\right\}.$$

Les équations (11) donneront alors

$$\frac{d\theta}{dt} = -h_1\frac{(1-\mu)\cos^2\varphi + (1+\mu)\sin^2\varphi}{1+\mu^2} = -h_1\frac{1-\mu\cos^2\varphi}{1+\mu^2}$$

$$\sin\theta\frac{d\psi}{dt} = h_1\varphi - \frac{\mu}{1+\mu^2}\sin 2\varphi.$$

Intégrons, en faisant abstraction des termes qui rentrent dans la nutation diurne, nous aurons :

$$(111).\quad\ldots\quad \delta\theta = -\frac{h_1\left(1-\frac{\mu}{2}\right)}{1+\mu^2}t = \frac{\alpha\mu\left(1-\frac{\mu}{2}\right)}{(1+\mu)(1+\mu^2)}t = \frac{5}{4}\frac{hs_2e_1\mu\left(1-\frac{\mu}{2}\right)}{n(1+\mu)(1+\mu^2)}t.$$

$$\sin\theta_0\delta\psi = \frac{1}{2}h_1nt^2 = -\frac{1}{2}n\frac{\alpha\mu}{1+\mu}t^2 = -\frac{5}{8}\frac{hs_2e_1\mu}{1+\mu}t^2, \ .$$

ou puisque $s_2 = \sin 2\theta_0$:

$$(111^{bis}) \quad \ldots \ldots \quad \delta\psi = -\frac{3}{4}\frac{h e_1 e_1 \mu}{1+\mu} t^2.$$

75. L'action de la Lune produirait des variations dont la forme serait absolument la même, à part le changement de e en e' et de h en h'; en recourant à l'expression p de l'article 47, on verrait immédiatement que $h' = f'h$, f' étant égal à $f\left(1 - \frac{3}{2}i^2\right)$.

En sorte que, si nous remplaçons, dans les formules précédentes (111) et (111bis), h par $h(1 + f')$, nous aurons les expressions complètes des variations qui sont liées à celle de l'excentricité de l'orbite terrestre.

La dernière expression, ainsi réduite en nombres, devient :

$$(112) \quad \ldots \ldots \quad \delta\psi = -0''.00001946\,t^2.$$

Il en résulte que celle de $\delta\theta$ sera

$$\delta\theta = -0''.000000021\,t.$$

On peut donc considérer la variation d'obliquité, due à celle de l'excentricité de l'orbite terrestre, comme absolument négligeable.

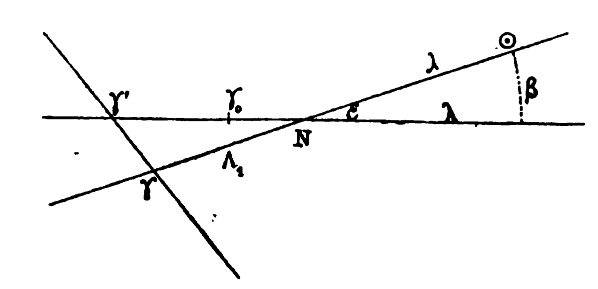
CHAPITRE II.

Des variations séculaires dues au mouvement de l'écliptique.

76. Jusqu'à présent le plan de l'écliptique a été considéré comme fixe. Ayons égard maintenant à son mouvement séculaire.

Soient γ_0 et $\gamma_0\gamma'$ l'équinoxe et l'écliptique fixes; $\gamma'\gamma$ et γN l'équateur moyen et l'écliptique vraie au temps t.

β, λ, Λ désigneront respectivement la latitude et la longitude du Soleil, ainsi que la longitude du nœud ascendant N de l'écliptique vraie, rapportées à l'écliptique fixe; l la différence $\lambda - \Lambda$, Λ_1 la longitude du nœud comptée sur l'écliptique vraie; ε et θ les inclinaisons de ce dernier plan sur l'écliptique fixe et sur l'équateur.



Nous aurons à former, comme précédemment, le produit $\frac{4xz}{D^2}\left(\frac{a}{D}\right)^3$, dans lequel $\frac{x}{D}$ et $\frac{z}{D}$ s'expriment au moyen de β et de λ.

Il s'agit donc de trouver ces dernières quantités en fonction de la longitude vraie λ du Soleil, et des quantités Λ, ψ et ε.

Nous avons d'abord (73) $tg\beta = tg\varepsilon \sin l$ que nous pourrons écrire

(113). . . . . $\sin\beta = \sin\varepsilon \sin l,$

puis

(114). . . . . $\lambda = \Lambda_1 + l \sec\varepsilon.$

Pour exprimer Λ_1 en fonction des données, on tire du triangle $\gamma\gamma'$N

(115) . . . . $\cot g(\Lambda - \psi)\sin\Lambda_1 = \cos\Lambda_1\cos\varepsilon - \sin\varepsilon \cot g\theta.$

Afin de déduire Λ_1 de cette équation, sans négliger ε^2, nous poserons

$$\Lambda_1 = \Lambda' - k_1 \sin\varepsilon - k_2\varepsilon^2,$$

Λ' représentant $\Lambda - \psi = N\gamma'$. D'où, en nous arrêtant aux termes en ε^2 :

$$\sin \Lambda_1 = \sin \Lambda' \left(1 - \frac{1}{2} k_1^2 \varepsilon^2\right) - \cos \Lambda' (k_1 \sin \varepsilon + k_2 \varepsilon^2)$$

et

$$\cos \Lambda_1 \cos \varepsilon = \cos \Lambda' \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{2} - \frac{1}{2} k_1^2 \varepsilon^2\right) + \sin \Lambda' (k_1 \sin \varepsilon + k_2 \varepsilon^2).$$

La première de ces deux relations donne :

$$\operatorname{cotg} \Lambda' \sin \Lambda_1 = \cos \Lambda' \left(1 - \frac{1}{2} k_1^2 \varepsilon^2\right) - \frac{\cos^2 \Lambda'}{\sin \Lambda'} (k_1 \sin \varepsilon + k_2 \varepsilon^2).$$

En substituant ces expressions dans la relation (115) on trouvera :

$$k_1 = \operatorname{cotg} \theta \sin \Lambda'; \qquad k_2 = \frac{1}{4} \sin 2\Lambda';$$

d'où

$$\Lambda_1 = \Lambda' - \operatorname{cotg} \theta \sin \Lambda' \sin \varepsilon - \frac{\varepsilon^2}{4} \sin 2\Lambda';$$

ou, plus simplement, χ désignant la précession planétaire $\gamma'\gamma_1$, et c_1, comme précédemment, $\cos \theta_0$:

(116) . . . . $$\Lambda_1 = \Lambda' - c_1 \sin \chi - \frac{\varepsilon^2}{4} \sin 2\Lambda'.$$

La relation (114) donnera alors :

(117) $$l \text{ ou } \lambda - \Lambda = (\lambda - \Lambda_1) \cos \varepsilon = \lambda - \Lambda' + c_1 \sin \chi - \frac{\varepsilon^2}{2} \left(\lambda + c_1 \sin \chi - \Lambda' - \frac{1}{2} \sin 2\Lambda'\right),$$

d'où l'on tirera

$$\lambda - \psi = \lambda + c_1 \sin \chi - \frac{\varepsilon^2}{2} \left(\lambda + c_1 \sin \chi - \frac{1}{2} f\Lambda'\right),$$

en faisant $2\Lambda' + \sin 2\Lambda' = f\Lambda'$.

Écrivant enfin, pour abréger, χ au lieu de $\sin \chi$ on aura :

(118). . . . $$\begin{cases} \sin(\lambda - \psi) = \sin(\lambda + c_1\chi) - \dfrac{\varepsilon^2}{2} \cos(\lambda + c_1\chi) \sin\left(\lambda - \dfrac{1}{2} f\Lambda'\right). \\ \cos(\lambda - \psi) = \cos(\lambda + c_1\chi) + \dfrac{\varepsilon^2}{2} \sin(\lambda + c_1\chi) \sin\left(\lambda - \dfrac{1}{2} f\Lambda'\right). \end{cases}$$

77. Reprenons maintenant les formules de l'article 44 :

$$\frac{2x}{D} = \cos\beta\left[(1 + c_1)\cos(\lambda - \psi - \varphi) + (1 - c_1)\cos(\lambda - \psi + \varphi)\right] - 2s_1 \sin\beta \sin\varphi.$$

$$\frac{z}{D} = s_1 \cos\beta \sin(\lambda - \psi) + c_1 \sin\beta.$$

Il ne nous restera plus qu'à y remplacer $\sin\beta$ et $\cos\beta$ par leurs valeurs tirées de la relation (113), $\sin(\lambda - \psi)$ et $\cos(\lambda - \psi)$ par celles que nous venons de trouver.

Dans les développements qui suivent, nous ferons abstraction des termes en ε^2, que nous avons conservés jusqu'à présent.

On voit alors, par les relations (118), que $\lambda - \psi$ pourra se remplacer simplement par $\lambda + c_1\chi$.

La combinaison des relations (113) et (117) donnera :

$$\sin\beta = \sin\varepsilon \sin(\lambda + c_1\chi - \Lambda') = \frac{1}{2}\left[\cos(\lambda + c_1\chi - \Lambda' - \varepsilon) - \cos(\lambda + c_1\chi - \Lambda' + \varepsilon)\right] \cos\beta = 1.$$

On trouvera alors :

$$(119)\left\{\begin{aligned} \frac{2x}{D} &= (1 + c_1)\cos(\lambda + c_1\chi - \varphi) + (1 - c_1)\cos(\lambda + c_1\chi + \varphi) \\ &- \frac{1}{2}s_1\left[\sin(\lambda + c_1\chi - \Lambda' + \varepsilon + \varphi) - \sin(\lambda + c_1\chi - \Lambda' + \varepsilon - \varphi) - \sin(\lambda + c_1\chi - \Lambda' - \varepsilon + \varphi)\right. \\ &\left. + \sin(\lambda + c_1\chi - \Lambda' - \varepsilon - \varphi)\right] \\ \frac{z}{D} &= s_1 \sin(\lambda + c_1\chi) + \frac{1}{2}c_1\left[\cos(\lambda + c_1\chi - \Lambda' - \varepsilon) - \cos(\lambda + c_1\chi - \Lambda' + \varepsilon)\right]. \end{aligned}\right.$$

Il reste à effectuer le produit $\frac{4xz}{D^2}$ et à le multiplier par $\left(\frac{a}{D}\right)^3$ dont l'expression est (80)

$$\left(\frac{a}{D}\right)^3 = 1 + \frac{9}{2}e^2 + 3e\left(1 + \frac{15}{4}e^2\right)\cos(\lambda - \Gamma) + \frac{3}{2}e^2 \cos 2(\Lambda - \Gamma),$$

en omettant, dans le résultat, tous les termes qui renferment λ ou qui sont indépendants de ε et de Λ', puisqu'ils rentrent parmi ceux que nous avons

trouvés précédemment dans les expressions de la précession et de la nutation annuelles.

Si l'on multiplie enfin l'expression ainsi obtenue de $\frac{4xz}{D^2}\left(\frac{a}{D}\right)^3$ par $-\frac{3}{4}\frac{m_i^2}{n}$, on obtiendra les termes de p qui dépendent du mouvement séculaire de l'écliptique, puisque (article 44)

$$p = -3\,\frac{m_i^2}{n}\,\frac{xz}{D^2}\left(\frac{a}{D}\right)^3.$$

Cela posé, en continuant à désigner par p ces termes complémentaires, on trouvera, toutes réductions faites :

$$(120)\quad \left\{\begin{aligned}
p = \frac{3}{4}\frac{m_i^2}{n}\left(1+\frac{9}{2}e^2\right)&\left[\begin{aligned}
&\frac{3}{4}s_2\left\{\sin\varphi - \frac{1}{2}\sin(2\varepsilon+\varphi) + \frac{1}{2}\sin(2\varepsilon-\varphi)\right\}\\
&-\frac{1}{8}s_1(1+c_1)\left\{\sin(2\Lambda'-\varphi) - \frac{1}{2}\sin(2\Lambda'+2\varepsilon-\varphi) - \frac{1}{2}\sin(2\Lambda'-2\varepsilon-\varphi)\right\}\\
&-\frac{1}{8}s_1(1-c_1)\left\{\sin(2\Lambda'+\varphi) - \frac{1}{2}\sin(2\Lambda'+2\varepsilon-\varphi) - \frac{1}{2}\sin(2\Lambda'-2\varepsilon+\varphi)\right\}\\
&-\frac{1}{2}(c_1+c_2)\left\{\cos(\Lambda'+\varepsilon-\varphi) - \cos(\Lambda'-\varepsilon-\varphi)\right\}\\
&-\frac{1}{2}(c_1-c_2)\left\{\cos(\Lambda'+\varepsilon+\varphi) - \cos(\Lambda'-\varepsilon+\varphi)\right\}
\end{aligned}\right]\\
-\frac{9}{32}e^2\frac{m_i^2}{n}&\left[\begin{aligned}
&(c_1+c_2)\left\{\cos(2\Gamma+2c_1\chi-\Lambda'-\varepsilon-\varphi) - \cos(2\Gamma+2c_1\chi-\Lambda'+\varepsilon-\varphi)\right\}\\
&+(c_1-c_2)\left\{\cos(2\Gamma+2c_1\chi-\Lambda'-\varepsilon+\varphi) - \cos(2\Gamma+2c_1\chi-\Lambda'+\varepsilon+\varphi)\right\}\\
&+\frac{1}{2}s_1(1+c_1)\left\{\sin(2\Gamma+2c_1\chi-\varphi) + \frac{1}{2}\sin(2\Gamma+2c_1\chi+2\varepsilon-\varphi) + \frac{1}{2}\sin(2\Gamma+2c_1\chi-2\varepsilon-\varphi)\right\}\\
&+\frac{1}{2}s_1(1-c_1)\left\{\sin(2\Gamma+2c_1\chi+\varphi) + \frac{1}{2}\sin(2\Gamma+2c_1\chi+2\varepsilon+\varphi) + \frac{1}{2}\sin(2\Gamma+2c_1\chi-2\varepsilon+\varphi)\right\}\\
&+\frac{3}{4}s_2\left\{\begin{aligned}
&\sin(2\Gamma+2c_1\chi-2\Lambda'+\varphi) - \sin(2\Gamma+2c_1\chi-2\Lambda'-\varphi)\\
&-\frac{1}{2}\sin(2\Gamma+2c_1\chi-2\Lambda'-2\varepsilon+\varphi) + \frac{1}{2}\sin(2\Gamma+2c_1\chi-2\Lambda'-2\varepsilon-\varphi)\\
&-\frac{1}{2}\sin(2\Gamma+2c_1\chi-2\Lambda'+2\varepsilon+\varphi) + \frac{1}{2}\sin(2\Gamma+2c_1\chi-2\Lambda'+2\varepsilon-\varphi)
\end{aligned}\right\}
\end{aligned}\right]
\end{aligned}\right.$$

78. Appliquons maintenant les formules d'intégration de l'article (32),

formules que nous écrirons en négligeant au dénominateur la quantité v_2(69), qui est partout très petite :

$$\text{pour } p = \Sigma u \sin(v_1 t \pm \varphi) \begin{cases} \Delta\theta = -\sum \frac{u}{v_1}\frac{\mu}{1+\mu}\cos v_1 t \\ \sin\theta\Delta\chi = \pm \sum \frac{u}{v_1}\frac{\mu}{1+\mu}\sin v_1 t \end{cases};$$

$$\text{pour } p = \Sigma u \cos(v_1 t \pm \varphi) \begin{cases} \Delta\theta = \sum \frac{u}{v_1}\frac{\mu}{1+\mu}\sin v_1 t \\ \sin\theta\Delta\psi = \pm \sum \frac{u}{v_1}\frac{\mu}{1+\mu}\cos v_1 t \end{cases};$$

nous obtiendrons, en faisant provisoirement

$$\varepsilon = \varepsilon_1 t, \quad \Lambda' = \Lambda_0 + \lambda'_1 t, \quad \Gamma + c_1\chi = \Gamma_1 = \Gamma_0 + \gamma_1 t$$

et

$$(121)\ldots\ldots \frac{3}{4}\frac{m_1^2}{n}\frac{\mu}{1+\mu}\left(1+\frac{9}{2}e^2\right) = h_1; \quad \frac{9}{32}e^2\frac{m_1^2}{n}\frac{\mu}{1+\mu} = h_2.$$

$$(122)\ldots \begin{cases} \Delta\theta = h_1\left[\begin{array}{l} c_1\left\{\frac{\sin(\Lambda'-\varepsilon)}{\lambda'_1-\varepsilon_1} - \frac{\sin(\Lambda'+\varepsilon)}{\lambda'_1+\varepsilon_1}\right\} \\ +\frac{1}{4}s_1\left\{\frac{\cos 2\Lambda'}{2\lambda'_1} - \frac{\cos 2(\Lambda'+\varepsilon)}{2(\lambda'_1+\varepsilon_1)} - \frac{\cos 2(\Lambda'-\varepsilon)}{2(\lambda'_1-\varepsilon_1)}\right\} \end{array}\right] \\ -h_2\left[\begin{array}{l} 2c_1\left\{\frac{\sin(2\Gamma_1-\Lambda'-\varepsilon)}{2\gamma_1-\lambda'_1-\varepsilon_1} - \frac{\sin(2\Gamma_1-\Lambda'+\varepsilon)}{2\gamma_1-\lambda'_1+\varepsilon_1}\right\} + 4s_1\frac{\cos 2\Gamma_1}{2\gamma_1} \\ -s_1\left\{\frac{\cos 2\Gamma_1}{2\gamma_1} - \frac{1}{2}\frac{\cos 2(\Gamma_1+\varepsilon)}{2(\gamma_1+\varepsilon_1)} - \frac{1}{2}\frac{\cos 2(\Gamma_1-\varepsilon)}{2(\gamma_1-\varepsilon_1)}\right\} \end{array}\right] \end{cases}$$

$$(122^{bis}) \begin{cases} \sin\theta\Delta\psi = h_1\left[\begin{array}{l} -c_2\left\{\frac{\cos(\Lambda'-\varepsilon)}{\lambda'_1-\varepsilon_1} - \frac{\cos(\Lambda'+\varepsilon)}{\lambda'_1+\varepsilon_1}\right\} \\ +\frac{1}{8}s_2\left\{\frac{\sin 2\Lambda'}{2\lambda'_1} - \frac{1}{2}\frac{\sin 2(\Lambda'+\varepsilon)}{2(\lambda'_1+\varepsilon_1)} - \frac{1}{2}\frac{\sin 2(\Lambda'-\varepsilon)}{2(\lambda'_1-\varepsilon_1)}\right\} + \frac{3}{4}s_2\left\{t - \frac{\sin 2\varepsilon}{2\varepsilon_1}\right\} \end{array}\right] \\ +h_2\left[\begin{array}{l} 2c_2\left\{\frac{\cos(2\Gamma_1-\Lambda'-\varepsilon)}{2\gamma_1-\lambda'_1-\varepsilon_1} - \frac{\cos(2\Gamma_1-\Lambda'+\varepsilon)}{2\gamma_1-\lambda'_1+\varepsilon_1}\right\} + 2s_2\frac{\sin 2\Gamma_1}{2\gamma_1} \\ -\frac{1}{2}s_2\left\{\frac{\sin 2\Gamma_1}{2\gamma_1} - \frac{1}{2}\frac{\sin 2(\Gamma_1+\varepsilon)}{2(\gamma_1+\varepsilon_1)} - \frac{1}{2}\frac{\sin 2(\Gamma_1-\varepsilon)}{2(\gamma_1-\varepsilon_1)}\right\} \\ -\frac{3}{2}s_2\left\{\frac{\sin 2(\Gamma_1-\Lambda')}{2(\gamma_1-\lambda'_1)} - \frac{1}{2}\frac{\sin 2(\Gamma_1-\Lambda'-\varepsilon)}{2(\gamma_1-\lambda'_1-\varepsilon_1)} - \frac{1}{2}\frac{\sin 2(\Gamma_1-\Lambda'+\varepsilon)}{2(\gamma_1-\lambda'_1+\varepsilon_1)}\right\} \end{array}\right] \end{cases}$$

79. Jusqu'à présent nous n'avons envisagé que les termes qui proviennent de l'action du Soleil. Abstraction faite de l'inclinaison de l'orbite lunaire sur l'écliptique, il va de soi que l'action de la Lune introduira, dans $\Delta\theta$ et $\Delta\Psi$ des termes absolument analogues aux précédents, à part le seul changement de h_1 et h_2 en fh'_1 et fh'_2 respectivement, f désignant le coefficient de l'action lunaire, h'_1 et h'_2 ce que deviennent h_1 et h_2, si l'on y remplace l'excentricité e de l'orbite solaire par celle e' de l'orbite lunaire.

Nous verrons toutefois, en étudiant l'action provenant de l'inclinaison de l'orbite de la Lune, qu'elle produit des termes de même forme que ceux en $\Lambda' \pm \varepsilon$ des expressions de $\Delta\theta$ et de $s_1\Delta\psi$; en sorte que ces termes, au lieu d'avoir pour coefficient h'_1, auront $h'_1\left(1 - \frac{3}{2}i^2\right)$; et nous introduirons immédiatement ce dernier dans les expressions de l'action combinée des deux astres.

Dans ces expressions, nous omettrons les termes en $\cos 2\Gamma_1$ et $\sin 2\Gamma_1$ qui dépendent exclusivement de leurs périgées. Il est bien évident, en effet, par cela même que ces termes sont indépendants de l'inclinaison et de la longitude du nœud de l'écliptique vraie sur l'écliptique fixe, qu'ils ne peuvent rentrer dans les variations séculaires qui proviennent du mouvement de l'écliptique. Ils se détruiraient du reste, identiquement, comme ils le font dans les formules du mouvement annuel de l'axe du monde, si l'on faisait le développement complet des termes qui renferment en facteur le carré de l'excentricité de l'orbite.

En faisant donc (voir 121)

$$(123)\ldots\quad \begin{cases} \mathrm{H}_1 = \dfrac{3}{4}\dfrac{m_1^2}{n}\dfrac{\mu}{1+\mu}\left[1 + \dfrac{9}{2}e^2 + f\left(1 - \dfrac{3}{2}i^2 + \dfrac{9}{2}e'^2\right)\right], \\[2ex] h'_1 = \dfrac{3}{4}\dfrac{m_1^2}{n}\dfrac{\mu}{1+\mu}f\left(1 + \dfrac{9}{2}e'^2\right), \quad h'_2 = \dfrac{9}{32}\dfrac{m_1^2}{n}\dfrac{\mu}{1+\mu}fe'^2, \end{cases}$$

on aura, pour les actions combinées du Soleil et de la Lune :

$$124)\begin{cases} \Delta\theta = \mathrm{H}_1\left[c_1\left\{\dfrac{\sin(\Lambda'-\varepsilon)}{\lambda'_1-\varepsilon_1} - \dfrac{\sin(\Lambda'+\varepsilon)}{\lambda'_1+\varepsilon_1}\right\} + \dfrac{s_1}{4}\left\{\dfrac{\cos 2\Lambda'}{2\lambda'_1} - \dfrac{\cos 2(\Lambda'+\varepsilon)}{2(\lambda'_1+\varepsilon_1)} - \dfrac{\cos 2(\Lambda'-\varepsilon)}{2(\lambda'_1-\varepsilon_1)}\right\}\right] \\[2ex] -h_2\left[2c_1\left\{\dfrac{\sin(2\Gamma_1-\lambda'-\varepsilon)}{2\gamma_1-\lambda'_1-\varepsilon_1} - \dfrac{\sin(2\Gamma_1-\Lambda'+\varepsilon)}{2\gamma_1-\lambda'_1+\varepsilon_1}\right\} - s_1\left\{\dfrac{\cos 2\Gamma_0}{2\gamma_1} - \dfrac{1}{2}\dfrac{\cos 2(\Gamma_1+\varepsilon)}{2(\gamma_1+\varepsilon_1)} - \dfrac{1}{2}\dfrac{\cos 2(\Gamma_1-\varepsilon)}{2(\gamma_1-\varepsilon_1)}\right\}\right] \\[2ex] -h'_2\left[2c_1\left\{\dfrac{\sin(2\Gamma'_1-\Lambda'-\varepsilon)}{2\gamma'_1-\lambda'_1-\varepsilon_1} - \dfrac{\sin(2\Gamma'_1-\Lambda'+\varepsilon)}{2\gamma'_1-\lambda'_1+\varepsilon_1}\right\} - s_1\left\{\dfrac{\cos 2\Gamma'_1}{2\gamma'_1} - \dfrac{1}{2}\dfrac{\cos(2\Gamma'_1+\varepsilon)}{2(\gamma'_1+\varepsilon)} - \dfrac{1}{2}\dfrac{\cos 2(\Gamma'_1-\varepsilon)}{2(\gamma'_1-\varepsilon_1)}\right\}\right]. \end{cases}$$

$$
(124^{bis})\left\{
\begin{aligned}
& s_1\Delta\psi = \mathrm{H}_1\left[-c_2\left\{\frac{\cos(\Lambda'-\varepsilon)}{\lambda'_1-\varepsilon_1}-\frac{\cos(\Lambda'+\varepsilon)}{\lambda'_1+\varepsilon_1}\right\}+\frac{s_2}{8}\left\{\frac{\sin 2\Lambda'}{2\lambda'_1}-\frac{1}{2}\frac{\sin 2(\Lambda'+\varepsilon)}{2(\lambda'_1+\varepsilon_1)}-\frac{1}{2}\frac{\sin 2(\Lambda'-\varepsilon)}{2(\lambda'_1-\varepsilon_1)}\right\}\right.\\
&\left.+\frac{3s_2}{4}\left\{t-\frac{\sin 2\varepsilon}{2\varepsilon_1}\right\}\right]+h_2\left[2c_2\left\{\frac{\cos(2\Gamma_1-\Lambda'-\varepsilon)}{2\gamma_1-\lambda'_1-\varepsilon_1}-\frac{\cos(2\Gamma_1-\Lambda'+\varepsilon)}{2\gamma_1-\lambda'_1+\varepsilon_1}\right\}\right.\\
&-\frac{s_2}{2}\left\{\frac{\sin 2\Gamma_1}{2\gamma_1}-\frac{1}{2}\frac{\sin 2(\Gamma_1+\varepsilon)}{2(\gamma_1+\varepsilon_1)}-\frac{1}{2}\frac{\sin(\Gamma_1-\varepsilon)}{2(\gamma_1-\varepsilon_1)}\right\}\\
&\left.-\frac{3s_2}{2}\left\{\frac{\sin 2(\Gamma_1-\Lambda')}{2(\gamma_1-\lambda'_1)}+\frac{1}{2}\frac{\sin 2(\Gamma_1-\Lambda'+\varepsilon)}{2(\gamma_1-\lambda'_1+\varepsilon_1)}-\frac{1}{2}\frac{\sin 2(\Gamma_1-\Lambda'-\varepsilon)}{2(\gamma_1-\lambda'_1-\varepsilon_1)}\right\}\right]\\
&+h'_2\left[2c_2\left\{\frac{\cos(2\Gamma'_1-\Lambda'-\varepsilon)}{2\gamma'_1-\lambda'_1-\varepsilon_1}-\frac{\cos 2(\Gamma'_1-\Lambda'+\varepsilon)}{2\gamma'_1-\lambda'_1+\varepsilon_1}\right\}-\frac{s_2}{2}\left\{\frac{\sin 2\Gamma'_1}{2\gamma'_1}-\frac{1}{2}\frac{\sin 2(\Gamma'_1+\varepsilon)}{2(\gamma'_1+\varepsilon_1)}-\frac{1}{2}\frac{\sin(\Gamma'_1-\varepsilon)}{2(\gamma'_1-\varepsilon_1)}\right\}\right.\\
&\left.-\frac{3s_2}{2}\left\{\frac{\sin 2(\Gamma'_1-\Lambda')}{2(\gamma'_1-\lambda'_1)}+\frac{1}{2}\frac{\sin 2(\Gamma'_1-\Lambda'+\varepsilon)}{2(\gamma'_1-\lambda'_1+\varepsilon_1)}-\frac{1}{2}\frac{\sin 2(\Gamma'_1-\Lambda'-\varepsilon)}{2(\gamma'_1-\lambda'_1-\varepsilon_1)}\right\}\right].
\end{aligned}\right.
$$

On remarquera que nous avons laissé subsister, dans ces formules, sous les coefficients h_2 et h'_2, des termes en $2\Gamma_1$ et $2\Gamma'_1$, et, sous le coefficient H_1, un terme en t, qui, s'ils ne disparaissaient identiquement, ne pourraient être maintenus parmi ceux des variations séculaires. Mais ces termes sont détruits par ceux qui les suivent.

80. Afin de comparer plus aisément nos formules à celles dont on fait usage en astronomie, et de nous faire une idée plus nette de la valeur des termes qui se rencontrent dans les nôtres, et non dans ces dernières, nous commencerons par développer les formules (124) suivant les puissances du temps, en nous arrêtant à la troisième, et en nous bornant aux termes à longue période. Ceux qui dépendent du périgée de la Lune, et qui sont compris sous le coefficient h'_2, devront figurer parmi les termes à courte période que nous trouverons en calculant l'action de cet astre (article 87).

Prenant les intégrales précédentes entre les limites 0 et t, on trouvera :

$$
(125)\left\{
\begin{aligned}
\Delta\theta &= \mathrm{H}_1 c_1\varepsilon_1 t^2\left\{\sin\Lambda'_0+\frac{2}{3}\lambda'_1\cos\Lambda'_0 . t\right\}-\frac{1}{6}\mathrm{H}_1 s_1\varepsilon_1\left(\lambda'_1-\frac{\varepsilon_1}{2}\right)\sin 2\Lambda'_0 . t^3\\
&-2h_2 c_1\varepsilon_1 t^2\left\{\sin(2\Gamma_0-\Lambda'_0)+\frac{2}{3}(2\gamma_1-\lambda'_1)\cos(2\Gamma_0-\Lambda'_0)t\right\}-\frac{2}{3}h_2 s_1\varepsilon_1\left(\gamma_1-\frac{\varepsilon_1}{2}\right)\sin 2\Gamma_0 . t^3.
\end{aligned}\right.
$$

$$
(125^{bis})\left\{
\begin{aligned}
s_1\Delta\psi &= -\mathrm{H}_1 c_2\varepsilon_1 t^2\left\{\cos\Lambda'_0-\frac{2}{3}\lambda'_1\sin\Lambda'_0 . t\right\}+\frac{1}{12}\mathrm{H}_1 s_1\varepsilon_1\left(\lambda'_1-\frac{\varepsilon_1}{2}\right)\cos 2\Lambda'_0 . t^3\\
&+\frac{1}{2}\mathrm{H}_1 s_2\varepsilon_1^2 . t^3+2h_2 c_2\varepsilon_1 t^2\left\{\cos(2\Gamma_0-\Lambda'_0)-\frac{2}{3}(2\gamma_1-\lambda'_1)\sin(2\Gamma_0-\Lambda'_0)t\right\}\\
&-\frac{1}{3}h_2 s_1\varepsilon_1\left(\gamma_1-\frac{\varepsilon_1}{2}\right)\cos 2\Gamma_0 . t^3-h_2 s_2\varepsilon_1\left(\gamma_1-\lambda'_1-\frac{\varepsilon_1}{2}\right)\cos 2(\Gamma_0-\Lambda'_0) . t^3.
\end{aligned}\right.
$$

81. Dans l'établissement de ces formules, nous avons posé provisoirement (article 78) $\Lambda' = \Lambda_0 + \lambda_1' t = \Lambda_0 + (\lambda_1 - \psi_1) t$, et $\varepsilon = \varepsilon_1 t$. A la rigueur cependant Λ' est égal à $\Lambda_0 - \psi + \lambda_1 t = \Lambda_0 + \lambda_1' t - \psi_2 t^2$, puisque $\psi = \psi_1 t + \psi_2 t^2$, si nous négligeons les termes du troisième ordre; et ε est égal à $\varepsilon_1 t - \varepsilon_2 t^2$.

Nous allons tenir compte des termes du second ordre; mais nous verrons que ceux du troisième auxquels ils donnent naissance dans les expressions de $\Delta\theta$ et de $\Delta\psi$ sont absolument sans importance, à moins qu'il ne s'agisse d'observations très reculées.

Si, au lieu des expressions de l'article 78, nous prenons $\Lambda' = \Lambda_0 + \lambda_1' t - \psi_2 t^2$, $\varepsilon = \varepsilon_1 t - \varepsilon_2 t^2$ les intégrales des formules (124), $\sin \frac{(\Lambda' - \varepsilon)}{\lambda_1' - \varepsilon_1}$ etc., qui provenaient de $\int \cos(\Lambda' - \varepsilon) dt$ etc., seront à remplacer par les expressions complètes de ces dernières intégrales.

Faisant donc

$$\Lambda' - \varepsilon = \Lambda_0 + (\lambda_1' - \varepsilon_1) t - (\psi_2 - \varepsilon_2) t^2 = \Lambda_1' - \varepsilon_1 t - (\psi_2 - \varepsilon_2) t^2,$$
$$\Lambda' + \varepsilon = \Lambda_0 + (\lambda_1' + \varepsilon_1) t - (\psi_2 + \varepsilon_2) t^2 = \Lambda_1' + \varepsilon_1 t - (\psi_2 + \varepsilon_2) t^2,$$

formules dans lesquelles Λ_1' représente $\Lambda_0 + \lambda_1' t$, on aura :

$$\cos(\Lambda' - \varepsilon) = \cos(\Lambda_1' - \varepsilon_1 t) + \sin(\Lambda_1' - \varepsilon_1 t).(\psi_2 - \varepsilon_2) t^2$$
$$= \cos(\Lambda_1' - \varepsilon_1 t) + \sin(\Lambda_1' - \varepsilon_1 t) - \sin(\Lambda_1' - \varepsilon_1 t) \cos \sqrt{2(\psi_2 - \varepsilon_2)}\, t$$
$$= \cos(\Lambda_1' - \varepsilon_1 t) + \sin(\Lambda_1' - \varepsilon_1 t) - \frac{1}{2} \sin\left[\Lambda_1' - \left(\varepsilon_1 - \sqrt{2(\psi_2 - \varepsilon_2)}\right) t\right]$$
$$- \frac{1}{2} \sin\left[\Lambda_1' - \left(\varepsilon_1 + \sqrt{2(\psi_2 - \varepsilon_2)}\right) t\right].$$

L'intégrale $\int \cos(\Lambda' - \varepsilon) dt$ sera donc égale à

$$\frac{\sin(\Lambda_1' - \varepsilon_1^t)}{\lambda_1' - \varepsilon_1} - \left\{ \frac{\cos(\Lambda_1' - \varepsilon_1^t)}{\lambda_1' - \varepsilon_1} - \frac{1}{2} \frac{\cos\left[\Lambda_1' - \varepsilon_1^t + \sqrt{2(\psi_2 - \varepsilon_2)}\, t\right]}{\lambda_1' - \varepsilon_1 + \sqrt{2(\psi_2 - \varepsilon_2)}} - \frac{1}{2} \frac{\cos\left[\Lambda_1' - \varepsilon_1^t - \sqrt{2(\psi_2 - \varepsilon_2)}\, t\right]}{\lambda_1' - \varepsilon_1 - \sqrt{2(\psi_2 - \varepsilon_2)}} \right\}.$$

Cette dernière parenthèse est l'expression qui provient des termes du second ordre en ε et en ψ; elle ne donne que des termes du troisième ordre.

Si on la développe, l'expression complète de l'intégrale précédente,

c'est-à-dire celle par laquelle il faudra remplacer $\frac{\sin(\Delta' - \varepsilon)}{\lambda'_1 - \varepsilon_1}$ dans les formules (124), sera

$$\frac{\sin(\Lambda' - \varepsilon)}{\lambda'_1 - \varepsilon_1} + \frac{1}{3}\sin \Lambda_0(\psi_2 - \varepsilon_2)t^3.$$

De même, au lieu de $\frac{\sin(\Delta' + \varepsilon)}{\lambda'_1 + \varepsilon_1}$, il faudra écrire

$$\frac{\sin(\Lambda' + \varepsilon)}{\lambda'_1 + \varepsilon_1} + \frac{1}{3}\sin \Lambda_0(\psi_2 + \varepsilon_2)t^3;$$

de sorte qu'à la différence

$$\frac{\sin(\Lambda' - \varepsilon)}{\lambda'_1 - \varepsilon_1} - \frac{\sin(\Lambda' + \varepsilon)}{\lambda'_1 + \varepsilon_1}$$

il y aura à ajouter

$$-\frac{2}{3}\sin \Lambda_0 \varepsilon_2 t^3.$$

Et à la différence

$$\frac{\cos(\Lambda' - \varepsilon)}{\lambda'_1 - \varepsilon_1} - \frac{\cos(\Lambda' + \varepsilon)}{\lambda'_1 + \varepsilon_1}$$

on ajoutera

$$-\frac{2}{3}\cos \Lambda_0 \varepsilon_2 t^3.$$

Il est inutile que nous recherchions l'effet de la même circonstance dans les autres termes des formules (124), qui sont eux-mêmes très petits.

Si l'on complète, comme il vient d'être dit, les formules (125), et qu'on omette les termes tout à fait insignifiants, elles s'écriront :

$$(125^{bis})\left\{\begin{aligned} \Delta\theta &= H_1 c_1 \left\{\varepsilon_1 \sin \Lambda'_0 t^2 + \frac{2}{3}\varepsilon_1 \lambda'_1 \cos \Lambda'_0 t^3 - \frac{2}{3}\varepsilon_2 \sin \Lambda'_0 t^3\right\} - \frac{1}{6} H_1 s_1 \varepsilon_1^2 \sin 2\Lambda'_0 t^3 - 2h_2 c_1 \varepsilon_1 \sin(2\Gamma_0 - \Lambda'_0)t^2, \\ \Delta\psi &= -H_1 \frac{c_2}{s_1}\left\{\varepsilon_1 \cos \Lambda'_0 t^2 - \frac{2}{3}\varepsilon_1 \lambda'_1 \sin \Lambda'_1 t^3 - \frac{2}{3}\varepsilon_1^2 \cos \Lambda'_0 t^3\right\} \\ &\quad + H_1 c_1 \varepsilon_1^2 t^3 - \frac{1}{12} H_1 \varepsilon_1^2 \cos 2\Lambda'_0 t^3 + 2h_2 \frac{c_2}{s_1}\varepsilon_1 \cos(2\Gamma_0 - \Lambda'_0)t^2. \end{aligned}\right.$$

82. Avant de comparer les formules (125) à celles dont les astronomes font usage, il sera utile de les réduire en nombres.

Dans cette réduction, nous pourrons omettre, comme tout à fait inappréciables aux observations, les termes qui renferment le produit de ε_1 par un moyen mouvement, tels que λ_1', γ_1, etc.

Nous prendrons, en partant des formules de Le Verrier, et en adoptant, pour les premiers termes de Λ et de ε, les valeurs données par Oppolzer (*):

$$\left.\begin{aligned} \Lambda &= 173^\circ 0' 12'' - 8''.688\, t \\ \varepsilon &= 0''.47951\, t - 0''.00000323\, t^2 \end{aligned}\right\} \text{(Le Verrier et Oppolzer).}$$

$$-\psi = 50''.36838 \text{ (Bessel) (**)};$$

d'où

$$\lambda_1' = 41''.680.$$

Au moyen de ces valeurs et de celles de l'article 31, nous trouverons, en désignant par s le temps exprimé en siècles :

(126)	$\Delta\theta = 0''.071809$	$s^2 - 0''.0078798$	$s^3 = 0''.071791\ s^2 - 0''.007910\, s^3$
		$-\ \ldots.322$	
	$-\ \ldots.18$	$+\ \ldots..20$	
	$\Delta\psi = 1''.09360$	$s^2 + 0''.0018085$	$s^3 = 1''.09367\ s^2 + 0''.001452\, s^3$
		$-\ \ldots.4911$	
	$+\ \ldots.6$	$+\ \ldots.137$	
		$+\ \ldots.1208$	

Les formules données par Oppolzer sont :

$$\Delta\theta = 0.0713\ s^2 - 0.00786\ s^3,$$

$$\Delta\psi = 1.0888\ s^2 + 0.00174\ s^3.$$

(*) *Lehrbuch zur Bahnbestimmung der Planeten und Cometen*, Leipzig, 1882, t. I, pp. 186 et 192, et *Traité de la détermination des orbites des Planètes et des Comètes*, traduction de Pasquier, mêmes pages.

(**) Voir p. 53 ci-dessous.

Nous pouvons omettre de parler des nouveaux termes en s^2 introduits par nos formules, vu leur peu d'importance.

Quant aux termes en s^3, il n'en est pas de même, comme on voit; tandis que le coefficient du premier terme de cet ordre est, dans nos formules, à très peu près le même que dans celles d'Oppolzer, les coefficients des termes complets en s^3 sont assez différents des siens; et cela provient de ce qu'il a omis des termes qui ne sont nullement négligeables vis-à-vis de ceux qu'il conserve. Mais, nous le répétons, c'est afin de faciliter le calcul numérique que nous avons développé les formules (124) suivant les puissances du temps. Ces dernières seules donnent les véritables expressions des variations séculaires en obliquité et en longitude, et nous conduiront à la notion de la nutation séculaire.

83. Un criterium de l'exactitude de ces formules est leur application aux observations anciennes de l'obliquité de l'écliptique.

Parmi ces observations, nous choisirons les suivantes, comme étant les meilleures. Années : — 1100, — 250, + 173, 461, 880, 1000, 1279, 1487. Elles sont toutes rapportées par Laplace (*), à l'exception de la dernière, que nous avons empruntée aux observations de Regiomontanus (**). Le grand géomètre français en rapporte quelques autres également, que nous avons rejetées comme défectueuses (***); elles s'écartent au moins autant, du reste, de la formule de Laplace que de la nôtre.

Afin de calculer plus rigoureusement la réduction de l'écliptique fixe à l'écliptique vraie, au lieu de la formule usitée, nous avons tiré de

$$\cos \theta_1 = \cos \theta \cos \varepsilon - \sin \theta \sin \varepsilon \cos \Lambda',$$

θ étant l'inclinaison de l'équateur moyen sur le premier plan, θ_1 sur le

(*) Connaissance des temps pour 1811.

(**) HOUZEAU, *Constantes de l'astronomie* (ANNALES DE L'OBSERVATOIRE ROYAL DE BRUXELLES, 2e série, t. I.

(***) Voir la Notice sur ce sujet dans l'*Annuaire de l'Observatoire royal de Bruxelles pour 1886*.

second, l'expression suivante de l'obliquité moyenne :

$$\theta_1 = \theta + \varepsilon \cos \Lambda' + x,$$

l'arc x, qui se déduit de l'identification des deux valeurs de $\cos \theta_1$, étant donné par

$$x = \frac{1}{2} \varepsilon^2 \sin^2 \Lambda' \cot \theta \, (1 - \varepsilon \cos \Lambda' \cot \theta).$$

En sorte que, si θ_0 est l'obliquité moyenne au temps $t = 0$, on aura, au temps t, en négligeant le terme en ε^3 :

$$(127) \quad \ldots\ldots \quad \theta_1 = \theta_0 + \Delta\theta + \varepsilon \cos \Lambda' + \frac{1}{2} \varepsilon^2 \sin^2 \Lambda^2 \cot \theta,$$

$\Delta\theta$ étant donné par la formule (125bis).

Si l'on veut développer cette expression suivant les puissances du temps, elle s'écrira :

$$\theta_1 = \theta_0 + \Delta\theta + \varepsilon_1 \cos \Lambda'_0 t + \left(- \varepsilon_2 \cos \Lambda'_1 - \varepsilon_1 \lambda'_1 \sin \Lambda'_0 + \frac{1}{2} c'_1 \varepsilon_1^2 \sin^2 \Lambda'_0\right) t^2$$
$$+ \left(\varepsilon_2 \lambda'_1 \sin \Lambda'_0 - \frac{1}{2} \varepsilon_1 \lambda_1'^2 \cos \Lambda'_0 + \frac{1}{2} c'_1 \varepsilon_1^2 \lambda'_1 \sin 2\Lambda'_0 - c'_1 \varepsilon_1 \varepsilon_2 \sin^2 \Lambda'_0\right) t^3.$$

Réduisant en nombres d'après les données de l'article 82, on trouvera, pour la valeur de l'obliquité moyenne après s siècles :

$$(127^{bis}) \quad \ldots\ldots \quad \theta_1 = \theta_0 - 47''.594\, s - 0''.0127\, s^2 + 0''.001266\, s^3.$$

Oppolzer donne :

$$\theta_1 = \theta_0 - 47''.594\, s - 0''.00204\, s^2.$$

Les différences entre l'observation et le calcul, fait suivant notre formule et suivant celle d'Oppolzer, sont portées dans les deux dernières colonnes ci-après ; dans la précédente figurent les différences que Laplace a trouvées

en adoptant la variation séculaire de 52″;

ANNÉES.	Observ.	O — L.	O — O.	O — F.
— 1100	23° 54′ 2″.0	+ 2′ 4″.1	+ 4′ 10″.4	+ 3′38″9.
— 250	45 7.0	— 12.0	+ 1 30.9	+ 1 5.2
+ 173	41 53.0	— 44.1	+ 56.6	+ 46.9
+ 461	38 52.3	— 1 0.7	+ 27.6	+ 21.7
+ 880	35 41.0	+ 28.0	+ 30.7	+ 28.8
+ 1000	34 26.0	— 24.0	+ 11.9	+ 11.2
+ 1279	32 2.4	— 20.0	— 0.3	— 0.0
+ 1460	30 49.0		+ 11.9	+ 11.0

84. Nous avons enfin à ajouter, aux expressions précédentes (126) des variations séculaires de l'axe du monde, celles que nous avons données ci-dessus (articles 71 et 72); les expressions complètes de ces variations deviendront ainsi :

$$(128)\quad \begin{cases} \Delta\theta = 0''.071791\ s^2 - 0''.0079100\ s^3 + \nu[9.11259]\cos\Gamma_0 s - \nu[7.2884]\sin\Gamma_0 s^2, \\ \Delta\psi = 1''.09367\ s^2 + 0''.0014519\ s^3 + \nu[9.17917]\sin\Gamma_0 s + \nu[7\ 3350]\cos\Gamma_0 s^2. \end{cases}$$

Le coefficient ν, qui entre dans ces formules, ne peut, comme nous l'avons dit, être déterminé que par l'observation.

85. Il nous reste à chercher la valeur de la précession générale ψ_1, qui est représentée par $N\gamma_0 - N\gamma'$ dans la figure de l'article 76.

Les formules de Gauss, appliquées au triangle $N\gamma'\gamma$, dont l'angle γ' est $\pi - \theta$, l'angle γ, θ_1, et dont les côtés $N\gamma'$, $N\gamma$ et $\gamma'\gamma$ sont respectivement $\Lambda - \psi_1$, $\Lambda - \psi$ et χ, cette dernière lettre représentant la précession planétaire, nous donneront :

$$\cos\frac{\varepsilon}{2}\sin\frac{\psi_1 - \psi}{2} = \sin\frac{\chi}{2}\cos\frac{\theta_1 + \theta}{2},$$

$$\sin\frac{\varepsilon}{2}\sin\left(\Lambda - \frac{\psi_1 + \psi}{2}\right) = \sin\frac{\chi}{2}\sin\frac{\theta_1 + \theta}{2},$$

$$\sin\frac{\varepsilon}{2}\cos\left(\Lambda - \frac{\psi_1 + \psi}{2}\right) = \cos\frac{\chi}{2}\sin\frac{\theta_1 + \theta}{2}.$$

Des deux dernières on tire, avec une exactitude amplement suffisante,

$$\chi^2 \sin^2 \frac{\theta_1 + \theta}{2} = \varepsilon^2 - (\theta_1 - \theta)^2,$$

et, si l'on remplace $\theta_1 - \theta$ par $\varepsilon \cos \Lambda_1$,

$$\frac{\theta_1 + \theta}{2} \text{ par } \theta_0 + \frac{1}{2} \varepsilon_1 \cos \Lambda_1 t = \theta_0 - 0''.238\, t:$$

d'où

$$\chi^2 \sin^2 \theta_0 = \frac{\varepsilon^2 \sin^2 \Lambda}{1 - 0''.476\, t},$$

$$\chi \sin \theta_0 = \varepsilon \sin \Lambda \,(1 + 0''.238\, t),$$

ou, en écrivant, pour ε, $\varepsilon_1 t - \varepsilon_2 t^2$ et développant :

$$\chi \sin \theta_0 = \varepsilon_1 \sin \Lambda_0 t + \sin \Lambda_0 (0''.238\, \varepsilon_1 - \varepsilon_2) t^2 + \varepsilon_1 \lambda'_1 \cos \Lambda_0 t^2.$$

La première des trois formules précédentes peut s'écrire :

$$\psi_1 - \psi = \chi \left(\cos \theta_0 - \frac{1}{2} \varepsilon_1 \sin \theta_0 \cos \Lambda_1 t\right) = \chi \sin \theta_0 \left(\cot \theta_0 - \frac{1}{2} \varepsilon_1 \cos \Lambda_0 t\right).$$

Substituant à $\chi \sin \theta_0$ l'expression qui vient d'être donnée, et effectuant les calculs numériques, on trouvera :

$$\psi_1 - \psi = 0''.13464\, t - 0''.0002216\, t^2;$$

or, pour 1750.0, Bessel a donné $\psi_1 = -50''.21129 t$.

Si nous combinons la formule précédente avec la formule (128), en appliquant cette donnée, nous obtiendrons, pour 1850 :

(129) . . . . $-\psi = 50''.36838\, t - 0''.0001089\, t^2;$

et la précession générale aura pour expression

(129 bis) . . . . $-\psi_1 = 50''.23383\, t + 0''.0001127\, t^2.$

86. Mais les expressions (128) des variations séculaires de l'axe du monde ne sont applicables qu'à un nombre très limité de siècles. La nécessité de cette restriction résulte, en effet, de ce que les fonctions circulaires ont été développées en séries, dans lesquelles on s'est arrêté à la troisième puissance du temps.

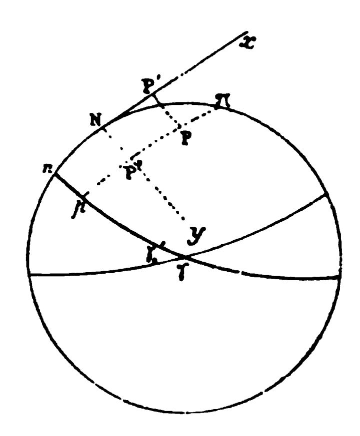
Si l'on veut se faire une idée précise du mouvement de l'axe du monde à travers une suite de siècles dont la durée soit en rapport avec celle des révolutions que la terre a subies depuis les premiers âges géologiques, il faudra recourir aux formules primordiales (124 et 124*bis*).

Dans celles-ci, nous nous bornerons à tenir compte du premier terme seulement, à cause de la faiblesse des suivants vis-à-vis de celui-ci, et de la complication inextricable à laquelle on serait conduit, si l'on voulait faire usage des formules complètes.

Nous écrirons donc simplement, en omettant la constante, puisqu'elle rentre dans l'unique constante arbitraire de l'intégrale θ;

$$(130) \quad \ldots\ldots \left\{ \begin{aligned} \Delta\theta &= H_1 c_1 \left[\frac{\sin(\Lambda' - \varepsilon)}{\lambda'_1 \varepsilon_1 -} - \frac{\sin(\Lambda' + \varepsilon)}{\lambda'_1 + \varepsilon_1} \right] \\ \sin \theta_0 \Delta\psi &= -H_1 c_2 \left[\frac{\cos(\Lambda' - \varepsilon)}{\lambda' - \varepsilon_1} - \frac{\cos(\Lambda' + \varepsilon)}{\lambda'_1 + \varepsilon_1} \right]. \end{aligned} \right.$$

Ces formules déterminent la variation séculaire de l'équateur, due au mouvement de l'écliptique, et estimée par rapport à l'équateur moyen, supposé soustrait aux variations séculaires, pris pour plan de référence.



Or π représentant le pôle boréal de l'écliptique fixe, N et P ceux du plan de référence et de l'équateur soumis à ses variations séculaires, menons par N un plan tangent à la sphère, et, dans ce plan, deux axes rectangulaires x et y, l'axe des x positifs étant dirigé vers le pôle de l'écliptique.

L'arc Pπ sera égal à θ, NP à $\theta - \delta\theta$, et on pourra les prendre tous deux comme égaux à θ; l'angle π, mesuré par l'arc np, sera égal à $\delta\psi$.

La distance des pôles P et N étant excessivement petite, nous pourrons admettre que les arcs PP′ et PP″, normaux respectivement à Nπ et à $n\gamma$, rencontrent, le premier l'axe x, et le second l'axe y; et, de plus, que x ou NP′, abscisse du pôle moyen P est égal à tg $\delta\theta$ ou à $\delta\theta$; quant à y, ou NP″, il sera égal à sin Nπ.sin NπP″ ou à sin $\theta_0 . \delta\psi = s_1 \delta\psi$.

Si nous appelons pôle normal le pôle du plan de référence, plan qui se confond avec l'équateur moyen, non soumis aux variations séculaires, que nous nommerons également équateur normal, nous pourrons donc dire que les coordonnées de la position séculaire du pôle, rapportées à deux axes rectangulaires menés, par le pôle normal, dans l'équateur normal, sont simplement donnés par les seconds membres des formules précédentes (130).

Si l'on fait la somme des carrés de ces coordonnées, on trouvera :

$$\frac{1}{4H_1^2}\left(\frac{x^2}{c_1^2}+\frac{y^2}{c_2^2}\right)=\frac{\lambda_1'^2 \sin^2\varepsilon + \varepsilon_1^2 \cos^2\varepsilon}{(\lambda_1'^2-\varepsilon_1^2)},$$

le second membre de cette équation peut s'écrire :

$$\frac{\varepsilon_1^2}{\lambda_1'^2-\varepsilon_1^2}+\sin^2\varepsilon.$$

La valeur numérique du premier terme est 0.00013, et sin ε étant moindre que 0.000002 t, on peut dire que l'équation précédente représente, pour une époque déterminée, une ellipse dont le grand axe reste à très peu près constant pendant un grand nombre d'années.

87. En vertu du mouvement séculaire de l'écliptique, le pôle de l'équateur est donc animé d'un mouvement périodique autour du pôle normal défini ci-dessus.

A la différence près de la longueur des périodes, ce mouvement est complètement analogue à celui de la nutation annuelle. Il est donc naturel de lui donner le nom de NUTATION SÉCULAIRE.

Et le résultat de l'analyse précédente montre que :

En vertu de la nutation séculaire, le pôle moyen décrit autour du pôle normal, considéré comme fixe, une ellipse dont le grand axe, dirigé vers le

pôle de l'écliptique, reste sensiblement constant pendant plusieurs siècles ; et le rapport du grand axe au petit est égal à celui des cosinus de l'obliquité de l'écliptique et du double de cette obliquité.

La trajectoire du pôle moyen est l'ensemble des éléments de ces ellipses à grand axe variable.

Si l'on recherche la valeur du demi-grand axe, en rendant l'expression de x maximum, on trouve qu'elle correspond à $\Lambda' = \pi$, et qu'elle est égale à :

$$a = 2H_1 c_1 \frac{\lambda'_1 \sin \varepsilon_m}{\lambda'^2_1 - \varepsilon^2_1},$$

ε_m représentant la limite absolue de l'inclinaison de l'écliptique mobile sur l'écliptique fixe.

Quant à la période de T de la nutation séculaire, elle sera donnée par :

$$\Lambda'_T \quad \text{ou} \quad \Lambda'_0 + \lambda'_1 T = \Lambda'_0 + 2\pi,$$

d'où

$$T = \frac{2\pi}{\lambda'_1}.$$

88. Calculons les valeurs numériques de ces quantités, en nous bornant, toutefois, à considérer les termes de ε, ψ..... qui ne dépendent que de la première puissance du temps.

La valeur que nous trouverons pour a sera, sous ces réserves, le maximum absolu de l'accroissement séculaire de l'obliquité de l'écliptique.

Nous prendrons, outre les données numériques de l'article 82, $\varepsilon_m = 3°6'$ (Stockwell).

Ceci posé, on obtiendra $a = 3°48'.4$.

Quant à la période T, on la trouvera de 31100 ans environ.

On peut donc dire, sous les réserves qui précèdent, que la limite des variations du pôle moyen, dues à la nutation séculaire, est de 3°48'.4, et que l'intervalle de temps nécessaire pour que cette limite soit atteinte est de 15550 ans.

Ces résultats sont fondés sur l'hypothèse de l'uniformité du mouvement

séculaire de l'écliptique. Une connaissance plus exacte de ce mouvement serait indispensable, pour pouvoir affirmer la validité absolue, à travers une longue série de siècles, des conclusions qui précèdent, et que nous résumons en ces lignes :

Le demi-grand axe de la courbe décrite par le pôle moyen, dans son mouvement de nutation séculaire est de 3°48'.4;

La période de ce mouvement est de 31000 ans environ.

89. Les calculs exposés ci-dessus s'appliquent sans difficulté à l'action de la Lune.

Il suffira de remplacer la formule (113) par la suivante :

$$(131) \quad \ldots\ldots \quad \operatorname{tg}\beta = \sin\varepsilon\sin(\lambda - \mathrm{A}) + i\sin(\lambda - \Omega),$$

et de multiplier, en outre, par le rapport f des actions de la Lune et du Soleil.

Évidemment les termes indépendants de i seront identiquement les mêmes pour les deux astres ; en sorte que le coefficient h_1 trouvé précédemment, article 78, dans le premier terme de l'action du Soleil deviendra $h_1 + fh'_1 = \mathrm{H}_1$, en faisant

$$(132) \quad \ldots\ldots \quad h'_1 = \frac{3}{4}\frac{m_1^2}{n}\frac{\mu}{1+\mu}\cdot\left(1 + \frac{9}{2}e'^2 - \frac{3}{2}i^2\right)^{(*)};$$

le coefficient h_2 des deux termes suivants se changera de même, pour la Lune, en

$$(132^{bis}) \quad \ldots\ldots \quad h'_2 = \frac{9}{32}fe'^2\frac{m_1^2}{u}\cdot\frac{\mu}{1+\mu};$$

et le périgée du Soleil, Γ, sera remplacé par celui de la Lune Γ'.

C'est de cette manière que nous avons déjà écrit les formules (124).

(*) On remarquera que nous avons introduit dans la parenthèse, le facteur $-\frac{3}{2}i^2$, qui doit y figurer, comme il a été dit à l'article 75.

Mais ces formules sont encore incomplètes, puisque les termes dépendants de l'inclinaison et du nœud de l'orbite lunaire y sont omis.

Pour les trouver, nous aurons à substituer, dans le produit $\frac{4xz}{D^5}$, article 77, à sin 2β et à cos 2β leurs expressions tirées de (133) et à multiplier, de plus, le résultat par

$$\left(\frac{a}{D}\right)^3 = 1 + \frac{9}{2}e^2 + 3e\cos(\lambda - \Gamma) + \frac{3}{2}e^2\cos 2(\lambda - \Gamma),$$

en laissant toutefois de côté les termes indépendants de i et de ☊, dont la formule précédente a tenu compte, ainsi que ceux qui sont indépendants de ε ou de Λ, et qui rentrent dans la précession et la nutation annuelles.

Parmi ces derniers, nous mentionnerons en particulier celui qui provient du terme :

$$-\frac{3}{4}s_2 i^2 \{\sin(2\varepsilon + \varphi) - \sin(2\varepsilon - \varphi)\}$$

du développement précédent. Ce terme donnera, pour $s_1\Delta\psi$ une intégrale de la forme $-\frac{3}{4}s_2 i^2 \frac{\sin 2\varepsilon}{\varepsilon_1}$ qui se réduira, comme le terme analogue trouvé ci-dessus, à une variation séculaire insignifiante de la constante de la précession (125bis).

On trouverait de même, affectés de $-\frac{3}{2}i^2$ tous les termes en Λ' des formules (122). C'est pourquoi nous avons introduit le facteur $1 - \frac{3}{2}i^2 + \frac{9}{2}e'^2$ au lieu de $1 + \frac{9}{2}e'^2$ dans les formules (123).

Le développement des termes qui ne dépendent que de i, ☊, ε et Λ ne présente pas une grande complication, puisqu'il n'exige que la formation du produit $\frac{4xz}{D^5}$, dans lequel on peut tout d'abord faire abstraction des termes indépendants de la longitude λ de l'astre, de l'inclinaison i et du nœud ☊ de son orbite.

Au contraire, celui des termes qui dépendent à la fois de l'inclinaison et du périgée est un peu plus long; il exige, en effet, que l'on conserve, dans le produit $\frac{4xz}{D^5}$, les termes en 2λ, qui sont multipliés par i et par i^2, puisque ce sont ces termes mêmes, dont le produit par $\frac{3}{2}e^2\cos 2(\lambda - \Gamma)$ donnera des termes dépendants du périgée de la Lune et de l'inclinaison de son orbite.

Avant de les calculer, il sera donc prudent de rechercher quelle en peut être l'importance.

Or, le terme de l'expression $\frac{4xz}{D^2}$:

$$\sin^2\beta\left[(1+c_1)\sin(2\lambda-\varphi)+(1-c_1)\sin(2\lambda+\varphi)\right],$$

par exemple, fournira ainsi des termes de la forme :

$$e^2 i\left\{\begin{array}{l}(1+c_1)\left[\cos(2\Gamma+\Omega-\Lambda-\varepsilon-\varphi)-\cos(2\Gamma+\Omega-\Lambda+\varepsilon-\varphi)\right]\\(1-c_1)\left[\cos(2\Gamma+\Omega-\Lambda-\varepsilon+\varphi)-\cos(2\Gamma+\Omega-\Lambda+\varepsilon+\varphi)\right]\end{array}\right\}$$

qui donneront, par l'intégration, des expressions telles que :

$$f\frac{m_1^2}{n}\frac{\mu}{1+\mu}e^2 i\left[\frac{\sin(2\Gamma+\Omega-\Lambda-\varepsilon)}{2\gamma_1+\omega_1-\lambda_1-\varepsilon_1}-\frac{\sin(2\Gamma+\Omega-\Lambda+\varepsilon)}{2\gamma_1+\omega_1-\lambda_1+\varepsilon_1}\right].$$

Le développement de celle-ci suivant les puissances du temps, se réduit à

$$f\frac{m_1^2}{n}\frac{\mu}{1+\mu}e^2 i\varepsilon_1\sin(2\Gamma_0+\Omega_0-\Lambda_0).t^2.$$

Si l'on calcule les facteurs numériques qui entrent dans cette expression, on trouve que le produit n'en atteint pas même des cent millionièmes de seconde.

Ces termes seront donc tout à fait insensibles.

90. Pour la même raison, nous pouvons nous borner à ne considérer, dans le développement de $\frac{4xz}{D^2}$, que les seuls termes qui dépendent de la première puissance de l'inclinaison, et à écrire, par suite, en posant, pour abréger, $\lambda+c_1\sin\chi=\lambda'$:

$$\sin 2\beta=\cos(\lambda'-\Lambda'-\varepsilon)-\cos(\lambda'-\Lambda'+\varepsilon)$$
$$-\frac{1}{2}i\left\{\begin{array}{l}2\sin(\lambda'-\Omega)-\sin(\lambda'-\Omega-2\varepsilon)-\sin(\lambda'-\Omega+2\varepsilon)\\+\sin(\lambda'+\Omega-2\Lambda')-\frac{1}{2}\sin(\lambda'+\Omega-2\lambda'-2\varepsilon)-\frac{1}{2}\sin(\lambda'+\Omega-2\Lambda'+2\varepsilon)\end{array}\right\},$$

$$\sin^2\beta=\frac{1}{2}i\left\{\begin{array}{l}\sin(2\lambda'-\Omega-\Lambda'-\varepsilon)-\sin(2\lambda'-\Omega-\Lambda'+\varepsilon)\\-\sin(\Omega-\Lambda'-\varepsilon)+\sin(\Omega-\Lambda'+\varepsilon)\end{array}\right\}.$$

On trouvera alors que les termes à considérer se réduisent au produit de $\frac{1}{4}i$ par

$$(c_1+c_2)\left[\begin{array}{l}\sin(\Omega-\varphi)-\sin(\Omega+2\varepsilon-\varphi)-\sin(\Omega-2\varepsilon-\varphi)\\ -\sin(\Omega-2\Lambda'-\varphi)+\frac{1}{2}\sin(\Omega-2\Lambda'+2\varepsilon-\varphi)+\frac{1}{2}\sin(\Omega-2\Lambda'-2\varepsilon-\varphi)\end{array}\right]$$
$$+(c_1-c_2)\left[\begin{array}{l}2\sin(\Omega+\varphi)-\sin(\Omega+2\varepsilon+\varphi)-\sin(\Omega-2\varepsilon+\varphi)\\ -\sin(\Omega-2\Lambda'+\varphi)+\frac{1}{2}\sin(\Omega-2\Lambda'+2\varepsilon+\varphi)+\frac{1}{2}\sin(\Omega-2\Lambda'-2\varepsilon+\varphi)\end{array}\right]$$
$$s_1\left\{\begin{array}{l}(1+c_1)\left[\cos(\Omega+\Lambda'-\varepsilon-\varphi)-\cos(\Omega+\Lambda'+\varepsilon-\varphi)\right]\\ +(1-c_1)\left[\cos(\Omega+\Lambda'-\varepsilon+\varphi)-\cos(\Omega+\Lambda'+\varepsilon+\varphi)\right]\end{array}\right\}$$
$$+3s_2\left\{\begin{array}{l}\cos(\Omega-\Lambda'-\varepsilon-\varphi)-\cos(\Omega-\Lambda'+\varepsilon-\varphi)\\ -\cos(\Omega-\Lambda'-\varepsilon+\varphi)+\cos(\Omega-\Lambda'+\varepsilon+\varphi)\end{array}\right\}.$$

91. Ces termes sont à multiplier par $-\frac{3}{4}\frac{m_1^2}{n}$ pour fournir les termes correspondants de p, qui seront donc le produit des précédents par $-\frac{3}{16}\frac{m_1^2}{n}i$; et, en tenant compte de la notation (123), on trouvera, par l'intégration :

$$\Delta\theta=\frac{1}{2}ih_1'c_1\left[\begin{array}{l}\frac{2\cos\Omega}{\omega_1}-\frac{\cos(\Omega+2\varepsilon)}{\omega_1+2\varepsilon_1}-\frac{\cos(\Omega-2\varepsilon)}{\omega_1-2\varepsilon_1}\\ -\frac{\cos(\Omega-2\Lambda')}{\omega_1-2\lambda_1'}+\frac{\frac{1}{2}\cos(\Omega-2\Lambda'+2\varepsilon)}{\omega_1-2\lambda_1'+2\varepsilon_1}+\frac{\frac{1}{2}\cos(\Omega-2\Lambda'-2\varepsilon)}{\omega_1-2\lambda_1'-2\varepsilon_1}\end{array}\right]$$
$$+\frac{1}{2}ih_1's_1\left[\frac{\sin(\Omega+\Lambda'-\varepsilon)}{\omega_1+\lambda_1'-\varepsilon_1}-\frac{\sin(\Omega+\Lambda'+\varepsilon)}{\omega_1+\lambda_1'+\varepsilon_1}\right].$$

$$\Delta\psi=\frac{1}{2}ih_1'\frac{c_2}{s_1}\left[\begin{array}{l}\frac{2\sin\Omega}{\omega_1}-\frac{\sin(\Omega+2\varepsilon)}{\omega_1+2\varepsilon_1}-\frac{\sin(\Omega-2\varepsilon)}{\omega_1-2\varepsilon_1}\\ -\frac{\sin(\Omega-2\Lambda')}{\omega_1-2\lambda_1'}+\frac{\frac{1}{2}\sin(\Omega-2\Lambda'+2\varepsilon)}{\omega_1-2\lambda_1'+2\varepsilon_1}+\frac{\frac{1}{2}\sin(\Omega-2\Lambda'-2\varepsilon)}{\omega_1-2\lambda_1'-2\varepsilon_1}\end{array}\right]$$
$$-\frac{1}{2}ih_1'c_1\left[\frac{\cos(\Omega+\Lambda'-\varepsilon)}{\omega_1+\lambda_1'-\varepsilon_1}-\frac{\cos(\Omega+\Lambda_1'+\varepsilon)}{\omega_1+\lambda_1'+\varepsilon_1}\right]$$
$$+\frac{3}{2}ih_1's_2\left[\frac{\cos(\Omega-\Lambda'-\varepsilon)}{\omega_1-\lambda_1'-\varepsilon_1}-\frac{\cos(\Omega-\Lambda'+\varepsilon)}{\omega_1-\lambda_1'+\varepsilon_1}\right].$$

La première partie de $\Delta\theta$, de même que de $\Delta\psi$, développée, donne, à la vérité, des termes qui dépendent de la troisième puissance du temps, mais

qui sont affectés du coefficient ε_1^2, et, par conséquent, absolument négligeables.

Les expressions de $\Delta\theta$ et de $\Delta\psi$ se réduisent ainsi, la première à son dernier terme, la seconde aux deux derniers. Quant aux termes des formules (122), qui dépendent du mouvement de l'écliptique et du périgée de la Lune, ils sont tellement insignifiants, à cause du facteur très petit h_2' dont ils sont affectés, que nous pouvons les négliger complètement.

En ne conservant que les termes qui pourraient devenir sensibles, les variations à courte période qui sont liées au mouvement de l'écliptique se réduiront à

$$(133) \quad \ldots \quad \begin{cases} \Delta\theta = \dfrac{1}{2} i h_1' s_1 \left[\dfrac{\sin(\Omega + \Lambda' - \varepsilon)}{\omega_1 + \lambda_1' - \varepsilon_1} - \dfrac{\sin(\Omega + \Lambda' + \varepsilon)}{\omega_1 + \lambda_1' + \varepsilon_1}\right] \\ \Delta\psi = \dfrac{3}{2} i h_1' s_2 \left[\dfrac{\cos(\Omega - \Lambda' - \varepsilon)}{\omega_1 - \lambda_1' - \varepsilon_1} - \dfrac{\cos(\Omega - \Lambda' + \varepsilon)}{\omega_1 - \lambda_1' + \varepsilon_1}\right] \\ \qquad - \dfrac{1}{2} i h_1' c_1 \left[\dfrac{\cos(\Omega + \Lambda' - \varepsilon)}{\omega_1 + \lambda_1' - \varepsilon_1} - \dfrac{\cos(\Omega + \Lambda' + \varepsilon)}{\omega_1 + \lambda_1' + \varepsilon_1}\right]. \end{cases}$$

92. Ces variations, quoique dépendant, par la longitude du nœud ascendant de l'écliptique et par son inclinaison sur l'écliptique fixe, du mouvement séculaire de ce plan, doivent évidemment, à cause de la brièveté de leur période, rentrer, comme nous l'avons dit, parmi les termes de la nutation annuelle.

Cela étant, les termes des formules (133) devront se calculer de la même manière que les termes usuels de la nutation ; c'est-à-dire sans prendre les intégrales entre les limites 0 et t, comme nous l'avons fait pour les termes séculaires proprement dits (art. 76). Ce procédé est absolument rigoureux, quoiqu'il semble, au premier abord, que les termes des formules (133), complètement analogues aux termes séculaires, doivent se calculer de même que ceux-ci, et qu'il ne faudrait pas laisser subsister, dans leur développement, les termes indépendants du temps qui disparaissent dans ce dernier mode de calcul (*).

(*) Si l'on désigne par c la constante de la précession, par k une constante arbitraire,

Dans le développement suivant des formules (133), nous n'écrirons que les deux premiers termes, les autres étant tellement faibles qu'ils ne pourraient devenir sensibles que pour une époque très-éloignée, et les observations qui ont été faites à une pareille époque ne possédant pas le degré de précision nécessaire pour que la présence de ces termes puisse s'y accuser.

Le développement se réduit ainsi à :

$$\Delta\theta = \frac{fih'_1 s_1 \varepsilon_1}{(\omega_1 + \lambda'_1)^2 - \varepsilon_1^2}\left[\sin(\Omega + \mathrm{A}') - (\omega_1 + \lambda'_1)\cos(\Omega + \mathrm{A}').\,t\right],$$

$$\Delta\psi = \frac{3fih'_1 c_1 \varepsilon_1}{(\omega_1 - \lambda'_1)^2 - \varepsilon_1^2}\left[\cos(\Omega - \mathrm{A}') + (\omega_1 - \lambda'_1)\sin(\Omega - \mathrm{A}').\,t\right]$$
$$- \frac{fih'_1 c_1 \varepsilon_1}{(\omega_1 + \lambda'_1)^2 - \varepsilon_1^2}\left[\cos(\Omega + \mathrm{A}') + (\omega_1 + \lambda'_1)\sin(\Omega + \mathrm{A}').\,t\right],$$

ou, en nombres, à

$$(134)\quad \ldots \begin{cases} \Delta\theta = [5.1469]\sin(\Omega + \mathrm{A}') + [4.67266]\cos(\Omega + \mathrm{A}').\,t, \\ \Delta\psi = [5.8000]\cos(\Omega - \mathrm{A}') - [5.53092]\sin(\Omega - \mathrm{A}').\,t \\ \qquad - [5.5093]\cos(\Omega + \mathrm{A}') + [5.03508]\sin(\Omega + \mathrm{A}').\,t, \end{cases}$$

par F la fonction périodique qui remplace absolument tous les termes de la nutation, l'expression complète de ψ sera :

$$\psi = k + ct + \mathrm{F},$$

ou, en prenant l'intégrale entre 0 et t :

$$\psi = \psi_0 - \mathrm{F}_0 + ct + \mathrm{F}.$$

Or $\psi_0 - \mathrm{F}_0$ est la longitude moyenne au temps $t = 0$, c'est-à-dire celle que l'on obtient abstraction faite de la nutation; $\psi_0 - \mathrm{F}_0 + ct$ est donc la longitude moyenne au temps t ; la dernière formule devient, par suite :

$$\psi = \psi_m + \mathrm{F},$$

c'est-à-dire qu'en ajoutant à la longitude moyenne, au temps t, la nutation calculée pour ce même moment sans l'introduction d'une constante arbitraire, on obtient absolument le même résultat qu'en prenant l'intégrale entre les limites 0 et t.

Ces termes, dont aucun géomètre n'a tenu compte, Oppolzer excepté, pourront devenir sensibles lorsqu'on voudra comparer entre elles des observations séparées par un intervalle de plusieurs siècles. Les premiers d'entre eux, indépendants du temps, peuvent toujours être négligés, même dans la réduction des circompolaires.

RÉCAPITULATION

Nous arrêtons ici ce travail, quoi qu'il nous reste encore un point important à examiner : celui de l'uniformité du mouvement diurne à travers les siècles. On verra, dans l'Addition, que les irrégularités de ce mouvement sont du même ordre de grandeur que la nutation diurne.

L'existence aujourd'hui démontrée de cette nutation (*), celle aussi des termes nouveaux que nous avons trouvés dans l'expression de la nutation annuelle, nous imposent une tâche importante : la détermination des constantes de la nutation diurne d'abord ; et, ensuite, une détermination nouvelle des constantes de l'aberration et de la nutation annuelle du coefficient des termes qui, dans l'expression de cette dernière, dépendent des inégalités du sphéroïde terrestre, de ceux enfin qui renferment les constantes arbitraires, et dont la période, estimée égale à 305 jours environ, est, plus exactement, de $1 \frac{1}{305}$ jour.

C'est vers ce but que vont tendre actuellement nos premiers efforts.

Sa poursuite exigera l'emploi des formules qui ont fait l'objet du présent travail, et que nous allons récapituler.

La plupart des notations sont celles que nous avons employées précédemment, et qui sont, du reste, familières aux astronomes. On voudra bien ne pas oublier, toutefois, que ψ est pris partout dans le sens direct, et que nous conservons, pour les motifs énumérés à l'article 57, la longitude moyenne du Soleil, au lieu de la remplacer, comme on le fait généralement, par la longitude vraie.

Dans cette récapitulation, il sera plus simple et plus pratique à la fois d'exprimer les termes de la nutation diurne en coordonnées écliptiques,

(*) C. R., 13 décembre 1886. — *Bull. Acad. de Belgique*, 2 avril 1887. — A. N., n° 2768. — *Annuaire de l'Observatoire royal* pour 1888 et pour 1889. [Déc. 1888.]

d'une part, afin de les rapporter aux mêmes arguments que ceux de la nutation annuelle; d'autre part, afin de savoir, parmi ces derniers, quels sont ceux qu'il est indispensable de conserver.

A cette fin, on partira des formules (59), qui donnent les expressions tout à fait générales des composantes l et m de la vitesse angulaire de l'écorce solide du globe autour des axes principaux x et y, et d'où se déduisent celles de $\frac{d\theta}{dt}$ et $\frac{d\psi}{dt}$ (11).

Si l'on y tient compte à la fois de la nutation annuelle et de la nutation diurne, on trouvera que, pour obtenir cette dernière, il suffira d'ajouter aux seconds membres des formules (68)

$$135) \ldots \left\{ \begin{array}{ll} \text{en } \Delta\theta: & \pm \frac{1}{2} \frac{u}{n} \frac{c}{A} \frac{1 \pm v_2}{(1 \pm \frac{1}{2} v_2)[(1 \pm v_2)^2 - \varpi]} \sin (vt \pm 2\varphi), \\ \text{en } \sin\theta\Delta\psi: & + \frac{1}{2} \frac{u}{n} \frac{c}{A} \frac{1 \pm v_2}{(1 \pm \frac{1}{2} v_2)[(1 \pm v_2)^2 - \varpi]} \cos (v_1 t \pm 2\varphi). \end{array} \right.$$

L'application de ces formules à chacun des termes de l'expression (84) de p donnera les termes de la nutation diurne. Ceux-ci auront tous pour coefficient

$$-\frac{h}{4} \times \frac{1}{2} \frac{c}{A} \frac{1}{n} = \frac{3}{8} \left(\frac{m_1}{n}\right)^2 \left(\frac{C - A}{B} - \frac{C - B}{A}\right) = \frac{3}{8} \left(\frac{m_1}{n}\right)^2 (B - A) \frac{B + A - C}{AB},$$

que nous appellerons le coefficient de la nutation diurne, et que nous représenterons par k.

$\frac{B + A - C}{AB}$ peut s'écrire

$$\frac{C - (2C - A - B)}{AB} = \frac{C(1 - 2\mu_1)}{AB},$$

μ_1 représentant $\frac{\mu - \varpi}{1 - \varpi}$; et, puisque $\frac{A + B}{2C} = 1 - \mu_1$, on pourra ici poser

$$\frac{A}{C} = \frac{B}{C} = 1 - \mu_1, \quad \text{d'où} \quad \frac{AB}{C^2} = 1 - 2\mu_1.$$

Cela étant, le coefficient de la nutation diurne se réduit à $\frac{3}{8}\left(\frac{m_1}{n}\right)^2\frac{B-A}{C}$.

Il est bien entendu que, dans cette expression, les moments d'inertie A, B, C sont relatifs à l'écorce solide du globe, et non au globe entier.

Dans ces formules intervient nécessairement encore une autre constante, dont il a été question dans le Livre I : c'est la longitude du premier méridien. t étant l'heure sidérale de l'observation, on a, en temps,

$$\varphi + L = t.$$

L étant la longitude orientale du lieu, rapportée au premier méridien.

Quand les constantes k et L seront déterminées, il n'y aura rien à changer aux formules (135), dans lesquelles il suffira de remplacer φ par $t - L$; et c'est ainsi que nous les développerons ci-dessous.

S'agit-il, au contraire, de déterminer ces constantes, il faudra procéder comme à l'article 13.

Pour être complètes, les formules de la nutation doivent renfermer encore les termes qui contiennent les constantes arbitraires, et qui proviennent de $l = \alpha_1 \sin(\iota\varphi + \beta_1)$, article 15.

Ces derniers seront, si l'on écrit simplement α_1 au lieu de $\frac{\alpha_1}{n(1+\iota)}$, et qu'on néglige la très petite différence qui existe entre l'unité et $\frac{a}{B}\frac{1}{\iota} = \sqrt{\frac{aA}{Bb}}$:

$$\Delta\theta = \alpha_1 \cos\left[(1+\iota)\varphi + \beta_1\right]; \quad s_1\Delta\psi = -\alpha_1 \sin\left[(1+\iota)\varphi + \beta_1\right].$$

Ces termes sont nuls, si le mouvement de rotation initial de l'écorce s'est effectué autour de son axe polaire principal, et si celui-ci n'a pas varié. Mais la croûte s'étant durcie insensiblement, et plus rapidement sous les mers que sous les masses continentales, il est possible et même probable que l'axe principal, autour duquel tournait le globe dans son état fluide, n'est pas resté un axe principal de la croûte ou du sphéroïde. Dans quelle mesure s'en est-il écarté, c'est l'observation seule qui peut nous l'apprendre; et nous devrons conserver à cette fin les deux termes précédents dans les expressions de la nutation.

A la vérité, nous ne connaissons que très imparfaitement la valeur de

$$\iota^2 = \frac{ab}{AB} = \frac{(C-A)(C-B)}{AB}.$$

Nous ne savons pas même de science certaine si cette valeur doit se calculer pour le sphéroïde terrestre tout entier, ou pour la croûte solide seule. Nous ferons remarquer cependant que, dans ce dernier cas, il se pourrait que la valeur de l'expression précédente fût négative, ce qui modifierait la forme des intégrales au point qu'il ne serait plus possible d'y retrouver la période que plusieurs astronomes croient avoir découverte dans les variations de la latitude et du lieu apparent des étoiles.

On doit observer, de plus, que le coefficient de la nutation annuelle et celui de la précession concordent bien entre eux et avec la valeur assignée par la Mécanique Céleste à l'action de la Lune.

Il semble donc que l'intervention du frottement, qui s'exerce entre le noyau fluide et l'écorce, a pour effet de soumettre celle-ci, dans les mouvements à longue période, à ceux mêmes du noyau, en sorte que ces mouvements s'effectuent comme si le noyau et l'écorce étaient solidaires, tandis que le mouvement diurne de l'écorce serait à peu près indépendant de celui du noyau.

Quoiqu'il puisse sembler étonnant, au premier abord, que l'action du frottement s'exerce de deux manières aussi dissemblables, suivant la longueur de la période des mouvements de l'écorce, la théorie rend toutefois compte de cette dissimilitude.

Or, la révolution complète du mouvement que nous considérons actuellement, et qui dépend de l'angle $\iota\varphi$, serait de $\frac{1}{\iota} = \frac{1}{0.00325} = 308$ jours environ pour la Terre entière. Cette période est à peu près l'année ; et puisque, pour les mouvements qui dépendent de la durée beaucoup plus courte d'une lunaison, les coefficients, calculés pour le sphéroïde entier, semblent concorder fort bien avec les observations, sans nul doute sommes-nous en droit de calculer ι également pour le sphéroïde.

Dans les expressions suivantes de la précession et de la nutation, nous avons tenu compte de tous les résultats précédemment trouvés, ainsi que des inégalités de la Lune, que nous n'avons pas fait entrer dans nos formules (84) à (95) par les motifs exposés dans la préface.

Les formules sont calculées pour 1850.0.

Pour le calcul de la constante de la précession, nous sommes parti de la valeur 50''.36838 de la précession luni-solaire, calculée ci-dessus (129) d'après la précession générale de Bessel (*); de cette quantité nous avons à retrancher 0''.00057 pour obtenir la constante de la précession (art. 162) qui sera P = 50''.36781.

Réduite à l'année Julienne, prise pour unité dans nos formules, cette valeur sera P = 50'',36886.

Reprenant, avec cette donnée et la constante de la nutation de Peters, les calculs des articles 52 et suivants, on trouvera $f = 2.181$; $\frac{\mu - \varpi}{1 - \varpi} = 0,0032693$; d'où l'on déduira $\mu = 0.00328$, $\varpi = 0.0000104$.

L'accord assez satisfaisant de cette valeur de f, avec celle que lui assigne la Mécanique Céleste, milite en faveur de l'exactitude de la constante de Peters et de la constante de la précession luni-solaire, qui résulte de notre théorie et de la précession générale déterminée par Bessel.

La constante de la nutation de Peters devra être multipliée dans nos formules par $(1 + \eta)$, en vue de la détermination ultérieure de sa correction; celle de la précession par $(1 + \varkappa)$.

Indépendamment des constantes arbitraires α_1 et β_1, il reste encore un facteur indéterminé dans nos formules: c'est ν, qui multiplie les termes dépendants des périgées de la Lune et du Soleil; ce facteur ne pourra être déterminé qu'au moyen d'observations bien précises. On verra ailleurs (**)

(*) On a vu qu'en théorie elle est préférable à celle de Struve (art. 53). Des recherches récentes ont confirmé ce résultat (1888.)

(**) Traité des réductions stellaires, p. 37.

que Bessel, Poisson, Peters et Nyrén ont commis une erreur de théorie quand ils ont cru pouvoir déterminer ν par des observations du pendule.

Nos formules donnent : pour la précession générale, d'après Bessel, 50.23383 ; pour la nutation annuelle, en tenant compte des termes du second ordre et de ceux qui proviennent des inégalités de la Lune, en obliquité (*) :

$$\begin{aligned}\Delta\theta = {} & 9''.2235 \cos \Omega - 0.08727 \cos 2\Omega + 0.5314 \cos 2\odot \\ & + 0.0887 \cos 2☾ + 0.02341 \cos(3\odot - \Gamma) - 0.0092 \cos(\odot + \Gamma) - 0.0017 \cos(2\odot - \Omega) \\ & + 0.0161 \cos(2☾ - \Omega) + 0.0148 \cos(3☾ - \Gamma') \\ & - 0.0055 \cos(☾ + \Gamma') - 0.0010 \cos(☾ - \Gamma') \\ & - \alpha_1 \sin\left[(1 + \iota)\varphi + \beta_1\right] \\ & + \nu\,[1.04265] \sin \Gamma' - \nu\,[0.53321] \sin(\Gamma' + \Omega);\end{aligned}$$

en longitude :

$$\begin{aligned}-\Delta\psi = {} & -17''.2472 \sin \Omega + 0.2020 \sin 2\Omega - 1.1403 \sin 2\odot \\ & - 0.2044 \sin 2☾ + 0.1283 \sin(\odot - \Gamma) - 0.0458 \sin(3\odot - \Gamma) \\ & + 0.0215 \sin(\odot + \Gamma) + 0.00317 \sin(2\odot - \Omega) \\ & + 0.0043 \sin(2\odot - 2\Gamma') - 0.0322 \sin(2☾ - \Omega) \\ & - 0,0301 \sin(3☾ - \Gamma') + 0.0108 \sin(☾ + \Gamma') + 0.0675 \sin(☾ - \Gamma') \\ & + \frac{\alpha_1}{s_1} \cos\left[(1 + \iota)\varphi + \beta_1\right] \\ & - \frac{\nu}{s_1}[0.11090] \cos \Gamma' + \frac{\nu}{s_1}[0.60566] \cos(\Gamma' - \Omega) \\ & + \frac{\nu}{s_1}[0.65272] \cos(\Gamma' + \Omega).\end{aligned}$$

Pour la nutation diurne, en désignant par k son coefficient, et par s_1 le sinus de l'obliquité, qui a pour logarithme 9.599980 :

$$\Delta\theta = k\Sigma_1 \cos 2\varphi + k\Sigma_2 \sin 2\varphi,$$

$$s_1\Delta\psi = k\Sigma_1 \sin 2\varphi - k\Sigma_2 \cos 2\varphi;$$

les symboles Σ_1 et Σ_2 représentent les facteurs suivants :

$$\begin{aligned}\Sigma_1 = &- 1.156 - 0.134 \cos \Omega + 0.346 \cos 2\odot + 0.819 \cos 2☾\\ &+ 0.022 \cos (3\odot - \Gamma) + 0.139 \cos (2☾ - \Omega)\\ &+ 0.160 \cos (3☾ - \Gamma') - 0.130 \cos (☾ - \Gamma') - 0.022 \cos (☾ + \Gamma'),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma_2 = &- 0.134 \sin \Omega + 0.376 \sin 2\odot + 0.888 \sin 2☾\\ &+ 0.023 \sin (3\odot - \Gamma) + 0.183 \sin (2☾ - \Omega)\\ &+ 0.173 \sin (3☾ - \Gamma') - 0.024 \sin (☾ + \Gamma');\end{aligned}$$

ou, si l'on préfère avoir les coefficients exprimés par leurs logarithmes :

$$\begin{aligned}\Sigma_1 = &- [0.0630] - [9.1271] \cos \Omega + [9.5391] \cos 2\odot + [9.9133] \cos 2☾\\ &+ [8.3424] \cos (3\odot - \Gamma) + [9.1430] \cos (2☾ - \Omega)\\ &+ [9.2041] \cos (3☾ - \Gamma') - [9.1139] \cos (☾ - \Gamma') - [8.3424] \cos (☾ + \Gamma').\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma_2 = &- [9.1271] \sin \Omega + [9.5752] \sin 2\odot + [9.9484] \sin 2☾\\ &+ [8.3617] \sin (3\odot - \Gamma) + [9.2625] \sin (2☾ - \Omega)\\ &+ [9.2381] \sin (3☾ - \Gamma') - [8.3802] \sin (☾ + \Gamma').\end{aligned}$$

On voit que nous avons conservé, parmi les termes de la nutation annuelle, ceux qui se retrouvent, dans la nutation diurne, affectés d'un coefficient un peu important ; et l'on aperçoit les raisons pour lesquelles nous n'avons pas réduit les longitudes moyennes du Soleil en longitudes vraies : outre l'inexactitude forcée de cette réduction, la complication, qu'elle amène dans les termes de la nutation diurne, compense la simplification qu'elle introduit dans ceux de la nutation annuelle.

Sans doute ces formules sont bien compliquées, quoique nous ayons omis les termes dont le coefficient est inférieur à 0.01. Des tables, que nous nous proposons de dresser, en simplifieront considérablement le calcul.

Dans les longues séries d'observations, on pourra se dispenser d'avoir égard aux termes en $3☾ - \Gamma'$ et en $☾ \pm \Gamma'$; mais, dans le calcul des éphémérides, il ne semble pas qu'on puisse le faire.

ADDITION AU LIVRE I.

Dans toutes les théories qui précèdent, la vitesse de rotation de la Terre a été supposée constante.

Laplace, Poisson et Serret ont démontré qu'elle ne peut subir que des variations tout à fait inappréciables dans l'hypothèse, où ils se sont placés, d'une Terre solide.

Mais le fait de l'existence d'une nutation diurne, dans le mouvement de l'écorce solide du globe, rend également certain celui d'une variation correspondante dans son mouvement de rotation, sans que cette variation atteigne toutefois le noyau fluide intérieur, pas plus qu'il n'est affecté d'une façon appréciable par la nutation diurne.

Nous nous proposons de rechercher ici sommairement la variation de la vitesse angulaire de l'écorce solide, sous les actions combinées du Soleil et de la Lune.

Cette vitesse, représentée par n, est donnée par l'équation différentielle (21), article 2 :

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{C}}(lm + nr) = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{C}}\left(lm - 3m_1^2 \frac{x_0 y_0}{\mathrm{D}_0^2}\right).$$

Or il est facile de s'assurer que le rapport du terme lm au suivant est de l'ordre de $\frac{ab}{\mathrm{AB}}$; nous pourrons donc le négliger, et écrire

$$\frac{dn}{dt} = \frac{3}{4} m_1^2 \frac{d}{\mathrm{C}}\left[\sin 2(\alpha - \varphi) + \frac{1}{2}\sin 2(\alpha + \delta - \varphi) + \frac{1}{2}\ \varphi \sin 2(\alpha - \delta - \varphi)\right],$$

α et δ désignant comme ci-dessus les coordonnées équatoriales de l'astre attirant.

n étant égal à $\frac{d\varphi}{dt}$, si nous prenons φ pour variable indépendante, nous aurons, en représentant $\frac{dt}{d\varphi}$ par τ :

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{1}{d\varphi}\frac{d\tau}{\tau^3}.$$

Portant cette valeur dans l'équation précédente, et faisant passer $d\varphi$ dans le second membre, le produit $-\frac{d\tau}{\tau^3}$ aura pour intégrale $\frac{1}{2\tau^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2$.

La constante à ajouter au second membre, après l'intégration, sera donc $\frac{1}{2}n^2$, et l'on aura :

$$\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = n^2 - \frac{3}{4}m_1^2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{C}}\left[\frac{\cos 2(\alpha-\varphi)}{1-a_2} + \frac{1}{2}\frac{\cos 2(\alpha+\delta-\varphi)}{1-a_2-d_2} + \frac{1}{2}\frac{\cos 2(\alpha-\delta-\varphi)}{1-a_2+d_2}\right]$$

En se bornant aux termes du premier ordre, ce qui suffit amplement, et en désignant par $\Delta\varphi$ la variation de la vitesse angulaire, on trouvera

$$\frac{d\Delta\varphi}{ndt} = -\frac{3}{8}\left(\frac{m_1}{n}\right)^2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{C}}\left[\frac{\cos 2(\alpha-\varphi)}{1-a_2} + \frac{1}{2}\frac{\cos 2(\alpha+\delta-\varphi)}{1-a_2-d_2} + \frac{1}{2}\frac{\cos 2(\alpha-\delta-\varphi)}{1-a_2+d_2}\right],$$

où l'on pourra écrire, au lieu du premier membre, $\frac{d\Delta\varphi}{d\varphi}$. L'intégration donnera alors :

$$\Delta\varphi = \frac{3}{16}\left(\frac{m_1}{n}\right)^2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{C}}\left[\frac{\sin 2(\alpha-\varphi)}{(1-a_2)^2} + \frac{1}{2}\frac{\sin 2(\alpha+\delta-\varphi)}{(1-a_2-d_2)^2} + \frac{1}{2}\frac{\sin 2(\alpha-\delta-\varphi)}{(1-a_2+d_2)^2}\right].$$

On obtiendra l'expression complète et rigoureuse (autant que l'astronomie peut l'exiger) de la variation de l'angle φ, en ajoutant à l'expression précédente, que nous supposerons relative au Soleil, l'expression analogue pour la Lune, multipliée par le coefficient $f = 2.18$ de l'action lunaire.

En pratique, on pourra même négliger d_2 vis-à-vis de 1, ce qui est d'autant plus licite que cette très petite quantité intervient successivement avec les signes + et —.

On obtiendra ainsi l'expression complète plus simple

$$\Delta\varphi = \frac{3}{8}\left(\frac{m_1}{n}\right)^2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{C}}\left[\frac{\sin 2(\alpha-\varphi)}{(1-a_2)^2}\cos^2\delta + f\frac{\sin 2(\alpha'-\varphi)}{(1-a_2')^2}\cos^2\delta'\right].$$

Cette expression (*) montre immédiatement que la variation de la vitesse de rotation de l'écorce solide est la plus grande, lorsque le Soleil et la Lune sont dans le plan de l'équateur, résultat évident à priori.

On voit, de plus, que le maximum absolu se présentera, dans ce cas, lorsque $\sin 2(\alpha - \varphi)$ et $\sin 2(\alpha' - \varphi)$ seront à la fois égaux à 1, c'est-à-dire aux syzigies. Dans ce même cas de $\alpha = \alpha'$ ou $\alpha' + 12^h$, la variation sera nulle pour $\varphi = \alpha$; elle atteindra son maximum positif pour $\varphi = \alpha + \frac{\pi}{4}$; redeviendra nulle pour $\varphi = \alpha + \frac{\pi}{2}$; arrivera à son maximum négatif pour $\varphi = \alpha + \frac{3\pi}{4}$; et ainsi de suite. C'est donc de 6 en 6 heures que cette variation passe du maximum au minimum.

Pour nous faire une idée de sa grandeur, commençons par remarquer que la valeur maximum de la parenthèse est égale à 3.2 environ, et que le coefficient $\frac{3}{8}\left(\frac{m_1}{n}\right)^2 \frac{d}{C}$ diffère très peu, comme il vient d'être dit, du coefficient de la nutation diurne, qui est probablement compris entre $0''.1$ et $0''.2$.

En prenant $0''.15$ en chiffre rond pour la valeur de ce coefficient, la plus grande variation de l'angle φ serait égale à $3.2 \times 0''.15 = 0''.48 = 0^s.032$ environ.

Il pourrait donc arriver, au moment des syzigies qui ont lieu lorsque le Soleil et la Lune sont dans le voisinage de l'équateur, qu'une pendule astronomique, dont la marche serait parfaite, accusât en 6^h, comparée au mouvement du ciel, une variation de $0^s.064$, due à un balancement de l'écorce solide autour de son axe de rotation. Ce balancement, qui n'affecte que l'heure, pourrait se nommer *libration de l'écorce terrestre*.

Dans les quadratures voisines de l'équateur et de l'équinoxe, l'action de la Lune sera contraire à celle du Soleil, et la variation de la vitesse angulaire se réduira, par suite, dans le rapport de 1.2 à 3.2 environ.

Enfin, pendant l'été et l'hiver, cette variation sera généralement moins sensible qu'au printemps et en automne.

De bonnes observations, instituées spécialement dans ce but, pourront permettre de vérifier l'existence de ce fait capital, qui provoquera chez les astronomes un étonnement très vif, peut-être accompagné de scepticisme.

(*) On trouvera l'expression de $\Delta\varphi$ en coordonnées écliptiques dans notre *Traité des réductions stellaires*. Bruxelles, Hayez. (Déc. 1888.)

Nous reconnaissons volontiers, au surplus, qu'on ne pourra pas tenir compte de notre formule, dans la détermination de l'heure, avant que le coefficient de la nutation diurne et la position du premier méridien aient été calculés avec une précision suffisante.

Il est un point toutefois que nous pouvons signaler dès à présent à l'attention des astronomes.

La théorie donne d'une manière indiscutable la formule de la variation de la vitesse angulaire.

Si même on hésite à en accorder l'existence, malgré celle de la nutation diurne, dont le coefficient est à très peu près égal à celui de cette variation, on reconnaîtra du moins que, s'il est possible d'éliminer cette variation de la détermination de l'heure, il y a tout intérêt à le faire.

Or cela est possible.

La variation de vitesse angulaire est nulle en effet si

$$\frac{\sin 2(\alpha - \varphi)}{(1 - a_2)^2} \cos^2 \delta + f \frac{\sin 2(\alpha' - \varphi)}{(1 - a'_2)^2} \cos^2 \delta' = 0.$$

Si l'on résout cette équation par rapport à φ, on trouvera, en posant

$$f \frac{\cos^2 \delta'}{\cos^2 \delta} \frac{(1 - a_2)^2}{(1 - a'_2)^2} \frac{\sin 2\alpha'}{\cos 2\alpha} = \operatorname{tg} 2\xi:$$

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{\sin 2(\alpha + \xi)}{\sin 2(\alpha' + \xi)} \frac{\sin 2\alpha'}{\cos 2\alpha}.$$

Or, L désignant la longitude occidentale du premier méridien par rapport au lieu de l'observation, T l'heure sidérale en ce lieu, on a $\varphi = T - L$, et, connaissant φ et L, on aura l'heure T à laquelle le mouvement diurne n'éprouve aucune variation du chef des attractions lunisolaires.

Ici encore, la connaissance de L est indispensable; mais avant peut-être que le présent travail ait vu le jour, la longitude du premier méridien sera déterminée d'une manière suffisante (*), pour que les astronomes puissent

(*) V. *Annuaire de l'Observatoire royal de Bruxelles*, pour 1889. (Déc. 1888.)

effectuer des déterminations de l'heure, indépendantes des variations du mouvement de rotation de l'écorce terrestre.

Celles-ci, pour nous, existent bien certainement.

La nutation diurne, en effet, n'est possible que si le mouvement de l'écorce solide est plus ou moins indépendant de celui du noyau fluide qu'elle recouvre. Or la nutation diurne est prouvée par les meilleures observations. Cette indépendance existe donc. Pourquoi, dès lors, l'écorce n'obéirait-elle pas, dans son mouvement de rotation autour de son axe, aux attractions luni-solaires, de même que leur obéit l'Océan dans ses marées, dont les oscillations présentent la plus grande analogie avec celles de cette écorce?

Ainsi donc, cette majestueuse horloge du ciel, sur la régularité absolue de laquelle les astronomes de tous les temps ont cru pouvoir étayer leurs observations, est sujette elle-même à des fluctuations périodiques, dans le court intervalle de quelques heures. Et l'homme, à qui il a été donné, par le Créateur, de pénétrer de plus en plus les secrets de la nature, parviendra un jour, si même il n'y est déjà arrivé, à réaliser des appareils doués d'un mouvement plus uniforme que celui qui anime l'écorce solide du globe autour de son axe instantané de rotation.

[VII.]

DESCRIPTION

DES

FOSSILES DU CALCAIRE GROSSIER DE MONS.

QUATRIÈME PARTIE.

GASTÉROPODES.

ORDRE I. — PROSOBRANCHES.

SECTION B. — HOLOSTOMES.

(*Suite et fin.*)

ORDRE II. — PULMONÉS.

ORDRE III. — OPISTHOBRANCHES;

PAR

Alphonse François Léopold

ALPH. BRIART & F.-L. CORNET,

INGENIEURS CIVILS,
MEMBRES DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE.

(Présenté à la Classe des sciences, dans la séance du 8 janvier 1887.)

DESCRIPTION

DES

FOSSILES DU CALCAIRE GROSSIER DE MONS.

GASTÉROPODES.

Ordre I. — PROSOBRANCHES.

Section B. — HOLOSTOMES.

(*Suite et fin.*)

—

Genre SOLARIUM, Lamk., 1801.

Car. gén. — Coquille solide, en cône déprimé, quelquefois trochiforme, anguleuse à la circonférence ; ombilic large et profond, caréné à la périphérie, laissant voir tous les tours de la spire ; ouverture quadrangulaire ou subcirculaire, non nacrée; labre aigu, tranchant.

Remarques. — Le nom d'*Architectonica,* donné à ce genre par Bolten en 1798, ne remplacera probablement pas le nom proposé par Lamarck, malgré son antériorité de quelques années et bien que MM. Adams aient essayé de le rétablir (*Gen. of Moll.*, I, p. 241).

Deshayes établit quatre simples groupes, dont un : *Torinia,* proposé comme genre par Gray en 1840 et qui renferme le plus grand nombre des *Solarium* du bassin de Paris. Il se fonde sur ce fait intéressant qu'il a découvert le squelette calcaire d'un opercule semblable à celui du *Torinia*

dans les couches où abondent le plus les coquilles du *S. patulum,* Lamk. (1824, II, p. 215). Cet opercule se compose d'un cône calcaire évidé et à l'extérieur duquel s'enroule une lame spirale. Mais M. Fischer fait remarquer (*Man. de Conch.*, p. 714) que cette pièce remarquable n'a jamais été trouvée en place et que, sans pousser les déductions aussi loin que Deshayes, on peut au moins en conclure que le genre *Torinia* se trouve à l'état fossile dans le bassin de Paris.

Le genre *Solarium* est apparu dès les temps secondaires, mais on émet quelques doutes sur les plus anciennes espèces. Les espèces tertiaires sont nombreuses; les espèces actuelles sont des mers chaudes.

Le calcaire grossier de Mons ne nous en a fourni qu'une seule espèce. Si les déductions de Deshayes rapportées ci-dessus venaient, plus tard, à être justifiées, elle devrait également entrer dans le genre *Torinia.*

Solarium Montense, *nov. sp.*

Pl. XIX, fig 1*a*, *b*, *c*, *d*, *e*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,003	— 40
	Largeur —	0,0075	— 100
	Hauteur du dernier tour	0,0025	— 33
	Largeur de l'ombilic à la base	0,003	— 40
	Angle apical		140°

Coquille assez petite, discoïde, deux fois et demie plus large que longue, composée de cinq tours s'enroulant en une spire très peu saillante sous un angle un peu convexe, séparés par des sutures bien marquées ; l'extérieur des tours du côté de la spire est orné de nombreux filets longitudinaux, le plus fort à la partie postérieure près de la suture et débordant un peu le tour précédent, les autres au nombre de huit ou neuf, plus petits et plus serrés surtout vers le milieu du tour ; l'un d'eux, à la partie antérieure en avant de la circonférence de la base, est un peu plus fort et fait saillie sans atteindre les dimensions du filet postérieur. Tous ces ornements portent des granules en forme d'anneaux disposés suivant la direction de stries d'accroissement fort obliques ; base très large, limitée extérieurement par une carène très saillante et obtuse, ornée de nombreux filets longitudinaux serrés et plus finement granuleux, sauf vers l'ombilic ; celui-ci large et profond, limité par une carène portant une côte granuleuse plus forte que toutes les autres, la paroi rejoignant le tour précédent de façon à laisser déborder ce dernier ; ouverture polygonale à peu près aussi haute que large.

Remarques. — Cette belle coquille est très rare dans le calcaire grossier de Mons; nous n'en possédons qu'un spécimen très bien conservé.

Les espèces du genre *Solarium* ont souvent des liens de parenté si rapprochés que les comparaisons peuvent être aussi nombreuses qu'embarrassantes. Nous ne citerons que deux espèces du bassin de Paris, le *S. plicatum,* Lamk. (*Ann. du Museum,* t. IV, p. 55, et t. VIII, pl. XXXIII, fig. 1 à 6, et Desh., 1824, II, p. 219, pl. XXIV, fig. 16, 17, 18), dont les ornements sont beaucoup plus gros surtout à la carène périombilicale, et le *S. canaliculatum,* Lamk. (*Ann. du Museum,* t. IV, p. 54, n° 3, et Desh., 1824, p. 220, pl. XXIV, fig. 19-21), dont, au contraire, tous les ornements sont plus fins et la circonférence de la base plus fortement carénée. En général, ce qui semble différencier notre coquille de toutes celles du bassin de Paris, c'est la manière d'être de l'ombilic : le retour de la spire s'y fait d'une façon abrupte, laissant déborder fortement la carène périombilicale du tour précédent en produisant une suture profonde, tandis que dans les espèces de France le retour de la spire se fait beaucoup plus près et quelquefois sur la carène même de façon à produire une suture semi-superficielle.

Fig. 1*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie trois fois.
— 1*b*, vue par-dessus, grossie trois fois.
— 1*c*, vue du côté de la spire, grossie trois fois.
— 1*d*, vue du côté de l'ombilic, grossie trois fois.
— 1*e*, grandeur naturelle.

Genre LACUNA, Turton, 1827.

Car. gén. — Coquille mince, ovale, conoïde; ouverture entière, ovale, anguleuse à l'extrémité postérieure; labre aigu, arqué; columelle aplatie, bordée en dehors par un sillon parallèle descendant dans l'ombilic.

Remarques. — Les espèces de ce genre ont ordinairement un facies spécial qui les fait facilement reconnaître. On en indique une du Trias (*L. canalifera,* Laube). Elles sont très nombreuses dans les terrains tertiaires. Le calcaire grossier de Mons ne nous en a fourni qu'une seule.

Lacuna lineata, *nov. sp.*

Pl. XIX, fig. 2*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille.	0,003	— 100
	Largeur —	0,0015	— 50
	Hauteur du dernier tour	0,00125	— 42
	Angle apical		29°

Coquille petite, allongée, composée de cinq tours légèrement arrondis, s'enroulant sous un angle assez régulier, le sommet de la spire un peu obtus, séparés par des sutures à peu près superficielles et peu discernables à cause de sa ressemblance avec les ornements qui se composent de filets longitudinaux très fins, au nombre de douze à quatorze à l'extérieur des tours; base conique proéminente, ornée d'une dizaine de filets semblables en avant d'une carène obtuse qui la limite extérieurement et sur laquelle se fait le retour de la spire; ouverture ovale, assez grande, droite, un peu dilatée, sinueuse en arrière; bord droit arqué, rejoignant la suture en ligne droite; bord antérieur un peu sinueux et comme tronqué; columelle inclinée sur l'ouverture; le bord columellaire fortement infléchi au milieu.

Remarques. — Cette jolie espèce est rare dans le calcaire grossier de Mons. Elle est plus petite que le *L. prælonga*, Desh. (1861, II, p. 577, pl. XVII, fig. 10-12) du calcaire grossier de Paris dont elle se rapproche beaucoup par ses ornements, mais elle a la spire plus courte et l'ouverture plus allongée.

Fig. 2*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie dix fois.
— 2*b*, vue par-dessus, grossie dix fois.
— 2*c*, grandeur naturelle.

Genre RISSOA.

Car. gén. — Coquille petite, souvent turriculée, quelquefois courte et subglobuleuse; ouverture oblongue, entière; péristome simple ou réfléchi ou à bourrelet plus ou moins saillant.

Remarques. — Ce qui distingue le genre *Rissoa* des genres suivants, c'est l'ouverture simple, non sinueuse ni canaliculée en avant.

On cite quelques espèces des terrains secondaires, mais elles deviennent surtout abondantes dans les terrains tertiaires. Elles sont à leur maximum dans les mers actuelles.

Rissoa pulchra, *nov. sp.*

Pl. XIX, fig. 4*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0025 — 100
	Largeur —	0,00125 — 50
	Hauteur du dernier tour	0,001 — 40
	Angle apical	40° à 42°

Coquille très petite, globuleuse, formée de quatre à cinq tours s'enroulant sous un angle assez peu convexe, arrondis, saillants, séparés par des sutures profondes crénelées, ornés de côtes transverses, obliques, un peu arquées à la partie postérieure, bien marquées et traversées de très fines stries longitudinales; ouverture arrondie; bord columellaire infléchi au milieu; bord droit arqué, fortement épaissi en un bourrelet extérieur; bord antérieur un peu sinueux vers la columelle.

Remarques. — Cette élégante petite coquille n'est pas complète, le bord droit manque en partie à l'unique spécimen que nous possédons, mais nous ne conservons aucun doute quant à la détermination générique. Elle est très rare dans le calcaire grossier de Mons. C'est un *R.* du groupe du *R. nana*, Lamk. (*Bulimus nanus,* Ann. du Museum et *Paludina nana,* Desh., 1824, II, p. 132, pl. XV, fig. 17-18 et *Rissoa nana,* 1861, II, p. 409, pl. XXIV, fig. 10-12) qui a les côtes transverses beaucoup moins obliques. La figure de la même espèce, donnée par Baudon (*Journ. de conch.*, 1853, IV, p. 328, pl. IX, fig. 6) sous le nom de *R. abbreviata,* lui ressemble davantage sous ce rapport, mais l'ouverture est notablement différente, le bord n'étant pas continu. Cette espèce est du calcaire grossier. Mais il est une autre forme des sables inférieurs qui s'en rapproche beaucoup plus, ayant à peu près les mêmes dimensions et les côtes également obliques, c'est le *R. misera,* Desh. (1861, II, p. 410, pl. XXIV, fig. 13-15). Pour cette nouvelle comparaison, il est nécessaire de corriger notablement la figure de Deshayes d'après la description qu'il donne de la coquille, en réalité plus élancée et qui a sensiblement les proportions de l'espèce de Mons. Nous ne pouvons

les distinguer que par cette circonstance que les sillons séparant les côtes s'arrêtent brusquement à la circonférence de la base dans l'espèce parisienne, tandis qu'ils finissent insensiblement et se prolongent même sur la base dans l'espèce de Mons.

Fig 4a, vue du côté de l'ouverture, grossie treize fois.
— 4b, vue par-dessus, grossie treize fois.
— 4c, grandeur naturelle.

Rissoa craticula, *nov. sp.*

Pl. XIX, fig. 5a, b, c.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,002	— 100
	Largeur —	0,0013	— 65
	Hauteur de l'ouverture	0,001	— 50
	Angle apical		55°

Très petite coquille, globuleuse, de dimensions proportionnelles assez variables, formée de cinq à six tours arrondis, saillants, séparés par des sutures profondes et crénelées, s'enroulant sous un angle un peu convexe, ornés de fortes côtes transverses, obliques, un peu arquées à la partie postérieure où elles acquièrent leur maximum de saillie en y dessinant une vague carène, traversées de cordonnets longitudinaux moins saillants, dont huit ou neuf restent à découvert, produisant à l'extérieur des tours une cancellation régulière, et se continuant sur toute la base avec une égale intensité, tandis que les côtes transverses finissent insensiblement et s'y prolongent à l'état de simples stries de croissance jusqu'à la columelle; ouverture assez régulièrement ovale, oblique; bord droit légèrement arqué, terminé par un bourrelet extérieur assez saillant; bord gauche également arqué.

Remarques. — Nous possédons plusieurs spécimens de cette espèce qui, comme l'espèce précédente (*R. Pulchra*), appartient au groupe du *R. nana*, Lamk., mais qui, par ses côtes transverses obliques, est plus voisine du *R. misera*, Desh. Notre coquille, étant cancellée d'une manière très remarquable et très persistante, s'écarte notablement de ces deux espèces. Le *R. cingulata*, Desh. (1861, II, p. 408, pl. XXIV, fig. 16-18), est une autre espèce très rare du calcaire grossier de Paris, qui, d'après la figure, paraît être également cancellée, mais pas d'une façon aussi caractéristique que l'espèce

de Mons. Cette dernière a les ornements transverses beaucoup plus forts et moins nombreux.

Fig. 5a, vue du côté de l'ouverture, grossie trois fois.
— 5b, vue par-dessus, grossie trois fois.
— 5c, grandeur naturelle.

Rissoa incerta, *nov. sp.*

Pl. XIX, fig. 6a, b, c.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,005 — 100
	Largeur —	0,003 — 60
	Angle apical	40° à 42°

Coquille petite, turriculée, conique, composée de sept à huit tours s'enroulant régulièrement, séparés par des sutures profondes, portant deux carènes bien marquées limitant une partie plate à l'extérieur des tours, la carène antérieure s'effaçant un peu à la circonférence de la base; ces tours sont ornés de côtes longitudinales, dont la plus forte occupe la carène antérieure; en arrière de cette côte, il y en a cinq autres plus petites et trois en avant; ces ornements sont recoupés par d'autres côtes transversales presque d'égales dimensions et passant au-dessus des premières en les rendant tuberculeuses, tandis que les sillons qui les séparent produisent des ponctuations à leurs intersections avec les sillons longitudinaux; base conique, non ombiliquée, lisse et ne montrant plus, vers la circonférence, que trois ou quatre sillons concentriques peu accusés et non recoupés de sillons transverses; ouverture arrondie.

Remarques. — Le spécimen que nous possédons de cette espèce très rare est assez incomplet; la partie antérieure de l'ouverture est enlevée ainsi que le sommet de la spire, ce qui rend un peu douteux le nombre de tours que nous avons indiqué. Si nous en jugeons d'après le fragment conservé du quatrième tour, les premiers pourraient bien avoir été lisses, ce qui tendrait à la rapprocher du *R. cingulata,* Desh. (1866, II, p. 408, pl. XXIV, fig. 16-18). Les deux espèces sont très voisines par les côtes longitudinales dont elles sont ornées, mais les ornements transverses sont tout différents. Du reste, il est facile de les distinguer par la taille, l'espèce de Mons étant beaucoup plus forte, et surtout par sa base presque dépourvue d'ornements.

Nous devons dire cependant que nous ne sommes pas absolument certains

du genre que nous donnons à cette espèce : ce pourrait bien être un *Mathildia;* mais l'extrémité de la spire, qui seule pourrait décider la question, manquant, nous préférons nous en tenir à notre première détermination.

FIG 6*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie six fois.
— 6*b*, vue par-dessus, grossie six fois.
— 6*c*, grandeur naturelle.

RISSOA TENUIS, *nov. sp.*

Pl. XIX. fig. 3*a*, *b*, *c*.

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille	0,0025 —	100
	Largeur —	0,001 —	67
	Hauteur de l'ouverture	0,001 —	67
	Angle apical		20°

Petite coquille allongée, turriculée, lisse, brillante, ornée de fines stries de croissance presque droites, composée de six à huit tours fortement carénés au milieu, séparés par des sutures profondes, s'enroulant sous un angle aigu et régulier aux premiers tours, mais devenant convexe aux derniers, ce qui donne à la coquille un aspect cylindrique ; base conique, arrondie, terminée à la circonférence par une seconde carène plus légère, sur laquelle se fait le retour de la spire; ouverture ovale, oblique, arrondie en avant, aiguë en arrière; péristome presque continu, simple mais muni un peu en arrière d'un bourrelet arrondi, saillant ; bord droit largement arqué ; bord gauche recouvrant en partie une fente ombilicale bordée, du côté de la base, par une carène saillante, un peu arrondie.

Remarques. — Cette espèce remarquable est très rare; il n'en existe aucune qui s'en approche dans le bassin de Paris, et si nous voulions trouver des points de comparaison, nous devrions avoir recours plutôt aux espèces vivantes qu'aux espèces fossiles.

FIG. 3*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie douze fois.
— 3*b*, vue par-dessus, grossie douze fois.
— 3*c*, grandeur naturelle.

Genre **RISSOINA**.

Car. gén. — Coquille turriculée, à tours nombreux peu arrondis ; ouverture ovale, semi-lunaire, aiguë en arrière, canaliculée ou subcanaliculée en avant ; labre épaissi et un peu réfléchi, saillant en avant.

Remarques. — La forme de l'ouverture suffit amplement pour distinguer ce genre du genre *Rissoa*. Il possède cependant un caractère plus tranché dans la forme de l'opercule qui, à sa face interne, porte un appendice claviforme dirigé vers le bord columellaire. Mais ce caractère échappe toujours aux paléontologistes dans les cas d'opercules cornés.

Les *Rissoina* sont moins abondantes que les *Rissoa*. Elles ont aussi commencé à se montrer dès les temps secondaires, sont également devenues plus nombreuses aux temps tertiaires et ont acquis leur maximum dans les mers actuelles. On les trouve dans les mers chaudes et tempérées.

Rissoina nuda, *nov. sp.*

Pl. XIX, fig. 7*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,008	— 100
	Largeur —	0,00375	— 47
	Hauteur du dernier tour	0,003	— 35
	Angle apical		32°

Coquille conique, turriculée, composée de huit tours presque plats, assez larges, séparés par des sutures linéaires, s'enroulant en une spire aiguë, régulière, ornés seulement de stries de croissance presque droites, le dernier assez développé ; base circonscrite par un renflement sur lequel se fait le retour de la spire ; ouverture assez grande, semi-lunaire, oblique, dilatée, subcanaliculée en avant et munie d'une gouttière à l'angle postérieur, à péristome continu ; bord droit largement arqué, saillant en avant sur l'ouverture, mince et tranchant, mais épaissi en un bourrelet intérieur très peu visible en dehors ; bord gauche infléchi au milieu, se relevant vers l'extrémité de la columelle pour former le canal.

Remarques. — Cette espèce est très rare ; nous n'en possédons qu'un seul spécimen.

Elle est très voisine du *R. lævigatissima*, Desh., (1857, II, p. 397, pl. XXII, fig. 7-9), mais les tours de l'espèce de Mons sont plus larges et l'ouverture est plus canaliculée à la partie antérieure, ce qui en fait plus franchement un *Rissoina*. Le *R. lævigatissima* est de l'étage du calcaire grossier.

Fig. 7*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie trois fois.
— 7*b*, vue par-dessus, grossie trois fois.
— 7*c*, grandeur naturelle.

Rissoina labrata, *nov. sp.*

Pl. XIX, fig. 8*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,003 — 100
	Largeur —	0,0015 — 50
	Hauteur du dernier tour.	0,0015 — 50
	Angle apical	20° à 25°

Très petite coquille conique, turriculée, lisse et brillante, composée de six tours un peu arrondis, assez larges, s'enroulant en une spire légèrement convexe au sommet, séparés par des sutures linéaires peu profondes, le dernier tour très développé ; ouverture semi-lunaire, oblique, aiguë en arrière, subcanaliculée en avant ; bord droit dilaté, largement arqué, mince et tranchant, mais s'épaississant en arrière en un large bourrelet assez marqué à l'intérieur de la coquille, plus effacé à l'extérieur ; bord columellaire infléchi au milieu, saillant à la base de la columelle.

Remarques. — Cette coquille, la plus petite de nos *Rissoina*, est très abondante dans le calcaire grossier de Mons. Elle est lisse, polie et entièrement dépourvue d'ornements ; c'est ce qui la distingue principalement du *R. polita,* Desh. (*Melania,* 1824, II, p. 116, pl. XIV, fig. 20, 21, et 1858, II, p. 396), laquelle est beaucoup plus grande et, dit Deshayes dans son dernier ouvrage, « ne mérite pas, autant que nous l'avons cru autrefois, le nom de *polita*...., examinée à l'aide d'une forte loupe, elle est recouverte de stries croisées très fines ». La *R. polita* est de l'étage du calcaire grossier.

Deux autres coquilles du bassin de Paris, à peu près de même taille que la nôtre et, comme elle, lisses et brillantes, le *R. Schwartzi,* Desh., (1858, II, p. 397, pl. XXII, fig. 26-28) et le *R. fallax,* Desh., (id., p. 398, pl. XXII, fig. 20-21) en sont facilement distinguées par la régularité de leur spire, le labre moins dilaté et le canal antérieur moins prononcé. Elles appartiennent au calcaire grossier supérieur et aux sables moyens.

Fig. 8*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie dix fois,
— 8*b*, vue par-dessus, grossie dix fois.
— 8*c*, grandeur naturelle.

Rissoina tenuicancellata, *nov. sp.*

Pl. XIX, fig. 9*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0105	— 100
	Largeur —	0,004	— 38
	Hauteur du dernier tour	0,00375	— 36
	Angle apical		28° à 30°

Coquille conique, turriculée, composée de neuf à dix tours arrondis s'enroulant régulièrement sous un angle très aigu, séparés par des sutures linéaires profondes, paraissant lisses à l'œil nu, mais montrant à la loupe de très fines stries longitudinales recoupées par d'autres stries transverses d'accroissement légèrement arquées; base arrondie ; ouverture assez grande, oblique, semi-lunaire, aiguë en arrière, subcanaliculée en avant, à péristome continu; bord droit largement arqué, dilaté, saillant sur l'ouverture, épaissi en un bourrelet arrondi bien marqué; bord columellaire infléchi au milieu, se relevant un peu près du canal antérieur.

Remarques. — Cette espèce est assez rare dans le calcaire grossier de Mons. Elle se rapproche, par ses ornements, du *R. polita*, Desh. (Voy. *R. labrata*, p. 12), mais ses tours sont beaucoup plus arrondis ; c'est aussi par là ainsi que par sa spire plus conique et ses ornements qu'elle se distingue du *R. nuda* (p. 11).

Fig. 9*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie trois fois.
— 9*b*, vue par-dessus, grossie trois fois.
— 9*c*, grandeur naturelle.

Genre **KEILOSTOMA**, 1848.

Car. gén. — Coquille allongée, turriculée, régulièrement conique; ouverture entière, courte, versante à la base, anguleuse en arrière; péristome très épais, variqueux en dehors, saillant sur l'ouverture à sa partie moyenne ; bord columellaire largement bordé.

Remarques. — Ce genre, créé par Deshayes pour des espèces rapportées d'abord au genre *Melania* (*M. marginata*, Brug. sp.) et qui ne pouvaient y rester, entre autres à cause du très fort bourrelet du bord droit, ne peut pas

être non plus confondu avec le genre *Rissoina,* à cause de son ouverture fortement élargie antérieurement et non canaliculée.

Les espèces actuellement connues sont des terrains tertiaires. La plus ancienne est des sables de Bracheux, c'est-à-dire de l'assise la plus inférieure du bassin de Paris. Celle que nous décrivons du calcaire grossier de Mons est donc la plus ancienne du genre.

Keilostoma typica, *nov. sp.*

Pl. XIX, fig. 10*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,012 1/2	— 100
	Largeur —	0,005	— 40
	Hauteur du dernier tour	0,004 1/4	— 34
	Angle apical		23°

Coquille conique, turriculée, formée de neuf à dix tours plats, s'enroulant en une spire aiguë, séparés par des sutures bien marquées et subcanaliculées, ornés de plis transverses peu obliques, parallèles aux stries d'accroissement, irréguliers, larges et peu saillants; dernier tour bien développé; base arrondie; ouverture semi-lunaire, aiguë en arrière, arrondie et un peu sinueuse en avant; bord columellaire infléchi au milieu, revêtu d'une large callosité; bord droit saillant, épaissi en bourrelet extérieur variqueux, contournant la columelle et s'étalant en une plaque arrondie regagnant la callosité du bord gauche.

Remarques. — Cette espèce est très remarquable et pourrait être offerte comme un type du genre, tout aussi bien que le *K. marginata* du bassin de Paris (*Bulimus turricula,* Brug.; *Melania marginata,* Lamk.; *Keilostoma turricula,* Desh., *Paryphostoma turricula,* Bayan), avec laquelle elle a une ressemblance de forme incontestable, mais dont elle se distingue parfaitement par les ornements extérieurs des tours.

Fig. 10*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie trois fois.
— 10*b*, vue par-dessus, grossie trois fois.
— 10*c*, grandeur naturelle.

Genre **BARLEEIA**, Clark., 1855.

Car. gén. — Coquille conique, turbinée, à tours légèrement convexes, lisses; ouverture ovale, entière, arrondie en avant, aiguë en arrière; labre mince, aigu, simple ou dilaté en dehors en forme d'épaississement.

Remarques. — Le genre *Fairbankia,* Blanford, 1868, conviendrait mieux à notre espèce; mais M. Fischer (*Man. de Conch.,* p. 722) y attache assez peu d'importance et en fait un sous-genre du *Barleeia,* ce à quoi nous nous rallions. Ce genre se distingue des *Rissoina,* parce que l'ouverture n'est pas canaliculée, et des *Keilostoma,* parce que le bord n'est pas pourvu d'un véritable bourrelet.

Jusqu'à présent, aucun *Barleeia* fossile n'a été donné, les espèces appartenant à ce genre ayant été rangées parmi les *Rissoina* et d'autres genres. Dans tous les cas, ces espèces sont tertiaires, et nous pouvons considérer l'espèce du calcaire grossier de Mons comme la plus ancienne du genre.

Barleeia simplex, *nov. sp.*

Pl. XIX, fig 11*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,007	— 100
	Largeur —	0,003	— 43
	Hauteur du dernier tour	0,0025	— 36
	Angle apical		25° à 30°

Petite coquille lisse et brillante, formée de six tours arrondis, séparés par des sutures profondes, s'enroulant régulièrement en une spire pointue, ornés au dernier tour de stries d'accroissement sinueuses près de la suture mais obliquant en avant pour reprendre ensuite la courbure en arrière du bord droit; dernier tour assez développé, ovalaire; ouverture droite, élargie en avant, sinueuse en arrière, à péristome continu; bord droit saillant, avançant sur l'ouverture à sa partie moyenne, évasé et épaissi en un léger bourrelet intérieur, le retour antérieur vers la columelle moins arqué; bord columellaire infléchi au milieu, rejoignant le bord antérieur assez brusquement en formant un angle bien marqué mais pas de canal.

Remarques. — Cette espèce est très abondante dans le calcaire grossier de Mons. Deshayes, qui n'a pas admis ce genre, a probablement réparti les

espèces qu'il a rencontrées dans les genres voisins, ce qui rend les comparaisons assez difficiles. Il est probable que quelques *Rissoina* polies qu'il donne dans son dernier ouvrage, pourraient bien être des *Barleeia;* mais en l'absence de spécimens, nous ne pouvons être bien catégoriques, ni hasarder de comparaisons.

Fig. 11*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie trois fois.
— 11*b*, vue par-dessus.
— 11*c*, grandeur naturelle.

Genre HYDROBIA.

Car. gén. — Coquille petite, imperforée, mince, lisse, ovale, conoïde à tours convexes; ouverture ovale, aiguë en arrière, à péristome continu; bord extérieur simple et tranchant.

Remarques. — Deshayes, qui fait peu de cas des caractères de l'opercule, a réuni ce genre au genre *Bithinia*. Il est certain que l'opercule est rarement de quelque secours aux paléontologistes; mais il est d'autres caractères qui en dérivent et dont il est utile de faire usage.

Tous les *Hydrobia* fossiles sont d'âge tertiaire; les espèces du calcaire grossier de Mons se trouvent ainsi être les plus anciennes du genre.

Hydrobia elongata, *nov. sp.*

Pl. XX, fig. 2*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0025	— 100
	Largeur —	0,001	— 40
	Hauteur du dernier tour	0,0008	— 32
	Angle apical		23°

Coquille petite, conique, allongée, turriculée, à spire pointue, composée de cinq tours lisses, brillants, arrondis, assez larges, s'enroulant assez régulièrement, séparés par des sutures profondes; dernier tour allongé et régulièrement développé; ouverture arrondie, un peu sinueuse en arrière; péristome simple et continu.

Remarques. — Cette espèce est très rare dans le calcaire grossier de

Mons. Elle se distingue facilement de nos autres espèces par sa forme plus allongée.

Fig. 2*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie huit fois.
— 2*b*, vue par-dessus.
— 2*c*, grandeur naturelle.

Hydrobia tenuis, *nov. sp.*

Pl. XX, fig. 1*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0035 —	100
	Largeur —	0,002 —	57
	Hauteur de l'ouverture	0,0015 —	44
	Angle apical	45° à	50°

Petite coquille conique, mince, composée de cinq tours arrondis séparés par des sutures profondes, à surface lisse et brillante, s'enroulant sous un angle assez régulier; base arrondie; ouverture ovale, arrondie, oblique, anguleuse en arrière; péristome mince, continu; bord gauche un peu infléchi à la base de la columelle.

Remarques. — Cette espèce est très commune dans le calcaire grossier de Mons; elle est voisine du *H. depressa* (p. 17), mais, outre qu'elle n'est pas déprimée comme cette dernière, elle s'en distingue facilement par sa spire plus régulière et plus allongée.

Fig. 1*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie six fois.
— 1*b*, vue par-dessus.
— 1*c*, grandeur naturelle.

Hydrobia depressa, *nov. sp.*

P. XX, fig. 3*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0040 —	100
	Largeur —	0,0025 —	62
	Hauteur de l'ouverture	0,002 —	50
	Angle apical	50° à	55°

Coquille petite, mince, globuleuse, ovale, sensiblement déprimée, composée de cinq tours arrondis, à sutures assez peu profondes, à surface lisse et brillante, s'enroulant sous

un angle un peu convexe; base arrondie; ouverture contractée, ovale, oblique, anguleuse en arrière, à péristome mince et continu; bord gauche un peu infléchi à la base de la columelle; bord droit largement arqué.

Remarques. — Cette coquille est déprimée normalement au plan de l'ouverture, c'est-à-dire que la largeur des tours, qui est de 2 $^{1}/_{2}$ millimètres dans un sens parallèle à ce plan, n'est plus que de 2 millimètres dans le sens perpendiculaire. Cette particularité ne se remarque pas dans nos autres espèces. Elle est très abondante dans le calcaire grossier de Mons.

Fig. 3*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie cinq fois et demie.
— 3*b*, vue par-dessus.
— 3*c*, grandeur naturelle.

Hydrobia regularis, *nov. sp.*

Pl. XX, fig. 4*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille.	0,0065	— 100
	Largeur —	0,00325	— 50
	Hauteur de l'ouverture.	0,00300	— 46
	Angle apical		30°

Coquille petite, conique, turriculée, composée de six à sept tours arrondis, séparés par des sutures linéaires assez profondes, lisses et brillants, ornés de stries de croissance généralement très fines, mais mieux marquées sur la seconde moitié du dernier tour; base ovale; ouverture assez grande, peu oblique, arrondie en avant, aiguë en arrière; péristome simple, continu, un peu versant antérieurement; bord droit largement arqué; bord gauche fortement infléchi au milieu, recouvrant en partie une fente ombilicale.

Remarques. — Cette espèce n'est pas très rare dans le calcaire grossier de Mons. Elle est beaucoup plus allongée que le *H. tenuis* (p. 17) et son angle d'enroulement est plus régulier et plus aigu. Nous ne connaissons, dans le bassin de Paris, aucune espèce avec laquelle nous puissions la comparer.

Fig. 4*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie quatre fois.
— 4*b*, vue par-dessus.
— 4*c*, grandeur naturelle.

Hydrobia minutissima, *nov. sp.*

Pl. XX, fig. 5*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,002 —	100
	Largeur —	0,001 —	50
	Hauteur de l'ouverture	0,001 —	50
	Angle apical		35°

Très petite coquille ovale, allongée, composée de quatre tours légèrement arrondis, séparés par des sutures peu profondes, s'enroulant sous un angle convexe, les premiers fort étroits, le dernier très développé, à surface lisse et brillante; overture un peu contractée, ovale, anguleuse en arrière, peu oblique, à péristome continu.

Remarques. — Deshayes, qui n'a pas admis le genre *Hydrobia,* décrit plusieurs coquilles qui semblent avoir beaucoup de rapports avec cette espèce et la suivante; telles sont : le *Bithinia pulvis* (1862, II, p. 516, pl. XXXIV, fig. 38-40), de l'étage des lignites, qui est plus petit (1^{mm} de longueur) a l'ouverture beaucoup plus contractée et rejetée vers l'axe de la coquille, et le *B. miliola* (1882, II, p. 516, pl. XXXIV, fig. 35-39) dont la taille se rapproche beaucoup plus de celle de notre espèce (2^{mm} de longueur) ainsi que la forme générale; mais elle est plus globuleuse et a l'ouverture plus oblique.

Cette espèce est assez rare dans le calcaire grossier de Mons.

Fig. 5*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie dix fois.
— 5*b*, vue par-dessus.
— 5*c*, grandeur naturelle.

Hydrobia nana, *nov. sp.*

Pl. XX, fig. 6*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille.	0,0025 —	100
	Largeur —	0,00125 —	50
	Hauteur du dernier tour	0,00125 —	50
	Angle apical		25°

Très petite coquille, ovale, allongée, composée de quatre tours presque plats, lisses et brillants, assez étroits sauf le dernier qui est arrondi et très développé, séparés par des

sutures presque superficielles, s'enroulant sous un angle convexe; ouverture ovale, à péristome continu, anguleuse en arrière, un peu oblique et rejetée en dehors, ce qui produit une suture beaucoup mieux marquée au dernier tour.

Remarques. — Cette espèce, assez rare dans le calcaire grossier de Mons, est très voisine de la précédente (*H. minutissma*) et presque d'aussi petite taille; de forme moins régulière, elle a les tours plus plats et l'ouverture rejetée en dehors. Nous ne voyons aucun des petits *Bithinia* du bassin de Paris avec lequel nous puissions la comparer.

Fig. 6*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie dix fois.
— 6*b*, vue par-dessus.
— 6*c*, grandeur naturelle.

Genre TRUNCATELLA, Risso, 1826.

Car. gén. — Coquille petite, turriculée, à tours nombreux; spire pointue dans le jeune âge, tronquée et réduite à trois ou quatre tours dans l'âge adulte; ouverture ovale, entière, à péristome continu, épais; operculée.

Remarques. — La place que ce genre doit occuper dans la classification n'est pas encore bien déterminée. On s'accorde à le rapprocher des *Cyclostomes* qui ont présenté des difficultés analogues. Ce genre n'est représenté, dans les terrains tertiaires, que par deux espèces données par Deshayes. Les deux espèces du calcaire grossier de Mons sont donc les plus anciennes et marquent l'origine du genre.

Truncatella cylindrata, *nov, sp.*

Pl. XIX, fig, 12*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille (à partir de la troncature).	0,0045	— 100
	Largeur —	0,002	— 44
	Hauteur du dernier tour	0.0015	— 33
	Angle apical		7° à 8°

Petite coquille presque cylindrique, réduite à trois ou quatre tours arrondis, assez larges, lisses, brillants, ornés seulement de très fines stries de croissance, séparés par des

sutures profondes, s'enroulant régulièrement sous un angle très faible; sommet remplacé par une spire plane; base assez allongée, ovale; ouverture ovale, contractée, un peu anguleuse en arrière, légèrement oblique et quelque peu rejetée en dehors; péristome continu, mince, renflé extérieurement et un peu en arrière par un bourrelet bien marqué; bord columellaire détaché du tour précédent.

Remarques. — Deshayes décrit deux espèces du calcaire grossier de Paris ayant entre elles beaucoup d'affinités et très voisines de la nôtre. Celle qui s'en rapproche le plus est le *T. parisiensis* (1861, II, p. 422, pl. XVIII, fig. 28-30), qui a également un bourrelet au bord droit, mais quelque peu différent si nous en jugeons d'après la figure. L'espèce de Deshayes a conservé quatre à cinq tours qui paraissent enroulés sous un angle un peu plus aigu.

Cette espèce est assez rare dans le calcaire grossier de Mons.

Fig. 12*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie cinq fois.
— 12*b*, vue par-dessus.
— 12*c*, grandeur naturelle.

TRUNCATELLA MINOR, *nov. sp.*

Pl. XIX, fig. 13*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0025	—	100
	Largeur —	0,001	—	40
	Hauteur du dernier tour	0,00075	—	30
	Angle apical			12°

Très petite coquille presque cylindrique, réduite à trois tours arrondis mais peu saillants, larges, lisses et brillants, montrant seulement quelques stries d'accroissement visibles à la loupe, séparés par des sutures bien marquées et subcanaliculées, s'enroulant régulièrement sous un angle très faible; sommet remplacé par une spire presque plane; dernier tour bien développé; base allongée, ovale; ouverture petite, ovale, contractée, oblique, arrondie en avant, atténuée en arrière, quelque peu rejetée en dehors; péristome simple, continu; bord droit largement arqué; bord columellaire presque droit, détaché du tour précédent.

Remarques. — Cette espèce n'a guère que la moitié de la taille de la précédente. Cependant elle a incontestablement atteint l'âge adulte.

D'autres différences se remarquent encore et en font évidemment une espèce distincte, telles que les tours plus larges et plus aplatis et l'absence de bourrelet extérieur au bord droit.

Nous ne possédons qu'un seul spécimen de cette espèce.

Fig. 13*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie huit fois.
— 13*b*, vue par-dessus.
— 13*c*, grandeur naturelle.

Genre **PALUDINA,** Lamk, 1812.

Car. gén. — Coquille assez mince, conique ou globuleuse, turbinée, à tours arrondis; ouverture légèrement angulaire en arrière, à péristome continu, simple et entier.

Remarques. — Ce genre apparait, pour la première fois d'une façon certaine, dans les dépôts d'eau douce de la base des terrains crétacés (Wealdien). Il se multiplie considérablement dans les terrains tertiaires et se trouve actuellement à son maximum dans les eaux douces des deux continents.

Le calcaire grossier de Mons proprement dit ne nous a pas fourni de *Paludine.* L'unique espèce que nous décrivons provient du calcaire lacustre à *Physa;* mais comme cette assise constitue le terme supérieur du *système montien,* il est tout naturel de la donner ici.

Paludina Lamberti, *nov. sp.*

Pl. XIX, fig. 14*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,017?	— 100
	Largeur —	0,014	— 82
	Hauteur du dernier tour.	0,010	— 59
	Angle apical		90°

Coquille globuleuse, à tours peu nombreux, arrondis, séparés par des sutures profondes, ne montrant pour tout ornement que de fines stries de croissance obliquant un peu en arrière; dernier tour très développé; base ovale, ombiliquée; ouverture grande, ovale, arrondie mais un peu anguleuse en arrière et oblique par rapport à l'axe de la coquille.

Remarques. — M. le professeur G. Lambert nous a obligeamment communiqué les échantillons recueillis par lui du sondage de la caserne de cavalerie et de la prison de Mons. Nous y avons trouvé l'unique spécimen du genre *Paludina* du système montien; nous nous faisons un véritable plaisir d'y attacher le nom de M. Lambert.

Malheureusement, cette coquille ne se trouve, comme toutes celles du calcaire lacustre supérieur, qu'à l'état de moule. Dans le cas qui nous occupe, il ne s'agit même que du moule intérieur. De plus, l'extrémité de la spire est enlevée, ce qui rend un peu douteuse la longueur de la coquille donnée plus haut. Cependant, toutes les autres particularités sont assez précises. L'espèce est principalement caractérisée par la hauteur proportionnelle de l'ouverture et du dernier tour, et, à ce point de vue, celle du bassin de Paris avec laquelle elle semble avoir le plus de rapports est le *P. proavia,* Desh. (1862, II, p. 482, pl. XXXII, fig. 13-14), des sables inférieurs de Jonchery. Les deux coquilles sont à peu près de la même taille, mais la forme toute particulière de l'ouverture chez l'espèce française, plus allongée et plus ovale, en même temps que l'absence de toute trace de fente ou perforation ombilicale, font évidemment de la coquille de Mons une espèce distincte.

On pourrait certainement hasarder d'autres comparaisons, peut-être même plus probables (*P. aspera,* Michaud; *P. Matheroni,* Desh.), surtout si on refléchit que les tours des *Paludines* se modifient souvent dans le sens d'un rétrécissement proportionnel à mesure que la coquille avance en âge. La coquille de Mons pourrait bien, en effet, n'être que le jeune âge d'une des deux espèces citées plus haut; mais on conçoit qu'en présence du peu d'éléments que nous avons à notre disposition, nous ne puissions risquer aucune identification.

Fig. 14*a*, vue du côté de l'ouverture, grandeur naturelle.
— 14*b*, vue par-dessus.
— 14*c*, restauration, grandeur double.

Genre BITHINIA, Gray, 1821.

Car. gén. — Coquille petite, turbinée, ovale-conoïde, mince, à tours arrondis; ouverture arrondie, souvent anguleuse en arrière, à péristome continu, simple ou épaissi en dedans et quelquefois en dehors.

Remarques. — Les *Bithinia,* coquilles d'eau douce, ne sont, à proprement parler, que des *Paludines* à opercules calcaires. C'est sur l'épaississement intérieur que vient s'appuyer cet opercule. Quand cet épaississement n'existe pas et que le bord est simple, il est presque impossible de distinguer les *Bithinia* des *Paludines* de petite taille.

Ce genre a commencé à se montrer avec les terrains tertiaires. Deshayes décrit un assez grand nombre d'espèces qui, toutes, ne devraient pas lui appartenir. Cet auteur n'admet pas le genre *Hydrobia,* genre d'eaux saumâtres à opercule corné et qui mérite, par conséquent, d'en être distingué. Quelques-unes de ses espèces costulées ou tuberculeuses paraissent aussi s'écarter des véritables *Bithinia.*

Si aucune des *Paludines* des terrains crétacés ne doit rentrer dans le genre *Bithinia,* les espèces que nous allons décrire du calcaire grossier de Mons sont les plus anciennes du genre.

BITHINIA REGULARIS, *nov. sp.*

Pl. XX, fig. 9*a*, *b*, *c*.

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille	0,007 —	100
	Largeur —	0,0045 —	64
	Hauteur du dernier tour	0,0035 —	50
	Angle apical		50°

Assez grande coquille brillante, conique, composée de six tours arrondis au sommet mais plus aplatis vers la base, s'enroulant régulièrement en une spire pointue, séparés par des sutures peu profondes mais bien marquées, ornés de stries d'accroissement fines et serrées, légèrement obliques ; base conique terminée à la circonférence par une carène obtuse sur laquelle se fait le retour de la spire aux premiers tours, mais qui reste en dehors et devient apparente à la seconde moitié du dernier; ouverture ovale, oblique, arrondie en avant, aiguë en arrière, à péristome continu, légèrement évasé au bord droit.

Remarques. — Cette espèce est la plus grande du calcaire grossier de Mons. Elle y est très rare; nous n'en possédons qu'un spécimen d'une conservation parfaite, quoique l'ouverture soit en partie cachée par un encroûtement que nous n'avons pu détacher. Elle est très voisine du *B. conulus*, Lamk. (Desh., 1824, *Bulimus conulus*, II, p. 62, pl. IX, fig. 34 et 1862, II, p. 501), du calcaire grossier, dont les grands individus atteignent à peu près à la même taille; mais celle-ci n'a pas de carène à la circonférence de la base, ni d'évasement au bord droit.

Fig. 9*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie trois fois.
— 9*b*, vue par-dessus.
— 9*c*, grandeur naturelle.

Bithinia carinata, *nov. sp.*

Pl. XX, fig. 10*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0065
	Largeur —	0,00375
	Hauteur de l'ouverture	0,0025
	Angle apical moyen	51°

Coquille petite, conique, turriculée, composée de cinq tours s'enroulant sous un angle régulier, séparés par des sutures bien marquées, peu convexes à la partie postérieure mais portant antérieurement une carène en avant de laquelle se fait le retour de la spire, saillante aux premiers tours et s'effaçant complètement en arrivant à l'ouverture, ornés de stries ou sillons d'accroissement assez serrés et légèrement obliques; base conique, arrondie, avec une légère fente ombilicale; ouverture assez petite, arrondie, peu oblique, anguleuse à la partie postérieure; péristome simple, continu.

Remarques. — Cette espèce est assez abondante dans le calcaire grossier de Mons. Elle est très voisine du *B. conica*, Prévost (Desh., *Paludina*, 1824, II, p. 129, pl. XVI, fig. 67; 1862, II, p. 494), du calcaire grossier de Paris; mais cette dernière n'est jamais carénée et n'a pas de fente ombilicale.

Fig. 10*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie quatre fois.
— 10*b*, vue par-dessus.
— 10*c*, grandeur naturelle.

Bithinia longula, *nov. sp.*

Pl. XX. fig. 11*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,003 — 100
	Largeur —	0,001 — 33
	Hauteur de l'ouverture	0,001 — 33
	Angle apical	18°

Coquille très petite, turriculée, allongée, composée de cinq tours arrondis mais peu saillants, lisses et brillants sauf quelques rares sillons d'accroissement peu profonds, s'enroulant sous un angle convexe au sommet mais beaucoup moins ouvert au delà du second tour, de sorte que la coquille devient subcylindrique, séparés par des sutures assez profondes; ouverture assez petite, occupant moins du tiers de la longueur totale de la coquille, ovale, un peu oblique, atténuée en arrière, à péristome continu; bord droit renflé à l'extérieur.

Remarques. — Un examen superficiel pourrait faire confondre cette espèce avec l'*Hydrobia elongata* (p. 16), mais en l'examinant à la loupe, on reconnait qu'elle en est certainement distincte et même qu'elle n'appartient pas au même genre.

Notre espèce a quelques rapports avec certaines espèces du bassin de Paris, entre autres avec *B. subulata*, Desh. (1862, II, p. 507), *Paludina subulata*, id. (1824, p. 133, pl. XV, fig. 19, 20, 25, 26), du calcaire grossier; mais son enroulement est beaucoup moins régulier et sa spire plus obtuse; et *B. sextonus* (*Bulimus sextonus,* Lamk., *Ann. du Mus.*, Desh., 1824, II, p. 61, pl. VII, fig. 11, 12 et *Bithinia*, 1862, II, p. 502) qui, plus voisine, ne peut cependant lui être rapportée.

Fig. 11*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie sept fois.
— 11*b*, vue par-dessus.
— 11*c*, grandeur naturelle.

BITHINIA VICINA, *nov. sp.*

Pl. XX, fig. 12*a*, *b*, *c*.

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille	0,005 —	100
	Largeur —	0,003 —	60
	Hauteur de l'ouverture	0,002 —	40
	Angle apical		50°

Coquille conique, globuleuse, composée de cinq tours arrondis, lisses et brillants, séparés par des sutures assez profondes, s'enroulant sous un angle régulier, ornés de stries fines et de légers sillons d'accroissement ; base arrondie ; ouverture assez grande, ovale, oblique, arrondie en avant, anguleuse en arrière ; péristome simple, continu, un peu versant à la partie antérieure ; bord droit largement arqué ; bord gauche fortement infléchi au milieu, où il recouvre en partie une petite fente ombilicale.

Remarques. — Certains caractères rapprochent cette espèce des *Hydrobia.*

De plus petite taille que les *B. regularis* (p. 24) et *carinata* (p. 25), elle s'en distingue encore par l'absence de toute carène apparente. Ce caractère la rapproche des *B. conica* et *conulus* du bassin de Paris, mais elle est constamment plus petite et a un facies tout différent du côté de l'ouverture. Une espèce des sables inférieurs en est également fort voisine, c'est la *B. crassa* (Desh., 1862, II, p. 494, pl. XXXIII, fig. 22-24) dont elle se distingue également par la taille et qui, de plus, est plus ventrue et a le dernier tour plus développé.

Cette espèce se rencontre, non seulement dans le calcaire grossier de Mons proprement dit, mais encore dans le calcaire lacustre supérieur ou calcaire à physes, ce que nous avons pu constater d'après des échantillons du sondage de la caserne de cavalerie à Mons, conservés par M. le professeur G. Lambert, et dans lesquels elle se trouve à l'état de moule [1].

FIG. 12*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie quatre fois.
— 12*b*, vue par-dessus.
— 12*c*, grandeur naturelle.

[1] *Note sur l'existence d'un calcaire d'eau douce dans le terrain tertiaire du Hainaut*, par MM. F.-L. Cornet et Alp. Briart. (BULL. DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE, 2e série, t. XLIII, n° 1, janvier 1877).

Bithinia pupiformis, *nov. sp.*

Pl. XX, fig. 13*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille.	0,002	— 100
	Largeur —	0,001	— 50
	Hauteur du dernier tour	0,00075	— 37
	Angle apical		45°

Très petite coquille mince, fragile, brillante, fusiforme, composée de cinq tours s'enroulant sous un angle convexe, séparés par des sutures peu profondes, légèrement arrondis au milieu et montrant à la partie postérieure une légère dépression longeant la suture, ornés de rares sillons d'accroissement presque droits et peu prononcés ; ouverture arrondie en avant, aiguë en arrière; péristome mince, continu, réfléchi extérieurement; base ovale, avec une légère dépression ombilicale le long du bord gauche.

Remarques. — La légère dépression suturale est le caractère distinctif de cette espèce. Quelques espèces du bassin de Paris, également de très petite taille, s'en distinguent assez facilement; aucune de celles données par Deshayes ne présente cette particularité. Il en est de même des autres petites espèces du calcaire grossier de Mons, lesquelles sont aussi beaucoup plus allongées.

Fig. 13*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie dix fois.
— 13*b*, vue par-dessus.
— 13*c*, grandeur naturelle.

Genre **POTAMACLIS**, Sandberger, 1874.

Car. gén. — Coquille perforée, turriculée, très allongée; sommet obtus; tours très nombreux et convexes; ouverture oblique, ovale, à bords continus, épais; labre un peu sinueux légèrement réfléchi.

Remarques. — Le nom de *Potamaclis* donné par Sandberger en 1874 (*Die Land- und Susswasser conchylien der Vorwelt*, p. 312, 313) a été modifié par M. Fischer dans son Manuel de conchyliologie (fasc. VIII,

p. 726), peut-être par inadvertance, et changé en *Pomataclis*. Son auteur a créé le genre pour quelques espèces oligocènes rapportées par Forbes au genre *Melania*. Nous l'adoptons pour une coquille du calcaire grossier de Mons dont nous ne pouvons faire ni un *Melania*, ni un *Bithinia*, ni un *Hydrobia*, mais qui est évidemment d'eau douce et très voisine du groupe des *Paludinides*.

Potamaclis truncata, *nov. sp.*

Pl. XIX, fig. 15*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,009	— 100
	Largeur —	0,0035	— 39
	Hauteur du dernier tour	0,0025	— 28
	Angle apical		26°

Coquille assez petite, conique, turriculée, à tours nombreux, arrondis, un peu plus saillants à la partie antérieure, séparés par des sutures profondes, s'enroulant régulièrement en une spire tronquée et mamelonnée, lisses et brillants, ornés de stries d'accroissement un peu sinueuses en arrière et bien visibles seulement au dernier tour; base ovale; ouverture assez petite, ovale, oblique, aiguë en arrière, un peu atténuée en avant; péristome simple et continu; bord droit largement arqué, avançant sur l'ouverture à la partie antérieure; bord gauche moins courbé et recouvrant en partie une fente ombilicale bien marquée.

Remarques. — L'extrémité de la spire, enlevée du vivant de l'animal, a été remplacée par un sommet mamelonné. Notre coquille n'est pas complète du côté du bord droit dont une partie est enlevée; mais le restant est parfaitement conservé et les stries de croissance montrent très bien les traits caractéristiques de l'ouverture.

Fig. 15*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie trois fois et demie.
— 15*b*, vue par-dessus.
— 15*c*, grandeur naturelle.

Genre **BRIARTIA,** Munier-Chalmas, 1884.

Car. gén. — Coquille subturriculée à tours nombreux, à spire aiguë, lisse et brillante; dernier tour contracté à l'ouverture; celle-ci petite, entière, à double péristome dont l'intérieur est circulaire et l'extérieur anguleux postérieurement, circonscrivant ainsi une petite aréa triangulaire dans l'angle postérieur.

Briartia Velaini, Munier-Chalmas.

Pl. XX, fig. 7*a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,015 —	100
	Largeur —	0,006 —	40
	Hauteur du dernier tour	0,004 —	27
	Angle apical		35°

Assez petite coquille conique, lisse et brillante, fusiforme, composée de huit à dix tours légèrement arrondis, séparés par des sutures presque superficielles, s'enroulant régulièrement en une spire aiguë sauf le dernier qui se contracte et rentre vers l'axe de la coquille, marqués seulement de stries de croissance presque droites, un peu infléchies en arrière à la partie postérieure, peu visible sous le poli de la coquille; ouverture contractée, arrondie, située presque dans le plan de l'axe; péristome intérieur débordant quelquefois et se détachant du tour précédent, non poli, à stries de croissance bien marquées; péristome extérieur restant en arrière, anguleux à la suture et circonscrivant l'aréa caractéristique dont le milieu est un peu renfoncé.

Remarques. — C'est la plus abondante de toutes les espèces du calcaire grossier de Mons. Par cela même, on était quelque peu en droit d'espérer la rencontrer dans d'autres gisements de l'éocène inférieur. Il n'en a rien été : jusqu'à présent les recherches de M. Munier-Chalmas n'ont pu constater sa présence dans les marnes strontianifères de Meudon. A ce titre, elle se trouve donc être le fossile véritablement caractéristique du gisement de Mons.

Malgré la grande abondance de cette coquille, on la trouve très rarement à l'état complet. Elle est presque toujours érodée, principalement du côté de l'ouverture dont les détails caractéristiques se trouvent ainsi supprimés. Dans ce cas le bord paraît simple, tranchant, et l'ouverture contractée.

Avant d'avoir rencontré d'indididu complet, cela nous avait naturellement amenés à faire de notre coquille un *Nematura*. Ce n'est que plus tard que M. Munier-Chalmas créa son nouveau genre sur des caractères bien positifs et bien définis.

Fig. 7*b*, vue du côté de l'ouverture, grossie deux fois.
— 7*a*, vue de profil, grossie deux fois.
— 7*c*, individu déformé, grossi deux fois.
— 7*d*, vue de l'ouverture, grossie deux fois.
— 7*e*, vue de l'ouverture avec péristome intérieur saillant, grossie deux fois.
— 7*f*, grandeur naturelle.

Briartia carinata, *nov. sp.*

Pl. XX, fig. 8*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,010 —	100
	Largeur —	0,005 —	50
	Hauteur du dernier tour	0,004 —	40
	Angle apical		45°

Assez petite coquille conique, turriculée, composée de six tours s'enroulant régulièrement si ce n'est le dernier qui rentre un peu vers l'axe de la coquille, séparés par des sutures bien marquées, portant à l'extérieur et presque au milieu une carène forte et irrégulière, le tout orné de stries d'accroissement transverses un peu onduleuses à la carène; une seconde carène antérieure, plus obtuse, limite extérieurement la base et reçoit le retour de la spire; base arrondie; ouverture contractée, ronde, se dédoublant à la partie postérieure et y circonscrivant l'aréa triangulaire.

Remarques. — Il n'y a aucun doute que cette coquille, fort singulière, ne soit un *Briartia*. Elle est malheureusement aussi rare que l'espèce précédente est abondante.

Fig. 8*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie trois fois.
— 8*b*, vue par-dessus.
— 8*c*, grandeur naturelle.

Genre CORNETIA, Munier-Chalmas, 1885.

Car. gén. — Coquille imperforée, assez épaisse, ovale, à spire aiguë, à sutures profondes; base convexe; ouverture grande, subcirculaire, un peu anguleuse en arrière; bord columellaire épais, régulièrement concave; labre sinueux également épais.

CORNETIA MODUNENSIS, Munier-Chalmas.

Pl. XXI, fig. 1*a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*.

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille.	0,026 —	100
	Largeur —	0,020 —	77
	Hauteur de l'ouverture.	0,014 —	54
	Angle apical		65°

Coquille assez grande, conique. régulière, composée de cinq ou six tours s'enroulant sous un angle légèrement convexe vers l'ouverture en une spire aiguë moins longue que le dernier tour, séparés par des sutures profondes; à l'extérieur des tours se trouve une forte carène longitudinale et à quelque distance en avant une seconde carène moins forte également longitudinale, séparée de la première par un sillon arrondi et sur laquelle se fait le retour de la spire; la partie postérieure à la carène est légèrement renflée vers le sommet, à peu près droite par la suite et finit par se creuser un peu en approchant de l'ouverture; une côte postérieure à peu près symétrique à la carène de la base par son écartement de la carène principale et son relief se remarque sur cette partie aux premiers tours, mais elle diminue à mesure que la coquille grandit et finit par disparaître entièrement pour faire place à une légère dépression; une autre dépression également très légère longe la suture; tous ces ornements sont traversés par des lignes ou sillons d'accroissement devenant des costulations et, à la traversée de la carène, des saillies plus ou moins régulières, quelquefois très fortes jusqu'à devenir de gros tubercules épineux; base largement arrondie montrant vers la périphérie quelques côtes longitudinales cachées par le retour de la spire; ouverture arrondie; bord gauche assez épais; bord droit plus tranchant avec un sinus large et peu profond près de la suture.

Remarques. — Cette magnifique espèce est assez commune dans le calcaire grossier de Mons, mais les spécimens complets ne laissent pas que d'être fort rares. Elle a été une des premières dont la présence a été constatée par M. Munier-Chalmas dans les marnes strontianifères de Meudon.

Ses ornements sont parfois très accentués et, par contre, quelquefois presque nuls, comme nous avons essayé de le montrer par nos dessins.

Avant la création du nouveau genre, dont elle constitue, jusqu'à présent, l'unique espèce, cette coquille a parfois été rangée dans le genre *Liotia*.

Fig. 1*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie une fois et demie.
— 1*b*, vue par-dessus, grossie une fois et demie.
— 1*c*, grandeur naturelle.
— 1*d*, variété non costulée, vue du côté de l'ouverture, grandeur naturelle.
— 1*e*, — — vue par-dessus.
— 1*f*, — fortement costulée, grandeur double.

Genre NERITOPSIS, Grateloup, 1832.

Car. gén. — Coquille néritiforme, subglobuleuse, imperforée, solide; à tours peu nombreux et spire peu saillante; ornés de côtes longitudinales simples ou granuleuses; ouverture semi-lunaire, à labre simple et épais; bord columellaire simple, aplati, largement échancré à sa partie médiane.

Remarques. — Le trait distinctif du genre consiste dans l'échancrure du bord columellaire. Quand Deshayes l'a décrit, on ne connaissait pas l'opercule; cette lacune a été comblée depuis (*Fischer,* p. 808); cet opercule, de construction fort curieuse, porte un appendice qui s'applique exactement dans l'échancrure de la columelle, d'où l'importance de cette partie bien prévue par Grateloup.

Ce genre se montre dans les terrains secondaires (*Musschelkalk*). Il est peu nombreux dans les terrains tertiaires, et vit actuellement dans les mers chaudes.

Neritopsis multicostata, *nov. sp.*

Pl. XXI, fig. 2*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,007	— 87
	Largeur —	0,008	— 100
	Hauteur du dernier tour	0,0065	— 81
	Angle apical		125°

Coquille petite, globuleuse, épaisse, solide, à sommet très obtus, composée de trois tours arrondis, le dernier très développé, séparés par des sutures peu profondes, ornés

de côtes nombreuses longitudinales irrégulières, les plus fortes et les plus écartées à la partie postérieure des tours et près du bord columellaire, les plus fines et les plus serrées à l'extérieur, quelques minces filets se montrant dans le creux des plus larges sillons séparant les côtes; tous ces ornements sont traversés de stries de croissance qui deviennent des sillons irréguliers vers la fin du dernier tour; ouverture grande, semi-lunaire, anguleuse des deux côtés; bord droit arqué, tranchant mais s'épaississant rapidement à l'intérieur; bord columellaire légèrement aplati, calleux, avec une large échancrure au milieu.

Remarques. — Cette espèce est très rare dans le calcaire grossier de Mons. Deshayes ne cite qu'une espèce du même genre dans le bassin de Paris, c'est le *N. Parisiensis* (1864, III, p. 8, pl. LXVI, fig. 1-3). Elle est des sables moyens et ne peut être comparée avec l'espèce du calcaire de Mons. Une espèce beaucoup plus voisine vient d'être donnée par M. Cossmann dans le *Journal de Conchyliologie,* juillet 1886 (3e série, t. XXVI, 3, p. 229, pl. X, fig. 5). C'est le *N. acutispira,* qui a les ornements extérieurs beaucoup moins serrés et dont le bord columellaire est bilobé.

Fig. 2*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie trois fois.
— 2*b*, vue par-dessus.
— 2*c*, grandeur naturelle.

Genre NERITINA, Lamk., 1809.

Car. gén. — Coquille semi-globuleuse ou ovale, généralement mince, à tours peu nombreux, lisses ou épineux et à spire courte; ouverture semi-lunaire; bord droit mince; bord columellaire aplati, droit ou peu courbé, simple ou dentelé.

Remarques. — Les espèces de ce genre sont, en grande partie, fluviatiles; mais quelques-unes habitent les eaux saumâtres ou marines; un petit nombre est terrestre. Le test de ces coquilles est très mince, ce qui les distingue des *Nerita,* genre complètement marin dont la coquille est toujours épaisse et solide. D'Orbigny n'admettait pas la distinction de ces deux genres et Deshayes ne lui reconnaissait qu'une valeur purement sectionnelle.

Ce genre a débuté dans les terrains secondaires. Les espèces sont fort abondantes dans les terrains d'eau douce ou d'eau saumâtre de la période tertiaire. Les deux espèces du calcaire grossier de Mons sont évidemment fluviatiles.

Neritina fabula, *nov. sp.*

Pl. XXI, fig. 3*a*, *b*, *c* jeune âge; *d*, *e*, *f* âge adulte.

Dimensions : Longueur de la coquille	0,010	— 95
Largeur —	0,0125	— 100
Hauteur du dernier tour	0,008	— 76
Angle apical		115°

Coquille globuleuse, un peu plus large que longue, composée de trois tours arrondis et déprimés vers la suture à la seconde moitié du dernier tour, s'enroulant en une spire saillante mais très convexe, séparés par des sutures profondes, lisses et brillants et ayant conservé leur coloration primitive consistant en des flammèches brunes sur fond blanc, plus ou moins foncées, assez larges, transverses, en zigzags très serrés, et arrangées en zones longitudinales; dernier tour très dilaté; base arrondie; ouverture grande, semi-lunaire, presque aussi large que longue, anguleuse en arrière; bord droit arqué, tranchant, dilaté, s'infléchissant un peu dans l'ouverture à la partie postérieure; bord columellaire large, tranchant, très oblique sur l'axe de la coquille, légèrement infléchi au milieu.

Remarques. — Cette jolie coquille, qui a presque toujours conservé sa coloration dans toute sa fraicheur, est assez commune dans le calcaire grossier de Mons. Quand elle n'a pas atteint l'âge adulte, la forme de l'ouverture est sensiblement différente et pourrait donner lieu à une distinction spécifique erronée : elle est plus régulièrement semi-lunaire et ce n'est qu'à la dernière moitié du dernier tour que cette régularité disparait par l'inflexion du bord de plus en plus prononcée et qui finit même par produire un angle rentrant dans l'ouverture. Elle est de la même taille que le *Neritina globulus*, Ferussac (*Hist. nat. des Moll. foss.*, fig. 14) (Desh., 1824, II, p. 151, pl. XVII, fig. 19-20, 1864, II, p. 22), que l'on rencontre partout avec l'étage des lignites; mais elle s'en distingue facilement, soit par l'absence de coloration de cette dernière, soit par sa spire moins proéminente.

Fig. 3*a*, jeune âge, vue du côté de l'ouverture, grossie trois fois.
— 3*b*, — vue par-dessus, grossie trois fois.
— 3*c*, — grandeur naturelle.
— 3*d*, âge adulte, vue du côté de l'ouverture, grossie deux fois.
— 3*e*, — vue par-dessus, grossie deux fois.
— 3*f*, — grandeur naturelle.

Neritina Montensis, *nov. sp.*

Pl. XXI, fig. 4*a*, *b*, *c*.

Dimensions : Longueur de la coquille	0,006 —	75
Largeur —	0,008 —	100
Hauteur du dernier tour	0,006 —	75

Coquille globuleuse, déprimée, plus large que longue; composée de trois ou quatre tours s'enroulant en une spire presque plane, lisses et ayant conservé leur coloration primitive consistant en bandes plus ou moins larges et plus ou moins écartées, chevronnées à la partie saillante des tours; ouverture très dilatée, semi-lunaire; bord columellaire très large, un peu arqué, presque droit et parallèle à l'axe de la coquille, portant à sa partie postérieure deux dents assez fortes, la plus grosse en avant, d'autres petites dents antérieures à cette dernière, et un léger renflement avant d'arriver à l'angle antérieur; bord droit arqué, tranchant, s'épaississant rapidement surtout aux deux extrémités.

Remarques. — Cette espèce est très abondante dans le calcaire grossier de Mons; elle se distingue parfaitement de la précédente par sa spire plane. Elle appartient au type du *N. Semilugubris*, Desh. (1864, III, p. 15, pl. LXVI, fig. 18-20), des sables inférieurs auquel elle ressemble beaucoup par la forme générale, par les détails de la columelle et par la coloration; mais elle n'atteint que très rarement la moitié de la taille de l'espèce du bassin de Paris. En effet, les spécimens dont les dimensions sont données plus haut, sont très rares; la plupart n'ont que 5 millimètres de largeur et beaucoup ont moins.

Fig. 4*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie trois fois.
— 4*b*, vue par-dessus.
— 4*c*, grandeur naturelle.

Genre **TURBO**, Linnée, 1758.

Car. gén. — Coquille turbinée, ovale ou globuleuse, à spire peu élevée; base arrondie, non aplatie, avec ou sans ombilic; ouverture ronde, à bord simple, quelquefois modifiée par le tour précédent.

Remarques. — Les *Turbos* se distinguent des *Trochus* principalement

par leur forme arrondie et non conique. Deshayes propose de reformer ces deux genres excessivement nombreux en espèces, d'après la nature cornée ou calcaire de l'opercule sans tenir compte de la forme de la coquille; on aura de cette façon, dit-il (1863, II, p. 890), des *Troques* à formes de *Turbo*, ayant l'opercule corné, et les *Turbos* trachiformes à opercule calcaire.

Il est sans doute très rationnel d'en agir ainsi, mais au point de vue paléontologique, cela présente d'assez grandes difficultés. Ce qui est plus pratique c'est de rejeter de ces deux genres toutes les coquilles non nacrées, lesquelles, par conséquent, doivent rentrer dans d'autres genres.

Les *Turbos* commencent à se montrer dès le silurien inférieur; ils n'ont fait que s'accroître et sont actuellement à leur maximum.

TURBO MONTENSIS, *nov. sp.*

Pl. XXII, fig. *1a, b, c, d, e, f.*

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille	0,0065	— 100
	Largeur —	0,0065	— 100
	Hauteur du dernier tour	0,004	— 54
	Angle apical au sommet	90°	à 100°
	— aux derniers tours	35°	à 60°

Coquille assez petite, globuleuse, solide, généralement aussi large que longue, composée de cinq tours peu saillants et plus ou moins arrondis, s'enroulant en une spire courte, obtuse et convexe, séparés par des sutures peu profondes; les premiers sont ornés de très fins sillons longitudinaux, bien marqués à la partie antérieure des tours où cependant on ne peut les voir qu'à la loupe, et disparaissant plus ou moins rapidement en approchant du dernier tour, lequel est presque toujours tout à fait lisse et traversé seulement de stries de croissance très fines, fort obliques, bien marquées au milieu de la base; dernier tour très développé, arrondi, plus ou moins aplati à l'extérieur; base peu saillante; ouverture arrondie, quelque peu contractée; labre tranchant, épaissi fortement à l'intérieur; portant une dent assez grosse à la partie antérieure sur la columelle, une plus petite vers le milieu du bord antérieur et une troisième, plus petite encore, au bord droit à quelque distance de la suture; bord columellaire recouvert d'une mince callosité laissant voir parfois un petit ombilic arrondi.

Remarques. — Cette espèce est une des plus abondante du calcaire grossier de Mons; elle s'y rencontre à tous les états de croissance et est de

forme et de dimensions proportionnelles assez variables. Bon nombre de spécimens ont conservé quelques traces d'une ancienne coloration qui consistait en des bandelettes brunes irrégulières, parallèles aux stries de croissance.

De toutes les espèces du bassin de Paris, celle qui paraît le plus s'en approcher est le *T. obtusalis,* Baudon (1856, *Journ. de Conch.,* IV, p. 215, pl. VI, fig. 4; Desh., 1863, II, p. 908, pl. LIX, fig. 28-30), espèce du calcaire grossier que ce dernier auteur place parmi les espèces imperforées, ce qui n'est pas le cas de l'espèce de Mons. Celle-ci s'en distingue également par les dents intérieures du labre.

Fig. 1*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie quatre fois.
— 1*b*, vue par-dessus.
— 1*c*, grandeur naturelle.
— 1*d*, variété, vue du côté de l'ouverture, grossie quatre fois.
— 1*e*, variété, vue par-dessus.
— 1*f*, variété, grandeur naturelle.

Turbo pisarius, *nov. sp.*

Pl. XXII, fig. 2*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,005 — 100
	Largeur —	0,005 — 100
	Hauteur du dernier tour	0,003 — 60
	Angle apical	75 à 110°

Coquille assez petite, globuleuse, aussi longue que large, composée de quatre tours légèrement arrondis, le dernier très développé, déprimés à la partie postérieure, réunis par des sutures linéaires presque superficielles, s'enroulant sous un angle obtus et convexe en une spire courte; base peu saillante, circonscrite par une bande plate limitée par deux légères carènes, la postérieure plus forte sur laquelle se fait le retour de la spire; toute la surface ornée de fins sillons longitudinaux plus prononcés vers le sommet, très serrés, excepté vers la partie antérieure des tours en avant de la suture où ils s'écartent un peu, le tout recoupé de stries de croissance fortement obliques quelquefois très prononcées vers le centre; base arrondie, avec un ombilic bien limité par une carène aiguë et en partie caché par l'évasement du bord columellaire; ouverture arrondie, très oblique, à bords tranchants, épaissis à l'intérieur principalement en avant; une grosse dent se remarque au milieu d'un aplatissement à la base de la columelle, et une plus petite un peu plus en avant.

Remarques. — Cette espèce est beaucoup moins abondante que le *T. Montensis* (p. 37) dont elle se rapproche par la taille et les proportions. Elle s'en distingue facilement par les deux carènes de l'extérieur des tours et par ses ornements longitudinaux qui persistent jusqu'au dernier. Elle conserve également de vagues traces de coloration. Elle paraît assez voisine du *T. Semperi,* Desh. (1863, II, p. 903, pl. LXII, fig. 27-29), espèce rare des sables inférieurs, ombiliquée comme la nôtre, ayant à peu près les mêmes ornements longitudinaux, mais plus allongée, sans aplatissement à la circonférence de la base et sans dents à la columelle.

Fig. 2*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie cinq fois.
— 2*b*, vue par-dessus.
— 2*c*, grandeur naturelle.

Turbo Ladrierei, *nov. sp.*

Pl. XXII, fig. 3*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,005	— 100
	Largeur —	0,00425	— 85
	Hauteur du dernier tour	0,0025	— 50
	Angle apical		75°

Coquille petite, un peu plus longue que large, conique, composée de quatre tours arrondis, s'enroulant régulièrement, séparés par des sutures profondes, les deux premiers lisses, les deux derniers ornés de côtes longitudinales, les plus fortes à l'extérieur des tours séparées par des intervalles dans lesquels s'en trouvent de plus petites, le tout recoupé de stries de croissance; le retour de la spire se fait un peu en avant de la grosse côte longitudinale antérieure; base légèrement conique, ornée de la même manière jusqu'à un ombilic profond nettement limité par une carène saillante; ouverture arrondie, grande, à bords minces.

Remarques. — Cette espèce est très rare dans le calcaire grossier de Mons; elle a assez de ressemblance, comme forme générale, avec le *T. Craticulatus,* Desh. (1863, II, p. 894, pl. LVIII, fig. 23-25), des sables inférieurs, dont cependant les ornements sont tout différents.

Nous dédions cette espèce à M. J. Ladrière, si connu surtout par ses études sur les terrains quaternaires du Nord de la France.

FIG. 3*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie cinq fois.
— 3*b*, vue par-dessus, grossie cinq fois.
— 3*c*, grandeur naturelle.

TURBO FIRKETI, *nov. sp.*

P. XXII, fig. 4*a*, *b*, *c*, *d*.

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille	0,0085 —	100
	Largeur —	0,008 —	94
	Hauteur de l'ouverture	0,0045 —	47
	Angle apical		75°

Coquille assez petite, presque aussi large que longue, composée de six tours s'enroulant régulièrement et séparés par des sutures profondes et subcanaliculées, fortement carénés à la circonférence de la base, cette carène portant une côte longitudinale simple très forte, saillante, en avant de laquelle se fait le retour de la spire de manière à la laisser à découvert comme un bourrelet tout le long de la suture; la partie postérieure des tours montre une autre carène, mais plus obtuse, limitant une partie postérieure presque plate, portant deux côtes assez fortes séparées par un sillon arrondi au milieu duquel on remarque un filet longitudinal très fin; entre les deux carènes se trouvent cinq autres côtes longitudinales plus petites que les premières, séparées par des filets beaucoup plus fins et, comme tous les autres ornements longitudinaux, traversés de stries de croissance obliques qui y laissent des granulations d'autant plus fortes qu'elles sont, elles-mêmes, plus prononcées; base assez plate, montrant également des ornements longitudinaux mais plus fins et plus serrés que ceux de l'extérieur, acquérant seulement un peu plus de saillie aux abords d'un ombilic assez étroit, profond, en partie recouvert par le bord gauche; ouverture arrondie, subquadrangulaire, oblique, à bords minces.

Remarques. — Cette espèce se rapproche des *Trochus* par la carène extérieure et l'aplatissement de la base. Ces caractères, de forme purement extérieure, ont été admis par certains auteurs comme suffisant pour faire ranger certaines coquilles dans ce dernier genre, entre autres par Deshayes. Aussi, ne trouvons-nous chez cet auteur que des *Trochus* avec lesquels nous puissions comparer notre *Turbo*. Tel est le *Trochus Felix,* Desh. (1864, II, p. 952, pl. LXI, fig. 15-17), espèce du calcaire grossier dont les

ornements sont beaucoup plus gros; sa columelle plus droite et son péristome interrompu, constituent également des traits distinctifs et ont probablement motivé le genre donné à l'espèce du bassin de Paris.

Nous dédions cette espèce à M. Firket, ingénieur au corps des mines et secrétaire de la Société géologique de Belgique.

Fig. 4a, vue du côté de l'ouverture, grossie trois fois.
— 4b, vue par-dessus.
— 4c, grandeur naturelle.

Turbo Falyanus, *nov. sp.*

Pl. XXII, fig. 5a, b, c.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,007 —	100
	Largeur —	0,0055 —	79
	Hauteur du dernier tour	0,0035 —	50
	Angle apical		60°

Coquille assez petite, plus longue que large, composée de six tours s'enroulant régulièrement, séparés par des sutures linéaires peu profondes, arrondis à la partie postérieure, fortement carénés à la circonférence de la base, le retour de la spire se faisant sur la carène et un peu plus en avant au dernier tour, lisses ou ornés seulement de stries de croissance; base assez plane; ouverture oblique, arrondie, un peu anguleuse à la partie postérieure; péristome mince et tranchant mais s'épaississant à l'intérieur; bord droit recouvrant en partie un ombilic assez bien limité par une légère carène.

Remarques. — Ainsi que l'espèce précédente, celle-ci constitue un intermédiaire entre les *Turbo* et les *Trochus;* c'est, du reste, le même facies général, mais les ornements longitudinaux de l'espèce précédente empêchent toute confusion. Le *T. Falyanus* n'est pas aussi rare.

Nous dédions cette espèce à M. Faly, ingénieur au corps des mines à Mons et géologue distingué.

Fig. 5a, vue du côté de l'ouverture, grossie trois fois.
— 5b, vue par-dessus.
— 5c, grandeur naturelle.

TURBO QUADRANGULATUS, *nov. sp.*

Pl. XXII, fig. 6*a*, *b*, *c*.

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille	0,007 —	71
	Largeur —	0,005 —	100
	Hauteur de l'ouverture	0,003 —	43
	Angle apical près du sommet		60°
	— près de la base		35°

Coquille assez petite, allongée, conique, composée de six tours plats s'enroulant sous un angle convexe, lisses, marqués seulement de fines stries de croissance, séparés par des sutures linéaires, presque superficielles; base un peu arrondie, limitée extérieurement par une carène obtuse, non ombiliquée; ouverture subquadrangulaire, à bords simples et tranchants, légèrement épaissis à l'intérieur; columelle droite renflée en avant et formant un angle assez brusque avec le bord antérieur; bord droit peu courbé, rejoignant également le bord antérieur par un angle assez brusque correspondant à la carène de la base.

Remarques. — Cette coquille est assez rare dans le calcaire grossier de Mons; elle est remarquable par l'absence de tout ornement et ne nous montre que des stries de croissance et quelques traces vagues de coloration. Plus qu'aucune de nos espèces à base carénée, elle se rapproche du genre *Trochus*, et devrait peut-être prendre place dans un genre intermédiaire, (*Eleuchus*, Humphrey, ou *Cantharis*, Ferrussac). Elle est voisine du *T. Falyanus* (p. 41), mais elle est plus conique, a les tours plus plats et la carène plus obtuse.

FIG. 6*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie trois fois.
— 6*b*, vue par-dessus.
— 6*c*, grandeur naturelle.

TURBO DELVAUXI, *nov. sp.*

Pl. XXII, fig. 7*a*, *b*, *c*.

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille	0,018 —	100
	Largeur —	0,017 —	94
	Hauteur de l'ouverture	0,0085 —	47
	Angle apical		75°

Coquille assez grande, composée de sept tours arrondis s'enroulant sous un angle régulier, séparés par des sutures profondes subcanaliculées, ornés de côtes longitudi-

nales nombreuses, les plus saillantes au nombre de trois à la partie postérieure des tours où elles sont rendues fortement granuleuses par des stries de croissance, les autres beaucoup moindres jusqu'à la partie saillante des tours où il s'en trouve de nouveau trois autres plus fortes séparées par de petits filets et en avant desquels se fait le retour de la spire; base arrondie, portant également des ornements longitudinaux, mais beaucoup plus serrés jusqu'au voisinage de l'ombilic où ils acquièrent plus de largeur; ouverture arrondie, à bords minces s'épaississant intérieurement principalement à la partie antérieure; bord columellaire infléchi, recouvrant en partie un ombilic large et peu profond non caréné.

Remarques. — Les proportions et les ornements de cette espèce sont à peu près les mêmes que ceux du *T. Firketi* (p. 40), mais ses tours non carénés en font une espèce distincte. Elle est fort rare dans le calcaire grossier de Mons.

Nous dédions cette espèce à M. Delvaux, officier attaché à l'Institut cartographique militaire, comme preuve de sympathie et de l'estime que nous éprouvons pour ses recherches persévérantes et consciencieuses sur les terrains éocènes de la Belgique.

Fig. 7*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie une fois et demie.
— 7*b*, vue par-dessus.
— 7*c*, grandeur naturelle.

Turbo funiculosus, *nov. sp.*

Pl. XXII, fig. 8*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,003	— 100
	Largeur —	0,003	— 100
	Hauteur du dernier tour	0,00175	— 58
	Angle apical		80°

Petite coquille conique, aussi longue que large, composée de quatre à cinq tours s'enroulant régulièrement, séparés par des sutures profondes, portant une forte carène à la circonférence de la base et une autre plus arrondie à la partie postérieure, le retour de la spire se faisant sur la première, ornés à l'extérieur de six filets longitudinaux assez réguliers; base conique couverte également de filets longitudinaux mais beaucoup moins prononcés et creusée d'un ombilic profond brusquement limité par une carène saillante; ouverture grande, arrondie; columelle portant extérieurement un finicule qui s'enfonce dans l'ombilic.

Remarques. — Nous ne possédons qu'un seul spécimen de cette espèce;

il est malheureusement incomplet du côté de l'ouverture. Elle se distingue de nos espèces de même forme par la carène plus obtuse de la circonférence de la base et par le finicule de l'ombilic qui n'a pu être marqué sur le dessin.

Fig. 8*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie sept fois.
— 8*b*, vue par-dessus.
— 8*c*, grandeur naturelle.

Turbo Bretoni, *nov. sp.*

Pl. XXII, fig. 9*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,007	— 87
	Largeur —	0,008	— 100
	Hauteur du dernier tour.	0,004	— 50
	Angle apical.	85° à 95°	

Assez petite coquille globuleuse, à peu près aussi longue que large, composée de quatre tours s'enroulant sous un angle légèrement convexe, ayant à la circonférence de la base une carène bien marquée sur laquelle se fait le retour de la spire, et une seconde carène plus obtuse à la partie postérieure des tours, ornés de côtes longitudinales assez fortes pour la plupart et entremêlées de petits filets; base arrondie, également recouverte d'ornements longitudinaux beaucoup plus uniformes, plus minces et plus serrés; tous ces ornements sont recoupés par des stries de croissance obliques; ouverture arrondie, à péristome mince et tranchant, mais s'épaississant à l'intérieur; bord columellaire un peu renflé antérieurement, réfléchi et recouvrant en partie un ombilic arrondi.

Remarques. — Cette espèce, très rare dans le calcaire grossier de Mons, est bien distincte de toutes celles que nous avons décrites jusqu'à présent. Quant aux espèces du bassin de Paris, celle qui nous paraît s'en approcher le plus est le *T. denticulatus,* Lamk. (*Ann. du Museum,* IV, p. 107 et VIII, p. 36, fig. 3 à 6; Desh., 1824, II, p. 255, pl. XXXIV, fig. 1-4 et 18, p. 893); mais chez cette dernière, la carène antérieure n'est pas annulée par le retour de la spire, et les stries d'accroissement produisent, sur les côtes longitudinales, des dentelures plus ou moins régulières. Deshayes dit que l'espèce de Lamarck se rapproche beaucoup des *dauphinules.* Aucun doute de ce genre n'est possible pour l'espèce de Mons.

Nous dédions cette espèce à M. Breton, l'habile ingénieur du canal de la Manche, fort avantageusement connu en géologie par ses travaux sur la formation houillère.

Fig. 9*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie quatre fois.
— 9*b*, vue par-dessus.
— 9*c*, grandeur naturelle.

TURBO CONTRACTUS, *nov. sp.*

Pl. XXII, fig. 10*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,018 — 100
	Largeur —	0,015 — 83
	Hauteur de l'ouverture.	0,008 — 44
	Angle apical près du sommet	860°
	— — de l'ouverture	45°

Coquille assez grande, solide, plus longue que large, composée de cinq tours s'enroulant sous un angle très convexe, séparés par des sutures linéaires peu visibles si ce n'est au dernier tour; ces tours sont arrondis et portent une carène extérieure bien marquée sur laquelle se fait d'abord le retour de la spire, mais plus tard, ce retour se fait de plus en plus en avant, laissant la carène à découvert, tandis qu'à la partie postérieure des tours une dépression s'accentue de plus en plus en largeur et en profondeur; les ornements consistent en des filets longitudinaux irréguliers, peu saillants, quelques-uns assez larges à l'extérieur des tours, plus minces et beaucoup plus réguliers sur la base, le tout recoupé par des stries ou plis de croissance obliques; base arrondie; ouverture contractée, oblique, un peu irrégulière, à péristome mince mais s'épaississant rapidement et irrégulièrement à l'intérieur; columelle droite avec une légère fente longitudinale qui se prolonge jusqu'au bord antérieur; une légère gouttière à la partie postérieure.

Remarques. — Cette espèce est assez rare dans le calcaire grossier de Mons; elle se distingue facilement de toutes nos espèces carénées par la contraction du dernier tour, ce qui ne peut s'observer que dans des coquilles adultes; dans le jeune âge, elle se caractérise principalement par sa columelle droite. Elle est aussi, de ce côté, voisine des *Trochus*.

Nous ne voyons rien qui puisse lui être comparé dans le bassin de Paris.

Fig. 10*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie une fois et demie.
— 10*b*, vue par-dessus.
— 10*c*, grandeur naturelle.

Genre **TROCHUS**, Linnée, 1756.

Car. gén. — Coquille enroulée en cône plus ou moins élevé, à base plate, carénée et quelques fois tranchante à la circonférence; ouverture rhombique, oblique, toujours nacrée; columelle arquée, tordue ou portant un gros pli antérieur, plus ou moins saillante sur la base.

Remarques. — Ce genre, un des plus anciennement établis, est excessivement nombreux en espèces. Tel que nous le caractérisons d'après les principaux auteurs, il renferme les véritables *Trochus*, et se trouve moins étendu que Deshayes ne l'a fait. Cet auteur, tout en reconnaissant le grand avantage d'apporter à ce genre des subdivisions, même artificielles, n'en admet que trois auxquels il n'accorde que la valeur de simples groupes. Le genre, tel que nous le limitons, renferme les deux premiers groupes dénommés d'après deux des genres établis par MM. Adams : *A. Tectus* et *B. Zyzyphinus*.

On a souvent rapportés aux *Trochus* des *Pleurotomaria* qui ont sensiblement la même forme extérieure et qui, lorsqu'ils sont à l'état de moule, sont très difficiles à distinguer. Pour ce motif et d'autres semblables, les espèces des terrains anciens sont plus ou moins douteuses.

Les premières espèces citées appartiennent aux assises siluriennes inférieures. Le genre n'a fait que s'accroître et se trouve à son maximum dans les mers actuelles.

TROCHUS BASILÆVIGATUS, *nov. sp.*

Pl. XXI, fig. 6*a*, *b*, *c*.

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille	0,0065 —	81
	Largeur —	0,008 —	100
	Hauteur du dernier tour	0,003 —	38
	Angle apical		75°

Coquille petite, conique, plus large que longue, à tours plats, s'enroulant sous un angle aigu, séparés par des sutures à peine visibles; une carène très forte, aiguë, simple ou légèrement ondulée limite l'extérieur de la base et reçoit le retour de la spire; des filets

longitudinaux, fins, serrés, irréguliers, ornent l'extérieur des tours; base plate ou légèrement conique, dépourvue d'ornements concentriques; ouverture quadrangulaire, aiguë aux angles intérieur et extérieur; columelle courte, portant un pli en spirale dessinant un canal intérieur.

Remarques. — Le trait caractéristique de cette espèce est l'absence complète d'ornements à la base; c'est par là qu'elle se distingue des autres espèces du calcaire grossier de Mons qui toutes ont des lignes concentriques. C'est également ce caractère qui la distingue du *T. mitratus*, Desh. (1824, II, p. 233, pl. XXVII, var., fig. 6, 7, 8 et 1864, II, p. 948), outre que celle-ci est proportionnellement moins large à la base.

Fig. 6*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie quatre fois.
— 6*b*, vue par-dessus.
— 6*c*, grandeur naturelle.

TROCHUS SIMPLICILINEATUS, *nov. sp.*

Pl. XXI, fig. 8*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0095 —	76
	Largeur —	0,0125 —	100
	Hauteur du dernier tour.	0,004 —	32
	Angle apical		80°

Coquille assez petite, conique, déprimée, plus large que longue, à tours presque plats, s'enroulant régulièrement; une carène très forte et saillante limite l'extérieur de la base et reçoit le retour de la spire; ces tours sont ornés de nombreux filets longitudinaux simples, assez serrés, irréguliers, une légère dépression postérieure à la carène indique la suture qui, sans cela, serait assez peu visible; base presque plate, également recouverte de filets longitudinaux mais moins saillants et d'autant moins espacés que l'on se rapproche du centre; ouverture quadrangulaire, fortement aiguë à l'angle extérieur; columelle courte, un peu oblique, portant un pli spiral dessinant un canal à sa partie antérieure.

Remarques. — Cette espèce, voisine du *T. basilævigatus* (p. 46), s'en distingue par ses ornements longitudinaux simples au lieu d'être granuleux. Elle rappelle un peu le *T. subcarinatus*, Lamk. (*Ann. du Mus.*, t. IV), que Deshayes, dans son dernier ouvrage, réunit à d'autres espèces précédemment distinguées (1864, *Anim. sans vert.*, II, p. 955). C'est une espèce

du niveau des sables de Fontainebleau qui est, dans toutes ses variétés, beaucoup moins déprimée que celle de Mons.

FIG. 5*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie deux fois et demie.
— 5*b*, vue par-dessus, grossie deux fois et demie.
— 5*c*, grandeur naturelle.

TROCHUS LEFEVREI, *nov. sp.*

Pl. XXI, fig. 7*a*, *b*, *c*.

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille	0,0105 —	100
	Largeur —	0,0105 —	100
	Hauteur du dernier tour	0,003 —	29
	Angle apical		65°

Coquille assez petite, conique, aussi large que longue, composée de huit tours plats, enroulés sous un angle régulier vers le sommet, un peu convexe aux derniers tours; base presque plate ayant à la circonférence une carène très aiguë simple ou dentelée, restant un peu saillant au retour de la spire et indiquant parfaitement la suture; des filets minces, onduleux, irréguliers et de grosseur très variable, au nombre de dix environ, ornent l'extérieur des tours; des filets semblables mais beaucoup plus serrés ornent la base, plus visibles vers la circonférence et vers le centre; ouverture large, quadrangulaire, plus aiguë aux angles intérieur et extérieur; columelle oblique, s'épaississant à la base et portant un pli spiral laissant entre le bord et lui comme un étroit canal.

Remarques. — Cette espèce est très rare. Elle se rapproche quelque peu du *T. sulcatus*, Lamk. (*Ann. du Mus.*, IV, p. 49, et VII, pl. XV, fig. 6), et Desh. (1824, II, p. 236, pl. XXIX, fig. 1-4 et 1864, p. 935), espèce du calcaire grossier, qui est plus conique, n'a pas de pli à la columelle et dont la carène de la circonférence de la base est plus obtuse.

Nous dédions cette espèce à M. Th. Lefèvre, secrétaire de la Société malacologique de Belgique.

FIG. 7*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie deux fois.
— 7*b*, vue par-dessus, grossie deux fois.
— 7*c*, grandeur naturelle.

Trochus carinadentatus, *nov. sp.*

Pl. XXI, fig. 8*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0075 —	86
	Largeur —	0,0085 —	100
	Hauteur du dernier tour	0,003 —	40
	Angle apical postérieur		78°
	— aux derniers tours		55°

Coquille assez petite, conique, un peu plus large que longue, composée de sept tours plats s'enroulant d'abord sous un angle assez aigu en une spire pointue, puis s'élargissant assez fort pour diminuer de nouveau de manière à produire un renflement assez marquée vers le milieu de la spire; base presque plate, terminée extérieurement par une carène très saillante, aiguë, dentelée surtout vers la partie moyenne de la spire et indiquant très bien la suture; extérieur des tours orné de six filets sensiblement égaux, assez réguliers, simples si ce n'est le postérieur qui est plus fort, dentelé, et séparé de la carène du tour précédent par un sillon plus large et plus profond; base sillonnée concentriquement principalement vers le bord extérieur et vers le centre; ouverture plus large que haute, quadrangulaire, aiguë aux angles extérieur et intérieur; columelle courte, oblique, portant un pli spiral à la partie antérieure.

Remarques. — Cette espèce rappelle, par sa forme générale, le *T. Lefevrei* (p. 48), mais s'en distingue principalement par la carène fortement dentelée.

Fig. 8*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie trois fois.
— 8*b*, vue par-dessus.
— 8*c*, grandeur naturelle.

Trochus dentulifer, *nov. sp.*

Pl. XXI, fig. 9*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0055 —	73
	Largeur —	0.0075 —	100
	Hauteur du dernier tour	0,0025 —	33
	Angle apical		80°

Coquille assez petite, conique, déprimée, plus large que longue, composée de six à sept tours légèrement creusés, s'enroulant d'abord sous un angle régulier, mais s'évasant très

fort au dernier tour, pourvus d'une carène très aiguë, saillante en dentelures à l'extérieur et indiquant très bien la suture; des filets longitudinaux ornent la partie extérieure des tours, très serrés près de la carène, plus rares vers la partie postérieure, les deux plus forts vers le milieu du tour, également dentelés; base large, presque plate, montrant des stries concentriques très fines et quelques stries d'accroissement vers le centre; ouverture très large, quadrangulaire, fortement anguleuse à la partie extérieure; columelle courte, oblique, avec un pli spiral laissant un petit canal entre le bord antérieur et lui.

Remarques. — Cette espèce, assez rare, se distingue du *T. carinadentatus* (p. 49) par sa forme beaucoup plus déprimée et les deux filets dentelés du milieu des tours. Nos spécimens les mieux conservés présentent ces caractères qui ne peuvent, par conséquent, être considérés comme accidentels ou caractérisant une simple variété.

Fig. 9*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie quatre fois.
— 9*b*, vue par-dessus, grossie quatre fois.
— 9*c*, grandeur naturelle.

Genre DELPHINULA, Lamk., 1804.

Car. gén. — Coquille sub-discoïde ou conique, à tours peu nombreux, souvent peu adhérents, le dernier quelquefois libre; ombilic large et profond; ouverture ronde; péristome continu, évasé ou épaissi au bourrelet.

Remarques. — Nous n'avons pas à nous préoccuper des *Dauphinules* à bourrelet, puisque le calcaire de Mons ne nous en offre pas, soit que le bourrelet n'ait réellement pas existé, soit qu'il n'ait pas été conservé sur nos coquilles trop souvent incomplètes. Ce caractère, peu important aux yeux de Deshayes, le devient aux yeux des autres auteurs. Les espèces à bourrelet étant rangées dans le genre *Liotia,* le nom de *Delphinula* est réservé à celles qui n'en ont pas.

Les autres coquilles, de mêmes formes, non nacrées et à ouverture plus ou moins déformée par le tour précédent, rentrent dans le genre *Cyclostrema;* celles dont le péristome est en même temps interrompu et sinueux en arrière constituent le genre *Adeorbis.*

Ce genre est apparu dès le Trias d'après la plupart des auteurs, et même

dès le Dévonien d'après Bronn. Plusieurs fois interrompu, il ne s'est réellement développé que pendant les temps tertiaires et semble être en décroissance dans les mers actuelles.

Delphinula Montensis, *nov. sp.*

Pl. XXIII, fig. 10*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0045 —	80
	Largeur —	0.0053 —	100
	Hauteur du dernier tour.	0,003 —	54
	Angle apical	105° à 115°	

Coquille petite, déprimée, composée de quatre ou cinq tours s'enroulant sous un angle légèrement obtus, séparés par des sutures peu profondes, ornés à la circonférence de la base d'une carène saillante sur laquelle se fait le retour de la spire et qui s'arrondit de plus en plus en approchant de l'ouverture; une seconde carène moins accusée se voit à quelque distance en avant, laissant entre les deux une surface plane ou légèrement creusée; l'extérieur des tours, droit près de la carène, s'arrondit au milieu et se creuse quelque peu le long de la suture postérieure; le tout est recouvert de filets longitudinaux assez réguliers, bien marqués surtout à l'extérieur des tours; base légèrement cônique, ayant au centre un ombilic peu large mais très profond, limité par une carène très saillante, simple, dans le voisinage de laquelle les ornements longitudinaux s'élargissent un peu; ouverture élargie en avant, légèrement anguleuse à la partie postérieure, le bord droit mince, le bord gauche arrondi au milieu, se prolongeant sur le tour précédent en une mince callosité.

Remarques. — Cette espèce est la plus grande de toutes celles que nous avons découvertes dans le calcaire grossier de Mons, où elle est assez rare. Elle est légèrement nacrée à l'intérieur, et l'on y remarque des renflements circulaires indiquant comme des épaississements de bourrelets antérieurs, Elle a quelques rapports avec le *D. striata,* Lamk. (*Ann. du Museum,* t. VIII. pl. XXXVI, fig. 5 à 6), Desh. (1824, II, p. 207, pl. XXXIV, 34, fig. 8-11 et 19-20), que Deshayes ne fait pas descendre en dessous du calcaire grossier, mais dont nous possédons cependant des spécimens de Cuise-la-Motte. Les ornements longitudinaux de l'espèce du bassin de Paris sont beaucoup plus gros.

Fig. 10*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie cinq fois.
— 10*b*, vue par-dessus, grossie cinq fois.
— 10*c*. grandeur naturelle.

Delphinula bicarinata, *nov. sp.*

Pl. XXXIII, fig. 2*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0025 —	71
	Largeur —	0,0035 —	100
	Hauteur du dernier tour	0,002 —	57
	Angle apical	120° à 130°	

Coquille petite, discoïde, composée de quatre tours s'enroulant sous un angle assez convexe, séparés par des sutures bien marquées un peu onduleuses, portant deux carènes longitudinales limitant une bande convexe, la postérieure sur laquelle se fait le retour de la spire très saillante, aiguë, l'antérieure plus obtuse; de petits filets longitudinaux ornent la coquille sur la base, entre les deux carènes et à l'extérieur au voisinage de la carène postérieure où ils sont un peu plus forts, mais s'effaçent de plus en plus en approchant de la suture où il y a souvent une bande à peu près lisse; base peu saillante, ayant au centre un ombilic peu large mais très profond, limité par une carène aiguë portant des granules d'où partent quelques ondulations rayonnantes peu prolongées; ouverture arrondie, entière, avec une légère gouttière à l'angle postérieur.

Remarques. — Cette espèce conserve des traces de son ancienne coloration, et son intérieur est nacré. Constamment plus petite que le *D. Montensis* (p. 51), elle s'en distingue encore par sa forme plus déprimée et sa carène extérieure beaucoup plus saillante. Elle est plus commune dans le gisement de Mons.

Fig. 2*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie sept fois.
— 2*b*, vue par-dessus.
— 2*c*, grandeur naturelle.

Delphinula helicina, *nov. sp.*

Pl. XXIII, fig. 3*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0015 —	50
	Largeur —	0,003 —	100
	Angle apical		115°

Coquille petite, discoïde, composée de trois ou quatre tours légèrement arrondis à l'extérieur, séparés par des sutures linéaires bien marquées; base conique, surbaissée,

limitée extérieurement par une carène très saillante, aiguë, sur laquelle se fait le retour de la spire, ayant au centre un ombilic large et profond, nettement limité par une carène intérieure simple et sans crénelures; des stries obliques et ondulées, indiquant une ouverture également oblique et affectant une certaine régularité, recouvrent toute la surface de la coquille; ouverture arrondie à intérieur nacré.

Remarques. — Bien qu'incomplète du côté de l'ouverture, on peut dire que cette espèce est fort bien conservée; on distingue même, principalement du côté de la spire, des traces de coloration consistant en de larges bandes brunes tranverses aux tours.

Sa forme plus déprimée et son unique carène à l'extérieur des tours la distinguent du *D. bicarinata* (p. 52). Quand aux espèces du bassin de Paris, aucune des *Dauphinules* de Deshayes ne peut lui être comparée. L'espèce qui paraît s'en approcher le plus appartient à un autre genre: c'est l'*Adeorbis levigata,* Desh. (1862, II, p. 433), dont cet auteur avait fait d'abord le *Turbo levigatus* (1837, II, p. 257, pl. XXXIII, fig. 13-15). L'illustre paléontologiste a probablement eu de bonnes raisons pour en agir ainsi. Dans tous les cas, cette espèce est beaucoup moins déprimée, et elle a la carène moins aiguë.

Fig. *3a*, vue du côté de l'ouverture, grossie sept fois
— *3b*, vue du côté de l'ombilic, grossie sept fois.
— *3c*, vue du côté de la spire, grossie sept fois.
— *3d*, grandeur naturelle.

Delphinula crenulata, *nov. sp.*

Pl. XXIII, fig. *5a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille.	0,00325	— 81
	Largeur —	0,004	— 100
	Hauteur du dernier tour	0,002	— 50
	Angle apical		125°

Coquille petite, déprimée, discoïde, composée de quatre tours arrondis, s'enroulant sous un angle régulier en une spire obtuse, le dernier quelque peu rentrant, séparés par des sutures profondes, à surface lisse ou montrant seulement de fines stries longitudinales et des stries de croissance transverses plus marquées; base arrondie ayant au centre un

ombilic très large et très profond, limité par une carène saillante portant des crénelures d'où partent des sillons rayonnants se prolongeant très peu sur la base mais descendant dans l'ombilic jusqu'au tour précédent; ouverture ronde, oblique, un peu sinueuse à la partie postérieure, à péristome simple et continu.

Remarques. — Cette coquille conserve des traces vagues de coloration. Elle est abondante dans le calcaire grossier de Mons. Les ornements longitudinaux sont parfois tellement ténus qu'il est difficile de les apercevoir même à l'aide d'une forte loupe, et cela sur des coquilles parfaitement conservées. Elle se rapproche du *D. marginata*, Lamk. (*Ann. du Museum*, t. VIII, pl. XXXVI, fig. 6 *a*, *b*); et Desh. (1824, II, p. 208, pl. XVIII, fig. 17-20, et 1864, II, p. 943), qui, dans le bassin de Paris, se rencontre dans les sables inférieurs, le calcaire grossier, et les sables moyens; l'ombilic est beaucoup plus évasé chez l'espèce de Mons, et les crénelures de la carène ombilicale sont moins brusquement limitées.

Fig 5*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie sept fois.
— 5*b*, vue par-dessus, grossie sept fois.
— 5*c*, grandeur naturelle.

Delphinula funicularis, *nov. sp.*

Pl. XXIII, fig. 6*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0025 —	72
	Largeur —	0,0035 —	100
	Hauteur du dernier tour.	0,002 —	57
	Angle apical		120°

Coquille petite, plus large que longue, composée de trois tours s'enroulant régulièrement, séparés par des sutures profondes bien marquées, ayant une carène à la partie postéro-extérieure limitant une bande plane s'étendant jusqu'à la suture, ornés de filets minces et serrés, longitudinaux, recoupés près de la suture par quelques sillons rayonnants; le reste du tour, en avant de cette carène, est arrondi et orné de filets longitudinaux plus minces et plus serrés jusqu'à une carène périombilicale fort saillante et ornée de crénelures très fortes se prolongeant en rayonnant jusque vers le milieu de la base et pénétrant dans l'intérieur de l'ombilic jusqu'au tour précédent; ouverture arrondie, un peu anguleuse à la partie postérieure; bord tranchant, une légère expansion du bord gauche se prolonge en un finicule crénelé dans l'intérieur de l'ombilic.

Remarques. — Cette coquille, par les plis transverses de la carène

antérieure, se rapproche de *D. crenulata* (p. 54), mais elle s'en distingue facilement par son ombilic plus grand et plus évasé, par sa carène postérieure et ses ornements longitudinaux.

Fig. 6*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie sept fois.
— 6*b*, vue par-dessus, grossie sept fois.
— 6*c*, grandeur naturelle.

Delphinula inornata, *nov. sp.*

Pl. XXIII, fig. 4*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,002 — 100
	Largeur —	0,002 — 100
	Hauteur du dernier tour.	0,001 — 50
	Angle apical	70° à 75°

Coquille petite, composée de quatre tours parfaitement ronds, s'enroulant régulièrement en une spire un peu obtuse, se touchant en une seule ligne de tangence, et produisant ainsi une suture très profonde; ces tours sont lisses et brillants, dépourvus d'ornements à l'extérieur et du côté de la base, mais légèrement plissés et granuleux à la circonférence de l'ombilic; celui-ci est petit, à bords évasés; ouverture entièrement ronde, à péristome mince et continu.

Remarques. — Cette espèce, assez commune dans le calcaire grossier de Mons, se distingue très bien des deux précédentes par sa surface presque entièrement lisse et par l'absence de toute carène limitant l'ombilic; seulement la ligne de granulations qui remplace la carène la rattache par cela même à ces deux espèces. C'est ce qui nous a décidés à ne pas admettre pour cette coquille le genre *Collonia,* Gray, lequel du reste n'est qu'une subdivision des *Dauphinules.*

Pour trouver des comparaisons à faire dans le bassin de Paris, et en ne considérant que la forme extérieure, nous devrions recourir à un autre genre (*Valvata,* voy. Desh., 1862, *Anim. sans vert.,* II, p. 524-527) auquel notre coquille n'appartient positivement pas.

Fig. 4*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie dix fois.
— 4*b*, vue par-dessus, grossie dix fois.
— 4*c*, grandeur naturelle.

Delphinula globosa, *nov. sp.*

Pl. XXIII, fig. 7*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille.	0,0025 —	83
	Largeur —	0,003 —	100
	Hauteur du dernier tour	0,002 —	62
	Angle apical		90°

Coquille petite, globuleuse, composée de trois tours s'enroulant sous un angle un peu convexe, arrondis, ayant à la circonférence de la base un léger applatissement sur lequel se fait le retour de la spire, ornés de légers filets longitudinaux bien marqués aux premiers tours, mais disparaissant presque complètement vers l'ouverture, recoupés de légères stries d'accroissement affectant au premier tour une forme légèrement costulée; base assez plane, un peu arrondie jusqu'à une carène très forte, simple, qui limite un ombilic profond; ouverture arrondie, modifiée par le retour de la spire, un peu anguleuse en arrière, à bords minces; bord collumellaire un peu renflé au milieu empiétant légèrement sur l'ombilic et le rendant semi-lunaire.

Remarques. — Cette espèce est très abondante dans le calcaire grossier de Mons. Quelques coquilles ont conservé des traces de coloration. Elle se distingue des *D. funicularis* (p. 54) et *crenulata* (p. 55), principalement par l'absence de crénelures à la carène de l'ombilic.

Fig. 7*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie huit fois.
— 7*b*, vue par dessus, grossie huit fois.
— 7*c*, grandeur naturelle.

Delphinula multilineata, *nov. sp.*

Pl. XXIII, fig. 8*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille.	0,00675 —	96
	Largeur —	0,007 —	100
	Hauteur du dernier tour	0,004 —	57
	Angle apical		90°

Coquille assez petite, presque aussi longue que large, composée de quatre à cinq tours saillants enroulés sous un angle régulier, le dernier très dilaté, séparés par des sutures profondes, portant extérieurement trois carènes, l'antérieure et la postérieure bien mar-

quées, la troisième entre les deux, mais un peu plus rapprochée de la postérieure et ne se montrant bien qu'au dernier tour; le retour de la spire se fait sur la carène antérieure; les ornements consistent en de nombreux filets longitudinaux assez forts, assez espacés et séparés par des sillons striés en arrière de la carène postérieure, plus petits et plus serrés partout ailleurs et surtout sur la base où ils se prolongent jusqu'à l'ombilic; base légèrement arrondie, avec un ombilic étroit et profond, bordé par un sillon assez large longeant la carène périombilicale; ouverture arrondie, légèrement anguleuse; bord mince et légèrement évasé à la partie antérieure.

Remarques. — Cette espèce se rapproche beaucoup du *Delphinula turbinoïdes*, Lamk. (*Ann. du Museum*, IV, p. 110, et VIII, pl. XXXVI, fig. 2-6); Desh. (1824, II, p. 207, pl. XXXIV, fig. 15-19, et 1857, II, p. 934), espèce du calcaire grossier et surtout des sables moyens, par ses ornements longitudinaux et ses carènes, lesquelles cependant sont moins accusées. La coquille de Mons est beaucoup plus déprimée.

Fig. 8*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie trois fois.
— 8*b*, vue par-dessus.
— 8*c*, grandeur naturelle.

Delphinula spinosa, *nov. sp.*

Pl. XXIII, fig. 9*a*, *b*, *c*, *d*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,00075	— 100
	Largeur —	0,002	— 37

Coquille fort petite, déprimée, discoïde, à spire plane, composée de trois tours s'élargissant assez rapidement, séparés par des sutures presque linéaires du côté de la spire, profondes dans l'ombilic, ornée partout de stries d'accroissement obliques; base limitée extérieurement par une carène très forte et très aiguë, portant des épines longues et aplaties au nombre de onze pour la partie du dernier tour restée libre, très petites d'abord mais grandissant considérablement jusqu'à l'ouverture; ombilic large et évasé laissant voir tous les tours de la spire, limité par une autre carène assez forte; le restant de la base arrondi jusqu'à la carène épineuse; ouverture oblique, arrondie à l'intérieur, à bords assez épais.

Remarques. — Cette espèce est très rare dans le calcaire grossier de Mons.

Delphinula globosa, *nov. sp.*

Pl. XXIII, fig. 7*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille.	0,0025 —	83
	Largeur —	0,003 —	100
	Hauteur du dernier tour	0,002 —	62
	Angle apical		90°

Coquille petite, globuleuse, composée de trois tours s'enroulant sous un angle un peu convexe, arrondis, ayant à la circonférence de la base un léger applatissement sur lequel se fait le retour de la spire, ornés de légers filets longitudinaux bien marqués aux premiers tours, mais disparaissant presque complètement vers l'ouverture, recoupés de légères stries d'accroissement affectant au premier tour une forme légèrement costulée; base assez plane, un peu arrondie jusqu'à une carène très forte, simple, qui limite un ombilic profond; ouverture arrondie, modifiée par le retour de la spire, un peu anguleuse en arrière, à bords minces; bord collumellaire un peu renflé au milieu empiétant légèrement sur l'ombilic et le rendant semi-lunaire.

Remarques. — Cette espèce est très abondante dans le calcaire grossier de Mons. Quelques coquilles ont conservé des traces de coloration. Elle se distingue des *D. funicularis* (p. 54) et *crenulata* (p. 55), principalement par l'absence de crénelures à la carène de l'ombilic.

Fig. 7*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie huit fois.
— 7*b*, vue par dessus, grossie huit fois.
— 7*c*, grandeur naturelle.

Delphinula multilineata, *nov. sp.*

Pl. XXIII, fig. 8*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille.	0,00675 —	96
	Largeur —	0,007 —	100
	Hauteur du dernier tour	0,004 —	57
	Angle apical		90°

Coquille assez petite, presque aussi longue que large, composée de quatre à cinq tours saillants enroulés sous un angle régulier, le dernier très dilaté, séparés par des sutures profondes, portant extérieurement trois carènes, l'antérieure et la postérieure bien mar-

quées, la troisième entre les deux, mais un peu plus rapprochée de la postérieure et ne se montrant bien qu'au dernier tour; le retour de la spire se fait sur la carène antérieure; les ornements consistent en de nombreux filets longitudinaux assez forts, assez espacés et séparés par des sillons striés en arrière de la carène postérieure, plus petits et plus serrés partout ailleurs et surtout sur la base où ils se prolongent jusqu'à l'ombilic; base légèrement arrondie, avec un ombilic étroit et profond, bordé par un sillon assez large longeant la carène périombilicale; ouverture arrondie, légèrement anguleuse; bord mince et légèrement évasé à la partie antérieure.

Remarques. — Cette espèce se rapproche beaucoup du *Delphinula turbinoïdes,* Lamk. (*Ann. du Museum,* IV, p. 110, et VIII, pl. XXXVI, fig. 2-6); Desh. (1824, II, p. 207, pl. XXXIV, fig. 15-19, et 1857, II, p. 934), espèce du calcaire grossier et surtout des sables moyens, par ses ornements longitudinaux et ses carènes, lesquelles cependant sont moins accusées. La coquille de Mons est beaucoup plus déprimée.

Fig. 8*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie trois fois.
— 8*b*, vue par-dessus.
— 8*c*, grandeur naturelle.

Delphinula spinosa, *nov. sp.*

Pl. XXIII, fig. 9*a*, *b*, *c*, *d*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	. . . .	0,00075 —	100
	Largeur —	. . . .	0,002 —	37

Coquille fort petite, déprimée, discoïde, à spire plane, composée de trois tours s'élargissant assez rapidement, séparés par des sutures presque linéaires du côté de la spire, profondes dans l'ombilic, ornée partout de stries d'accroissement obliques; base limitée extérieurement par une carène très forte et très aiguë, portant des épines longues et aplaties au nombre de onze pour la partie du dernier tour restée libre, très petites d'abord mais grandissant considérablement jusqu'à l'ouverture; ombilic large et évasé laissant voir tous les tours de la spire, limité par une autre carène assez forte; le restant de la base arrondi jusqu'à la carène épineuse; ouverture oblique, arrondie à l'intérieur, à bords assez épais.

Remarques. — Cette espèce est très rare dans le calcaire grossier de Mons.

Il y a quelques *Dauphinules* qui ont, comme celle-ci, une carène épineuse à la circonférence de la base. Deshayes en a donné deux dans son premier ouvrage, le *D. Regleyana,* Desh. (II, p. 202, pl. XXIII, fig. 7, 8, et 1864, II, p. 932) et *D. calcar,* Lamk. (Desh., II, p. 202, pl. XXIII, fig. 11, 12; et 1857, p. 932), toutes deux du calcaire grossier. Elles sont de beaucoup plus grande taille que l'espèce de Mons. Nous remarquons que les trois espèces ont les premiers tours, formant la coquille embryonnaire, non épineux. Dans la coquille de Mons, les premiers tours sont un peu enfoncés à la suture, c'est-à-dire que le tour antérieur déborde le tour précédent, tandis que plus tard c'est le contraire qui a lieu, le dernier tour se retirant un peu de la suture. Aucune épine ne se montre avant ce dernier tour, contrairement à ce qui se passe chez les espèces du bassin de Paris. Nous pouvons peut-être en conclure que notre coquille n'est que le jeune âge de l'espèce. Nous n'en possédons, malheureusement, qu'un seul spécimen, et encore est-il un peu fruste, les épines qui, probablement étaient pointues, n'ont pas conservé leur forme primitive.

FIG. 9*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie dix fois.
— 9*b*, vue du côté de l'ombilic, grossie dix fois.
— 9*c*, vue du côté de la spire, grossie dix fois.
— 9*d*, grandeur naturelle.

Genre **ANGARINA,** Bayle, 1878.

SYNONYMIE : **Delphinulopsis**, Wright, 1878.

Car. gén. — Coquille sénestre, nacrée, ombiliquée, déprimée, orbiculaire; spire aplatie ou rentrante; tours arrondis, à côtes longitudinales et épineuses surtout à la circonférence de la base où les épines sont très fortes; péristome simple.

Remarques. — M. Bryce M. Wright proposa le genre *Delphinulopsis* en 1878 pour une coquille sénestre des mers du Japon qu'il supposait ne pas avoir atteint l'âge adulte. La même année, et dans la même publication (p. 325), M. Bayle fit observer que M. Laube, en 1870, avait déjà proposé le même nom pour une espèce appartenant également à la même

famille des *Delphinulidæ* et proposa de le remplacer, pour éviter toute confusion, par celui d'*Angarina*.

M. Wright ajoutait, à la description de l'espèce japonaise, qu'il connaissait une coquille fossile de Sumatra inédite et appartenant à la collection du British Museum, laquelle lui paraissait se rapporter à son nouveau genre; seulement elle n'est pas sénestre, de sorte que ce caractère ne serait pas absolument nécessaire.

M. Wright ne nous dit pas à quel étage géologique appartient la coquille de Sumatra. Il est probable que c'est à une assise tertiaire supérieure. Dans ce cas, l'espèce du calcaire grossier de Mons constituerait la plus ancienne du genre.

ANGARINA SPINOSA, *nov. sp.*

Pl. XXIII, fig. 14*a*, *b*, *c*.

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille	0,001	— 40
	Largeur —	0,0025	— 100
	Hauteur du dernier tour	0,001	— 40

Coquille petite, fragile, discoïde, sénestre, concave des deux côtés, à tours peu nombreux, sub-quadrangulaires, ornés de sept rangées d'épines, deux sur la base, les trois plus fortes à l'extérieur des tours, et deux au côté postérieur, la rangée de l'angle antéro-extérieur acquérant surtout des dimensions remarquables; des stries de croissance courbes relient toutes ces épines; base plane; ombilic très ouvert; ouverture ronde à péristome continu, simple.

Remarques. — Cette coquille, dont nous ne possédons qu'un spécimen malheureusement incomplet, est très remarquable. A en juger par ses stries de croissance, fort peu distinctes du reste, elle aurait à peu près le même mode d'accroissement que les *Bifrontia;* mais c'est le seul rapprochement possible entre les deux genres. Nous ne connaissons aucune coquille du bassin de Paris qui puisse lui être comparée.

FIG. 14*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie dix fois.
— 14*b*, vue du côté de l'ombilic, grossie dix fois.
— 14*c*, grandeur naturelle.

Genre **TEINOSTOMA**, H. et A. Adams, 1853.

Car. gén. — Coquille orbiculaire, polie, non nacrée, à spire courte et à tours peu nombreux; région ombilicale recouverte d'une large callosité; ouverture circulaire, oblique, à péristome simple ou doublé au bord gauche, quelquefois prolongé.

Remarques. — Les coquilles de ce genre ne sont pas nacrées, c'est ce qui les distingue de celles appartenant au genre *Umbonium,* Link., 1807 (*Rotella,* Lk., 1810), avec lesquelles elles ont de commun l'encroûtement calleux de l'ombilic.

Deshayes en cite quatorze espèces du bassin de Paris, depuis les sables inférieurs jusqu'aux sables de Fontainebleau, fort abondantes surtout dans le calcaire grossier. L'espèce du calcaire grossier de Mons paraît être, jusqu'à présent, la plus ancienne du genre. Signalons cependant le genre *Helicocryptus,* d'Orb., 1847, des terrains jurassiques et crétacés, qui, d'après M. Fischer, se rapprocherait des *Teinostoma.* Peut-être le genre *Lewisiella,* Stoliezka, 1868, des terrains jurassiques, s'en rapproche-t-il d'avantage encore.

Teinostoma bilabrata, *nov. sp.*

Pl. XXIII. fig. 11*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,003 —	75
	Largeur —	0,004 —	100
	Hauteur du dernier tour	0,002 —	50
	Angle apical		110°

Petite coquille déprimée, solide, lisse, brillante, composée de quatre tours s'enroulant régulièrement jusqu'à la moitié du dernier qui est un peu en retraite, séparés par des sutures peu profondes mais bien marquées, peu arrondis à la partie postérieure, mais saillants et vaguement carénés à la circonférence de la base où se fait le retour de la spire; base convexe, marquée vers le centre d'une légère dépression indiquant la place de l'ombilic rempli par une callosité; ouverture ronde, très oblique, à péristome double vers la columelle, simple au-delà, s'épaisissant fortement à l'intérieur.

Remarques. — Cette espèce est assez abondante dans le calcaire grossier

de Mons. L'espèce de Deshayes qui paraît se rapprocher le plus de la nôtre est le *T. elegans* (1864, II, p. 922, pl. LXIII, fig. 16-20) du calcaire grossier. Les proportions sont sensiblement différentes ainsi que les ornements et le bord n'est pas doublé, particularité curieuse qu'on ne rencontre dans aucune espèce du bassin de Paris.

Fig. 11*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie cinq fois.
— 11*b*, vue par-dessus, grossie cinq fois.
— 11*c*, grandeur naturelle.
— 11*d*, variété plus déprimée.

Genre **LEUCORHYNCHIA,** Crosse, 1867.

Car. gén. — Coquille orbiculaire, polie, non nacrée, à spire courte et tours peu nombreux, ombiliquée; ouverture arrondie à péristome simple et continu; bord basal et bord columellaire donnant naissance à une forte protubérance calleuse se prolongeant au-dessus de la région ombilicale sans la toucher.

Remarques. — M. Crosse a créé ce genre pour une coquille vivante très curieuse de la Nouvelle-Calédonie (*L. Caledonia,* J. de Conch., 1877, XV, p. 320, pl. XI, fig. 4). Il est étonnant que l'habile paléontologiste n'ait pas rapporté à son nouveau genre la coquille décrite par Deshayes sous le nom de *Delphinula callifera.* L'espèce du calcaire grossier de Mons lui appartient d'une manière aussi inconstestable; elle se trouve ainsi la plus ancienne du genre. Signalons cependant le genre *Pienomphalus,* Lindström, 1884, du terrain silurien, qu'il est impossible, dit M. Fischer, de distinguer actuellement du genre *Leucorhynchia,* parce que sa couche nacrée n'est pas connue.

Leucorhynchia nitida, *nov. sp.*

Pl. XXII, fig. 11*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0015	—	75
	Largeur —	0,002	—	100
	Hauteur du dernier tour.	0,001	—	50
	Angle apical			120°

Très petite coquille déprimée, lisse et brillante, composée de trois tours arrondis séparés par des sutures bien marquées, sans ornements, s'enroulant régulièrement jusqu'à

la dernière moitié du dernier tour qui prend plus de développement pour se contracter ensuite jusqu'à l'ouverture; celle-ci est relativement assez petite, oblique, arrondie, à bords assez épais, touchant à peine le tour précédent; base ayant au centre un ombilic profond, recouvert en grande partie par une expansion du bord intérieur en forme de lèvre arrondie un peu en arrière de l'ouverture.

Remarques. — Deshayes décrit dans son premier ouvrage une petite coquille du calcaire grossier, mais que l'on rencontre aussi, quoique beaucoup plus rarement, dans les sables inférieurs et dans les sables moyens et qui a la plus grande analogie avec la nôtre; c'est la *Delphinula callifera* (1824, II, p. 210, pl. XXV, fig. 16-18). Dans son second ouvrage, il éprouve quelque hésitation à lui conserver son ancien genre (1864, II, p. 938) et ce n'est que parce que l'ombilic reste toujours ouvert, dit-il, qu'il maintient sa première détermination. Cette manière d'être de l'ombilic caractérise le genre nouveau de M. Crosse, auquel appartiennent évidemment la coquille de Deshayes et celle que nous décrivons actuellement. Malgré leur grande ressemblance, nous ne pouvons identifier les deux espèces, la coquille de Mons n'atteignant guère que la moitié de la taille de l'espèce du bassin de Paris.

Fig. 11*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie onze fois.
— 11*b*, vue du côté de l'ombilic, grossie onze fois.
— 11*c*, grandeur naturelle.

Genre **ADEORBIS**, G. Wood, 1842.

Car. gén. — Coquille non nacrée, orbiculaire, déprimée, à tours peu nombreux, saillants ou anguleux à l'extérieur; ombilic large et profond; ouverture arrondie ou ovale, fortement inclinée et sinueuse en arrière, déformée par le tour précédent; péristome simple, non continu.

Remarques. — Il est presque impossible, dit M. Fischer, de saisir la limite entre les *Cyclostrema* et les *Adeorbis* (Journ. de Conch., 1857, p. 170). Le genre *Skenea,* de son côté, ne s'en distingue que par l'animal, c'est-à-dire qu'au point de vue paléontologique cette coupe devient inutile.

Deshayes confond cependant le genre *Adeorbis* avec le genre *Skenea,*

que des particularités anatomiques semble plutôt rapprocher du groupe des *Rissoa*. C'est ce qu'ont compris les autres auteurs qui distinguent les deux genres et continuent à maintenir les *Adeorbis* dans le voisinage des *Delphinula*.

Ce genre n'est, jusqu'à présent, indiqué d'une manière bien certaine que dans les terrains tertiaires. Deshayes fait cependant remarquer que parmi les *Trochus* donnés par d'Orbigny dans la *Paléontologie française, terrains crétacés*, il se trouve des formes qui se rapprochent beaucoup des *Adeorbis*. D'Orbigny, du reste, n'admettait pas ce genre.

Adeorbis similis, Desh.

Pl. XX, fig. 14*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,00125 —	50
	Largeur —	0,0025 —	100
	Hauteur de l'ouverture	0,001 —	40

Synonymie : Adeorbis similis, Desh., 1862, *Anim. sans vert.*, II, p. 438, pl. XXIX, fig. 26-29.
— — Watelet, 1870, *Cat. des moll. des sables inf.*, p. 8.

Coquille petite, très déprimée, discoïde, composée de quatre tours arrondis s'enroulant régulièrement en une spire peu saillante, séparés par des sutures profondes et bien marquées, ornés à l'intérieur et sur la base de filets très fins, longitudinaux, assez réguliers, simples; base ayant un ombilic large et profond, évasé, où les filets longitudinaux s'atténuent beaucoup et disparaissent même parfois, et d'où rayonnent obliquement quelques rares stries de croissance; ouverture très oblique.

Remarques. — Cette coquille est assez rare dans le calcaire grossier de Mons. Malgré l'état incomplet de nos spécimens, ce que nous en disons suffit amplement pour la caractériser. Nous la rapportons à l'*A. similis*, Desh., des sables inférieurs, bien que cette dernière se montre généralement de plus grande taille dans le bassin de Paris. Les ornements sont identiquement les mêmes et les dimensions proportionnelles paraissent différer d'une façon peu sensible.

Fig. 14*a*, vue du côté de l'ombilic, grossie dix fois.
— 14*b*, vue du côté de l'ouverture, grossie dix fois.
— 14*c*, grandeur naturelle.

Adeorbis simplex, *nov. sp.*

Pl. XX, fig. 15*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,002	— 50
	Largeur —	0,004	— 100
	Hauteur de l'ouverture	0,0015	— 28
	Angle apical		145°

Coquille assez petite, brillante, déprimée, discoïde, composée de quatre tours s'enroulant régulièrement en une spire presque plane, séparés par des sutures profondes dans l'ombilic, plus superficielles quoique bien marquées sur la spire; ces tours sont arrondis avec une légère dépression longitudinale longeant la suture à la partie postérieure, ornés de stries de croissance très fines, obliques; ombilic large et profond laissant voir tous les tours de la spire; ouverture arrondie, oblique, un peu sinueuse à l'angle postérieur, peu déformée par le tour précédent, à péristome continu, tranchant, mais épaissi assez brusquement à l'intérieur.

Remarques. — Cette espèce est assez rare dans le calcaire grossier de Mons. Nous possédons un spécimen plus aplati que la coquille-type, concave du côté de la spire et du côté de l'ombilic, et qui pourrait peut-être constituer une espèce nouvelle. Notre coquille est voisine de l'*A. nitida*, Desh. (1862, II, p. 436, pl. XXIX, fig. 1-4), des sables inférieurs; mais cette dernière est moins déprimée et porte, à la circonférence de la base, deux carènes très rapprochées qui manquent à l'espèce de Mons.

Fig. 15*a*, vue du côté de l'ombilic, grossie six fois.
— 15*b*, vue du côté de l'ouverture, grossie six fois.
— 15*c*, grandeur naturelle.

Adeorbis radiata, *nov. sp.*

Pl. XXIII, fig, 1*a*, *b*, *c*, *d*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0015	— 43
	Largeur —	0,0035	— 100
	Hauteur du dernier tour	0,00325	— 93

Petite coquille discoïde, très déprimée, nacrée, composée de trois tours d'un accroissement régulier, réunis du côté de la spire par des sutures saillantes et du côté de l'ombilic

par des sutures profondes ; ornements très complexes : sur la base, ce sont des sillons rayonnants, inclinés légèrement en avant, très finement striés longitudinalement, séparés par des côtes lisses, partant d'une carène limitant l'ombilic et s'arrêtant brusquement à la circonférence de la base ; au delà ils sont remplacés par des filets longitudinaux recoupés de filets transversés et formant un treillis très serré, lequel se prolonge sur tout l'extérieur des tours jusqu'à une vague carène sur laquelle se fait le retour de la spire et où recommencent, à peu près symétriquement, les mêmes ornements rayonnants que sur la base ; ombilic large, laissant voir tous les tours; ouverture arrondie à bords évasés et irréguliers, avec une petite gouttière à l'angle postérieur et deux sinus aux deux carènes de la base, celui de la carène limitant l'ombilic plus prononcé.

Remarques. — Cette espèce est très rare; l'unique spécimen que nous possédons et que nous avons dessiné est très complet. Les ornements rayonnants, si remarquables et si réguliers, s'atténuent beaucoup en approchant de l'ouverture, s'irrégularisent et deviennent plus serrés. Quant aux stries longitudinales de l'extérieur des tours, elles sont tellement fines et serrées qu'elles n'ont pu être figurées.

Deshayes décrit une petite coquille semblable à celle-ci, comme taille et comme ornements, dont il fait le *Turbo rotatorius* (sables inférieurs d'Hérouval) avec hésitation cependant et la disant très voisine des *Teinostoma* (II, p. 899, pl. LXI, fig. 18-21). La nôtre est beaucoup plus plate et l'ombilic est plus large.

M. Munier-Chalmas connait une seconde espèce des sables d'Hérouval qui deviendra le type d'un nouveau genre (*Adeorbella*) que cet habile paléontologiste se propose de créer et qui réunira trois espèces, celle de Deshayes qui ne peut pas rester dans le genre *Turbo,* la nôtre et la nouvelle espèce d'Hérouval. Ce genre se caractériserait, entre autres, par le sinus de la base beaucoup plus saillant dans l'espèce inédite que dans celles qui sont connues.

Fig. 1*a*, vue du côté de l'ombilic, grossie huit fois.
— 1*b*, vue du côté de la spire, grossie huit fois.
— 1*c*, vue du côté de l'ouverture, grossie huit fois.
— 1*d*, grandeur naturelle.

Genre **FISSURELLA**, Brugnière, 1789.

Car. gén. — Coquille ovale, conique, non spirale, plus ou moins déprimée, à ornements extérieurs rayonnés, concentriques ou cancellés; sommet plus rapproché du bord antérieur, perforé en avant; intérieur lisse et poli, montrant une impression musculaire en fer-à-cheval élargie en avant, et un bourrelet plus ou moins saillant entourant la perforation du sommet.

Remarques. — Les premières espèces de ce genre sont signalées dans le calcaire carbonifère, mais elles sont contestées. Celles des terrains secondaires sont plus certaines. Le genre devient plus abondant dans les terrains tertiaires et se trouve à son maximum dans les mers actuelles.

Fissurella concentrica, *nov. sp.*

Pl. XXIV, fig. 1*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,048 —	100
	Largeur —	0,034 —	71
	Hauteur	0,018 —	38
	Longueur du côté postérieur	0,028 —	58
	Longueur de l'ouverture apicale	0,005 —	10
	Angle apical	110° à	115°

Grande coquille solide, conique, déprimée, à sommet saillant et à base ovale, symétrique, un peu atténuée en avant; ornée à l'extérieur de stries et de sillons d'accroissement irréguliers, assez rares vers le sommet, mais plus nombreux, plus forts et plus serrés à mesure que l'on s'approche du bord; bord simple et tranchant, épaissi en un bourrelet large mais peu saillant en dehors de l'empreinte musculaire; perforation antérieure contiguë au sommet, ovale, à bords simples à l'extérieur, entourée à l'intérieur d'un bourrelet très saillant, droit à la partie postérieure, plus large et plus plat sur les autres côtés où il contourne exactement la perforation et où il est marqué de petits plissements transverses.

Remarques. — Nous ne possédons qu'un seul spécimen de cette belle et grande espèce, mais il est d'une conservation parfaite. La simplicité de ses ornements semble être son caractère distinctif : ce sont des stries et sillons concentriques, à peine traversés par de très rares et très fines stries rayon-

nantes et si peu visibles qu'elles ne peuvent être notées dans une caractéristique. Nous ne pouvons lui comparer, dans le bassin de Paris, que le *F. minosti*, Melleville (1843, *Mém. sur les sables inférieurs*, p. 44, pl. IX, fig. 15-16; Desh., 1857, II, p. 242, pl. VII, fig. 9-12), dont les plus grands individus n'atteignent guère que le quart de la taille de l'espèce de Mons.

Fig. 1*a*, vue par-dessus, grandeur naturelle.
— 1*b*, vue de l'intérieur, grandeur naturelle.
— 1*c*, vue de profil, grandeur naturelle.

Genre CALYPTRÆA, Lamk., 1799.

Car. gén. — Coquille conique, trochiforme, spirale; ouverture circulaire occupant toute la base, munie intérieurement d'une lame spirale contournée ou échancrée, adhérente d'un côté à la périphérie et de l'autre à une columelle centrale s'élevant du sommet.

Remarques. — Les anciens conchyliologistes réunissaient aux *Calyptrées* des coquilles dont la lame intérieure est à bords libres et affecte la forme d'un cornet plus ou moins complet. Plus tard sont venues des subdivisions qui, admises par MM. H. et A. Adams, ont été rejetées par Deshayes et d'autres auteurs qui les considéraient comme n'ayant que la valeur de sous-genres. Au point de vue anatomique il devrait en être ainsi, tous les animaux ayant sensiblement la même organisation et les mêmes mœurs; mais il peut être très avantageux d'admettre des coupes artificielles pour des genres très nombreux comme celui-ci. Aussi M. Fischer en admet-il trois : *Crucibulum*, Schumacher, 1817; *Crepidula*, Lamk., 1799 et *Calyptræa*. Mais il applique ce dernier nom aux espèces à lame interne spirale, contrairement à MM. Adams qui le réservent aux espèces dont l'appendice intérieur est en cornet (*Calyptræa Humphryi*), *Calyptræa cretacea d'Orb.*

Ce genre compte une espèce des terrains crétacés. Il est devenu très abondant dans les terrains tertiaires, et se trouve maintenant largement représenté dans toutes les mers.

Les deux espèces que nous a fournies le calcaire grossier de Mons sont, depuis longtemps, connues dans le bassin de Paris.

Calyptræa trochiformis, Lamk

Pl. XXIV, fig. 2a, b, c, d.

Dimensions : Largeur de la coquille	0,0075 —	100
Hauteur	0,006 —	75
Angle apical	60° à 65°	

Synonymie : **Trochus apertus et opercularis.** Brander, 1766, *Foss. hand.*, pl. I, fig. 1, 2 et fig. 3.
Calyptræa trochiformis. Lamk., 1802, *Ann. du Museum.*, t. I, p. 385, n° 1; t. VII, pl. XV, fig. 3*a*, *b*, *c*.
Infundibulum echinulatum, spinosum et tuberculatum. Sow., 1815, *Min. conch.*, n° 18, pl. XCVII, fig. 2, fig. 6 et fig. 4 et 5.
Trochus calyptræformis. Lamk., 1822, *Anim. sans vert.*, t. VII, p. 558, n° 9.
Calyptræa trochiformis. Desh., 1824, *Coq. foss. des env. de Paris.*, t. II, p. 30. pl. IV, fig. 1-4 et 11-13.
Infundibulum trochiformis. J. Lea., 1833, *Tert. form. of Alabama.*, p. 96, pl. III, fig. 76.
Calyptræa trochiformis. Galeotti, 1837, *Const. géol. du Brabant*, p. 149, n° 76.
— — Morris, 1843, *Cat. of british foss.*, p. 238.
— — Nyst, 1843, *Desc. des coq. foss. des terr. tertiaires de la Belgique*, p. 360.
— — Bronn, 1848, *Index pal.*, t. I, p. 207.
Infundibulum trochiforme. Dixon, 1850, *Geol. of Sussex*, p. 96 et 226, pl. XIV, fig. 27.
— — d'Orb., 1852, *Prodr.*, t. II, p. 371, 25e ét., n° 670.
— — (Calyptræa) Nyst, in d'Omalius d'Halloy, *Géol. de la Belgique*, p. 382.
Calyptræa trochiformis. Desh., 1861, *Anim. sans vert.*, t. II, p. 275.
— — Dewalque, 1868, *Prodr. d'une descr. géol. de la Belgique*, p. 403 (Bruxellien et Laekenien).
— — Watelet, 1870, *Cat. des moll. des sables inf.*, p. 6
— — Rutot et Vincent, 1880, in M. Mourlon, *Géol. de la Belg.*, p. 163 (Paniselien), 175 (Bruxellien) et 187 (Wemmelien).

Coquille conique, presque aussi haute que large, composée de trois ou quatre tours arrondis à la partie postérieure, presque droits antérieurement et perpendiculaires au plan de la base, séparés par des sutures bien marquées; sommet aigu, très excentrique par rapport au plan de la base; toute la surface des premiers tours est lisse et ne montre que des stries de croissance très obliques et de très petites perforations, mais au dernier elle se charge de rugosités irrégulières et arrondies très serrées augmentant d'importance en approchant de la base et sans relation apparente avec les stries de croissance; ouverture arrondie, lisse et brillante à l'intérieur; une lame interne mince et tranchante s'élève du centre, se projette légèrement en avant et rejoint en spirale le bord extérieur.

Remarques. — Cette espèce est beaucoup plus rare dans le calcaire grossier de Mons que le *C. Suessoniensis* (p. 198) dont elle diffère par sa forme beaucoup plus élevée, par ses tours plus droits à la partie antérieure et même par ses rugosités beaucoup plus grossières. Le spécimen que nous avons dessiné, tout à fait complet, représente le jeune âge de cette espèce excessivement variable comme on sait, puisque de la forme patelloïde elle

parvient à celle d'une coquille turriculée (Desh., 1861). Cette variété de formes a souvent embarrassé les paléontologistes et amené des identifications sur lesquelles on a dû revenir. C'est ainsi que le Dr Grateloup avait cru devoir lui rapporter une espèce des faluns du bassin de l'Adour, également très variable de formes, tellement qu'il y reconnaissait la plupart des variétés éocènes des auteurs. Le nom de l'espèce de Grateloup a été changé par d'Orbigny (*Prodr.*, III, p. 91, n° 1698) et est devenu *Infundibulum subtrochiforme,* lequel pourra devenir *Calyptræa subtrochiformis* pour ceux qui, comme nous, admettent plutôt ce dernier genre, à moins qu'on ne considère cette espèce comme l'équivalent du *C. ornata,* Basterot, 1825, que d'Orbigny ne mentionne pas.

Le *C. trochiformis* est très répandu et se montre, grâce à sa présence dans le calcaire grossier de Mons, depuis la base jusqu'au sommet des terrains éocènes, au moins en Belgique. On le rencontre, en France, dans les sables inférieurs, le calcaire grossier et les sables moyens, et en Angleterre dans les couches de Braklesham, de Barton et de Plumstedt. C'est une des rares espèces tertiaires que l'on rencontre en Amérique où M. Lea l'a depuis longtemps signalée dans les couches de l'*Alabama.*

Fig. 2a, vue de profil, grossie trois fois.
— 2b, vue du côté de la spire, grossie trois fois.
— 2c, vue du côté de l'ouverture, grossie trois fois.
— 2d, grandeur naturelle.

Calyptræa Suessoniensis, d'Orb., *sp.*

Pl. XXIV, fig. 3a, *b*, *c*, *d*.

Dimensions :	Diamètre de la coquille	0,004	— 100
	Hauteur	0,0075	— 54
	Angle apical		85 à 100°

Synonymie : **Infundibulum Suessoniensis,** d'Orb., 1850, *Prodr.*, t. II, p. 320, 24e ét., n° 428.
Calyptræa Suessoniensis, Desh., 1861, t. II, p 276, pl. IX, fig. 1-2.
— — Watelet, 1870, *Cat. des moll. des sables inf.*, p. 7.
— — Rutot et Vincent, 1880, in Mourlon, *Géol. de la Belg.*, *listes des foss.*, p. 148, Land. inf. et p. 163, Paniselien.
Infundibulum Suessoniense. Dewalque, 1880, *Revue des foss. land. décrits par de Ryckhold* (1854), (I. concentricum, de Ryck), *Ann. de la Soc. géol. de Belg.*, p. 158.

Coquille conique, de moitié aussi haute que large, formée de trois à quatre tours légè-

rement arrondis, séparés par des sutures plus ou moins bien marquées, le sommet subcentral; les premiers tours sont lisses et ne laissent voir que quelques stries de croissance très obliques, le dernier chargé de rugosités très irrégulières devenant de plus en plus saillantes jusqu'à la base et à travers lesquelles on distingue de nombreuses stries de croissance qu'elles semblent parfois accompagner; ouverture arrondie; intérieur lisse et brillant laissant vaguement apercevoir les sutures extérieures; une lame interne mince et tranchante s'élève du centre et rejoint en spirale le bord extérieur.

Remarques. — Le plus grand nombre de nos individus sont lisses ou n'ont que des stries de croissance. Ils sont toujours incomplets et montrent rarement toutes les particularités de la lame centrale interne, partie du reste excessivement délicate; tel est le cas du spécimen que nous avons dessiné. Le bord est aussi légèrement ébréché sur presque tout son pourtour, ce qui ne doit pas modifier sensiblement les dimensions proportionnelles indiquées plus haut.

Cette espèce, dit Deshayes, est la seule qui existe dans les sables inférieurs. Il a probablement voulu dire que c'est la seule qui s'y trouve confinée. En effet, le *C. trochiformis Lamk.*, s'y rencontre également, mais passe dans le calcaire grossier et même dans les sables moyens. Ces deux espèces sont très voisines, mais le *C. Suessoniensis* est beaucoup moins variable de formes et plus régulier comme conicité, comme base et comme profil. Malgré cela, il est probable qu'il y aura souvent eu confusion. En Belgique, cette espèce se rencontre dans le landenien moyen et dans le paniselien, c'est-à-dire dans la même zone géologique que dans le bassin de Paris et sans la dépasser.

Fig. 3*a*, vue de profil, grossie deux fois.
— 3*b*, vue du côté de la spire, grossie deux fois.
— 3*c*, vue du côté de l'ouverture, grossie deux fois.
— 3*d*, grandeur naturelle.

Genre PILEOPSIS, Lamk., 1812.

Synonymie : Capulus, Monfort, 1810.

Car. gén. — Coquille en cône oblique, à sommet postérieur recourbé en spirale, ouverture entière, dilatée, ovale ou suborbiculaire, à bords souvent irréguliers; intérieur présentant une impression musculaire en fer-à-cheval ouverte en avant, sans base adhérente.

Remarques. — Les espèces de ce genre vivent en place, s'attachant à des corps étrangers dont elles respectent les irrégularités; de là proviennent les irrégularités des bords de l'ouverture. (Voy. genre *Hipponix,* p. 72.)

Ce genre est apparu dès les temps siluriens et a été fort abondamment représenté dans tous les terrains primaires, dont les espèces ont généralement la spire très développée. Il s'est continué dans les temps secondaires, mais en subissant une quasi-interruption pendant la période jurassique. Depuis, il n'a cessé de s'accroître et se trouve à son maximum de développement dans les mers actuelles.

PILEOPSIS IREVOLUTA, *nov. sp.*

Pl. XXIV, fig. 4*a*, *b*, *c*.

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille.	0,004	—	100
	Largeur —	0,0035	—	88
	Hauteur —	0,002	—	50

Petite coquille conique, fortement oblique, à sommet contourné en spirale et surplombant le bord postérieur, irrégulière de forme, ayant une tendance à s'élargir sur tout son pourtour ; sommet lisse et sans ornements, le reste de la surface orné de grosses côtes rayonnantes reparties en zones irrégulières et comme imbriquées; ouverture large et évasée, à bords épaissis à l'intérieur.

Remarques. — Notre spécimen n'avait probablement pas atteint son entier développement. Cette coquille est très rare dans le calcaire grossier de Mons. Elle ressemble beaucoup à l'*Hipponix sublamellosus,* Desh. (1857, II, p. 271, pl. IV, fig. 14-15), et nous nous serions peut-être décidés à identifier les deux espèces (celle de Mons en serait, dans ce cas, le jeune âge) si celle de Deshayes ne se trouvait confinée dans le calcaire grossier et descendait dans les sables inférieurs.

FIG. 4*a*, vue par-dessus, grossie six fois.
— 4*b*, vue de profil, grossie six fois.
— 4*c*, grandeur naturelle.

Genre **HIPPONIX**, Defrance, 1819.

Car. gén. — Coquille en cône oblique, à sommet postérieur peu ou pas recourbé en spirale; ouverture entière, dilatée, ovale ou suborbiculaire; intérieur présentant une impression musculaire en fer-à-cheval, ouverte en avant; base operculaire calcaire, adhérente, à impression musculaire semblable et correspondante.

Remarques. — La base operculaire donne, aux espèces de ce genre, une régularité des bords de l'ouverture que ne peuvent avoir celles du genre *Pileopsis*, Lamk. (*Capulus*, Montf.), qui, n'ayant pas de base semblable, ne peuvent amortir complètement les irrégularités des corps sur lesquelles elles vivent d'une façon immuable. Ce caractère distinctif des deux genres est cependant peu certain. Celui du sommet, peu ou point spiral, surtout si l'on admet la latitude donnée par Deshayes, de pouvoir aller jusqu'à deux tours, l'est moins encore. Cependant, la faculté de se former une base calcaire provient nécessairement d'un caractère organique réellement de valeur. Malheureusement, ce caractère échappe à la paléontologie, et il est bien difficile de dire si les fossiles que l'on a répartis entre les deux genres appartiennent bien à l'un ou à l'autre. Cela explique le parti qu'ont pris certains paléontologistes de les réunir, et ce n'est qu'après un peu d'hésitation que nous avons pris celui de les séparer, suivant, en cela, les idées les plus récentes.

On semble disposé à faire rentrer, actuellement, dans le genre *Hipponix*, le plus grand nombre des fossiles que l'on avait autrefois placés dans le genre *Capulus*. C'est ce qu'a fait Deshayes. Le genre *Hipponix* est donc relativement nombreux en espèces dans les terrains tertiaires; mais les paléontologistes lui refusent la même ancienneté qu'au genre *Pileopsis* et ne le font pas remonter au delà des temps crétacés.

Nous croyons devoir faire un *Hipponix* d'une espèce du calcaire grossier de Mons dont la régularité du bord de l'ouverture semble indiquer son mode d'accroissement.

Hipponix imbricataria, *nov. sp.*

Pl. XXIV, fig. 5a, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,009 —	100
	Largeur —	0,007 —	78
	Hauteur —	0,005 —	56

Coquille assez petite, conique, assez élevée, symétrique, un peu élargie en arrière; ouverture ovale ayant les bords latéraux relevés des deux côtés un peu en avant du milieu de la coquille; côté antérieur très peu concave, abrupt, retombant sur la base presque à angle droit; côté postérieur beaucoup plus long, convexe; toute la surface recouverte de lamelles rayonnantes disposées en rangées concentriques continues, assez peu régulières en largeur, imbriquées, ne correspondant pas d'une rangée à l'autre, ornées de côtes saillantes arrondies supérieurement, quelquefois bifides; tous ces ornements sont plus ou moins effacés dans le voisinage du sommet.

Remarques. — L'intérieur de l'unique spécimen que nous possédons étant encroûté, nous ne pouvons rien en dire; son aspect symétrique et relativement régulier constitue son caractère distinctif. Aucune des espèces données par Deshayes ne s'approche de celle-ci : toutes sont plus irrégulières.

Fig. 5*a*, vue de profil, grossie trois fois.
— 5*b*, vue par-dessus, grossie trois fois.
— 5*c*, grandeur naturelle.

Genre **PATELLA**, Lister, 1688.

Car. gén. — Coquille conique non spirale, surbaissée, à base ovale ou subcirculaire, à sommet antérieur subcentral; surface ornée de côtes rayonnantes rendant le bord festonné; intérieur présentant une impression musculaire postérieure en fer-à-cheval ouverte en avant.

Remarques. — On voit que le genre *Patella* a le sommet antérieur, ce qui le distingue des genres *Capulus* et *Hipponix*.

Il n'est guère possible, au point de vue paléontologique, de distinguer les *Patelles* des *Helcions,* et cependant ces deux genres sont fort éloignés

l'un de l'autre au point de vue de l'anatomie des organes respiratoires. D'Orbigny, qui a cependant préconisé tant de restrictions génériques, admet le genre *Helcion* qui, dit-il, se distingue par son ensemble mince presque lisse et par l'absence de grosses côtes rayonnantes. S'il en était réellement ainsi, on ne devrait pas balancer à admettre la distinction; mais rien n'est moins certain. Pictet remarque, en effet, que l'on trouve bien des espèces rapportées par d'Orbigny aux *Acmées* ou *Helcions*, qui sont épaisses, solides et ornées de grosses côtes rayonnantes, tandis que, dans les mers d'Europe, on rencontre plusieurs *Patelles* minces et lisses. Deshayes, de son côté, bien qu'admettant la distinction anatomique, reconnait que la paléontologie est impuissante à distinguer les deux genres. Nous admettons, faute de mieux, la distinction telle que la donne d'Orbigny.

Ce genre est très ancien et très nombreux dans tous les étages géologiques : il apparaît dès le Cambrien supérieur et s'est continué jusque dans les mers actuelles où il se trouve à son maximum de développement.

PATELLA VINCENTI, *nov. sp.*

Pl. XXIV, fig. 7*a*, *b*, *c*, *d*.

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille.	0,007	—	100
	Largeur —	0,0055	—	78
	Hauteur —	0,00325	—	46

Assez petite coquille conique, à sommet au tiers antérieur, assez élevée, à base ovale, symétrique; ornée de côtes rayonnantes arrondies et assez fortes, surtout à la partie supérieure, au nombre d'environ 25 principales prenant naissance près du sommet, séparées par des intervalles plats où se montrent bientôt d'autres côtes secondaires, le tout recoupé par de nombreuses stries concentriques de croissance; intérieur lisse et poli; impression musculaire bien marquée, mince, un peu élargie aux deux extrémités.

Remarques. — Cette espèce est assez rare dans le calcaire grossier de Mons; l'espèce du bassin de Paris dont elle se rapproche le plus est le *P. Raincourti* Desh. (1857, II, p. 227, pl. V, fig. 5-12) des sables moyens, qui a les côtes rayonnantes moins nombreuses, les stries concentriques plus accusées et le sommet subcentral.

Nous dédions cette espèce à M. Vincent, préparateur au Musée d'histoire naturelle de Bruxelles, si avantageusement connu par ses nombreuses et consciencieuses recherches sur la faune de nos terrains tertiaires.

FIG. 7*a*, vue par-dessus, grossie trois fois.
— 7*b*, vue intérieure, grossie trois fois.
— 7*c*, vue de profil, grossie trois fois.
— 7*d*, grandeur naturelle.

PATELLA REGULARIS, *nov. sp.*

Pl. XXIV, fig. 9*a*, *b*, *c*, *d*.

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille.	0,003	— 100
	Largeur —	0,00225	— 75
	Hauteur —	0,00133	— 44

Coquille petite, conique, assez haute, à base ovale, symétrique; ornée de côtes rayonnantes nombreuses assez régulières, au nombre de 30 à 35, assez fortes et arrondies, produisant une dentelure au bord, séparées près du sommet par des sillons étroits, profonds, s'aplatissant en approchant du bord et donnant naissance à des côtes intermédiaires; le tout recoupé de quelques stries concentriques d'accroissement peu apparentes; intérieur lisse et poli, montrant quelques sillons rayonnants peu profonds correspondant aux sillons extérieurs; empreinte musculaire peu distincte.

Remarques. — Cette espèce se distingue du *P. Vincenti* (p. 74) par sa taille plus petite et ses ornements rayonnants plus réguliers, plus nombreux et plus saillants. Elle n'est pas très rare dans le calcaire grossier de Mons.

FIG. 9*a*, vue par-dessus, grossie sept fois.
— 9*b*, vue de l'intérieur, grossie sept fois.
— 9*c*, vue de profil, grossie sept fois.
— 9*d*, grandeur naturelle.

Genre **HELCION**, Montfort, 1810.

Car. gén. — Coquille mince, conique, non spirale, surbaissée, à base ovale ou subcirculaire; sommet antérieur subcentral; surface lisse; bords simples; intérieur poli, présentant une impression musculaire en fer-à-cheval, ouverte en avant.

Remarques. — Nous renvoyons à ce que nous avons dit au genre *Patella* (p. 73). D'Orbigny rapporte, évidemment à tort, au genre *Helcion*, presque toutes les *prétendues Patelles* fossiles (Pal., II, p. 34). Il en est beaucoup dont la surface est costulée et le bord dentelé, ce qui, d'après sa propre caractéristique, suffit pour en faire des *Patelles*. Quant à la coquille du calcaire grossier de Mons dont nous faisons un *Helcion*, on ne peut guère douter qu'elle n'appartienne réellement à ce genre.

HELCION SIMPLEX, *nov. sp.*

Pl. XXIV, fig. 8*a*, *b*, *c*, *d*.

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille.	0,003	—	100
	Largeur —	0,0025	—	83
	Hauteur —	0,00125	—	42

Coquille petite, ovale, assez élevée, à sommet subcentral, à base ovale, symétrique, lisse et sans ornements extérieurs; intérieur lisse et poli, empreinte musculaire assez large se recourbant au dehors aux deux extrémités.

Remarques. — Cette espèce n'est pas très rare dans le calcaire grossier de Mons. Nous pouvons lui comparer, dans le bassin de Paris, le *Patella Dutemplei* Desh. (1857, II, p. 229, pl. V, fig. 13-16) à surface lisse également, mais dont le sommet est beaucoup plus antérieur.

FIG. 8*a*, vue par-dessus, grossie sept fois.
— 8*b*, vue de l'intérieur, grossie sept fois.
— 8*c*, vue de profil, grossie sept fois.
— 8*d*, grandeur naturelle.

Genre SIPHONARIA, Sow., 1826.

Car. gén. — Coquille patelliforme, conique, non spirale, non symétrique, à sommet subcentral un peu sénestre : impression musculaire intérieure en fer-à-cheval dont l'ouverture se trouve à droite à la partie antérieure et correspond, par une dépression siphonale plus ou moins marquée, à une expansion plus ou moins forte du bord.

Remarques. — Ce genre fut longtemps confondu avec le genre *Patella*.

Il fut proposé en 1826 par Sowerby, mais comme une simple coupe motivée par sa forme et son empreinte musculaire non symétrique. Plus tard on s'aperçut qu'il ne pouvait appartenir aux *Scutibranches prosobranchiaux,* et l'on s'accorde maintenant à le placer parmi les *pulmonés* au voisinage des *Auricules.*

Ce genre serait très ancien si le *S. Koninckii,* de Mc Coy, était admis. Cette espèce, en effet, est du calcaire carbonifère; mais les autres auteurs et M. de Koninck lui-même en font un *Patella* ou un *Helcion.*

Les véritables siphonaires fossiles paraissent appartenir aux terrains tertiaires. Les trois espèces éocènes de Deshayes sont des sables moyens. L'espèce de Mons se trouve donc être la plus ancienne du genre.

SIPHONARIA DUBIA, *nov. sp.*

Pl. XXIV, fig. 10*a*, *b*, *c*, *d*.

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille	. . . .	0,0045	— 100
	Largeur —	. . . .	0,003	— 66
	Hauteur —	. . . .	0,00115	— 25

Coquille petite, ovale, allongée, non symétrique, déprimée, à sommet aigu, subcentral, se relevant un peu en avant; ornée de côtes rayonnantes assez fortes surtout aux deux extrémités, produisant une dentelure au bord, irrégulières, plus ou moins espacées et laissant entre elles des surfaces planes sur lesquelles se montrent une ou deux autres côtes plus petites, également irrégulières, ne se prolongeant pas jusqu'au sommet; ces côtes sont recoupées de stries et de sillons d'accroissement nombreux et fort irréguliers, bien marqués en approchant du bord; intérieur lisse et brillant, marqué de quelques sillons rayonnants correspondants aux côtes extérieures; empreinte musculaire en fer-à-cheval s'ouvrant à droite à la partie antérieure; une légère expansion du bord se remarque à la hauteur de la branche droite de cette empreinte.

Remarques. — Les ornements de cette espèce, par leur régularité, tiennent plutôt du caractère des *patelles* que des *siphonaires,* et d'un autre côté, la coquille est assez petite et les caractères intérieurs caractéristiques du genre sont assez difficiles à discerner. Aussi, n'est-ce pas sans hésitation que nous en avons fait un *siphonaria.*

Les trois espèces données par Deshaye appartiennent aux sables moyens.

Celle qui se rapproche le plus de la nôtre est le *S. crassicostata* (1863, II, p. 693, pl. VIII, fig. 8-11), beaucoup plus grande et moins allongée que l'espèce de Mons. Notre espèce est très rare.

Fig. 10*a*, vue de l'intérieur, grossie cinq fois.
— 10*b*, vue par-dessus, grossie cinq fois.
— 10*c*, vue de profil, grossie cinq fois.
— 10*d*, grandeur naturelle.

Genre CHITON.

Car. gén. — Coquille composée de huit plaques ou valves transverses imbriquées d'avant en arrière et formant un ensemble oval plus ou moins allongé.

Remarques. — Ce genre de mollusque fort singulier est très ancien. Il a commencé à se montrer dès la période silurienne et s'est perpétué jusque dans les mers actuelles où il se trouve à son maximum de développement. M. de Koninck en a décrit plusieurs espèces du calcaire carbonifère de Belgique.

Les Chitons ont été, dans ces derniers temps, l'objet de recherches physiologiques de la part de naturalistes éminents. Il en est résulté des découvertes aussi extraordinaires qu'inattendues, dont on peut voir un résumé, malheureusement très succinct, dans le *Manuel de Conchyliologie* de Fischer, pages 870 et suivantes.

Chiton Baylei, *nov. sp.*

Pl. XXIV, fig. 11*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la valve	0,013	— 55
	Largeur —	0,0235	— 100
	Hauteur —	0,013	— 55
	Plus grand angle au sommet, dans le sens transversal.	105°	
	Plus petit — — longitudinal.	100°	

Très grande espèce dont nous ne connaissons que la valve anale. Cette valve est pyramidale, formée de deux parties symétriques séparées au côté anal par un sinus étroit à bords rectilignes allant jusqu'au sommet et soudées au côté dorsal sous un angle extérieur médian, saillant, d'environ 112°, divisées elles-mêmes respectivement en deux aires,

les médianes planes, les latérales légèrement bombées et soudées aux médianes sous un angle un peu plus obtus; ces aires sont ornées de stries et côtes rayonnantes, recoupées par d'autres stries et sillons concentriques et onduleux, jusqu'à un rebord qui leur est parallèle et bien marqué limitant la lame suturale sur laquelle se fait l'imbrication de la valve précédente, assez large aux côtés latéraux mais fort restreinte et largement sinueuse à l'angle médian; la lame suturale correspond, au côté anal, à un bourrelet apophysaire, épais, à sillons transverses et rugueux, grossissant de plus en plus jusqu'au sinus anal; intérieur divisé en trois lobes principaux, le médian correspondant à l'angle médian supérieur, les deux autres aux angles latéraux.

Remarques. — Cette coquille est très remarquable et il est étonnant que l'on n'en ait pas découvert d'autres fragments dans le calcaire grossier de Mons. D'après les dimensions données plus haut, elle devait former un ensemble très allongé, probablement de 90 à 100 millimètres, sur une largeur de 35 à 40 seulement. On devrait peut-être la rapporter au genre *Lorica,* H. et A. Adams, démembré du genre *Schizochiton,* Gray, et caractérisés tous deux par une échancrure à la valve postérieure.

Nous dédions cette espèce à M. Bayle, le savant professeur de paléontologie de l'École des mines de Paris.

Fig. 11*a*, vue du côté anal, grandeur naturelle.
— 11*b*, vue de la face supérieure, grandeur naturelle.
— 11*c*, vue par-dessous.

Genre DENTALIUM.

Car. gén. — Coquille tubulaire, en cône régulier très allongé, lisse ou striée longitudinalement, arquée sur toute la longueur mais en chaque point en raison inverse de son épaisseur, ouverte à ses deux extrémités; ouverture antérieure plus grande, circulaire, à bords simples et tranchants; ouverture postérieure tronquée, entaillée ou munie d'un petit tube accessoire interne.

Remarques. — Ce genre date des terrains primaires supérieurs. La plus grande espèce connue paraît être celle que M. de Koninck a décrite sous le nom de *D. Herculeum* et qui provient du calcaire carbonifère.

On a proposé, dès l'origine du genre, de séparer les *Dentalium* fissurés à l'extrémité postérieure (*Antalis,* Aldrovande) de ceux qui ne le sont pas.

Deshayes n'attachait pas à cette fissure la valeur d'un caractère générique. Nous ferons comme lui, mais, comme on le verra plus loin, elle conserve une certaine importance comme caractère spécifique.

Dentalium Montense, *nov. sp.*

Pl. XXIV, fig. 12*a*, *b*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,07 —	100
	Largeur à l'extrémité antérieure	0,0005 —	7
	— — postérieure.	0,005 —	1
	Angle apical	$3\frac{1}{2}$° à	4°

Coquille assez grande, tubulaire, fort allongée, régulièrement conique, assez arquée à la partie postérieure, mais se redressant insensiblement à mesure que le diamètre augmente, lisse et brillante, marquée de fines stries d'accroissement obliques bien visibles à travers le poli de la coquille et de très légers renflements annulaires également obliques et irréguliers; ouverture arrondie, oblique; extrémité postérieure montrant une fissure assez peu prolongée.

Remarques. — Cette espèce est très abondante dans le calcaire grossier de Mons, mais on ne l'obtient guère qu'en fragments atteignant rarement plus de 30 millimètres; en réunissant ces fragments nous pensons être arrivés à reconstruire assez exactement la forme primitive; aucun de ces fragments ne nous a présenté l'ouverture entière.

Pour le genre *Dentalium* les comparaisons sont toujours très difficiles et les identifications doivent, par conséquent, toujours être faites avec beaucoup de circonspection. Si nous mélangions des spécimens de Mons et des spécimens du *D. lucidum* Desh. des sables inférieurs, en fragments suffisamment courts, nous ne pourrions probablement plus arriver à les séparer complètement. La seule différence un peu persistante entre les deux espèces est la courbure de l'extrémité postérieure plus forte chez l'espèce de Mons que chez celle de Cuise. De plus, cette dernière ne parait jamais atteindre une aussi forte taille.

Fig. 5*a*, coquille en grandeur naturelle.
— 5*b*, extrémité fortement grossie.

Dentalium Harmonicum, *nov. sp.*

Nous renonçons à donner une description et des dessins de cette espèce qui est bien réelle cependant, mais qui ne se distingue de l'espèce précédente que par l'absence de fissure à l'extrémité postérieure. Des fragments beaucoup plus ténus que ceux où cette fissure se montre n'en offrent absolument aucune trace. Nous devons même dire que les extrémités non fissurées sont sensiblement plus abondantes que les autres. Quant à d'autres caractères distinctifs, des coquilles tout entières pourraient seules nous dire s'il en existe. En effet, ils ne pourraient guère consister qu'en une différence de courbure, ce que la reconstitution par fragments ne peut nous indiquer.

Dentalium magnum, *nov. sp.*

Pl. XXIV, fig. 6.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,092 —	100
	Largeur à l'ouverture	0,008 —	9
	— au sommet.	0,001 —	1
	Angle apical	4 1/2° à 5°	

Coquille grande, solide, allongée, tubulaire, régulièrement conique, arquée vers l'extrémité postérieure, se redressant et devenant presque droite du côté de l'ouverture; ornée vers le sommet de onze à treize côtes saillantes, aiguës, mais s'arrondissant insensiblement, presque égales et assez régulièrement disposées, séparées par des sillons d'abord simples mais recevant successivement d'autres côtes en nombre variable vers le milieu de la coquille, lesquelles grossissent de plus en plus en même temps que les premières s'atténuent de façon à devenir à peu près égales pour disparaître presque entièrement à l'ouverture; ces ornements sont traversés par des stries de croissance très fines légèrement obliques; ouverture arrondie.

Remarques. — Nous ne connaissons pas le sommet de cette espèce; le nombre des côtes est presque toujours de treize, la courbure n'est pas toujours bien régulière. Le spécimen dessiné présente cette particularité curieuse que la coquille ayant été brisée du vivant de l'animal, ce dernier l'a continuée en

laissant la cassure apparente. Un autre montre une interruption curieuse des côtes, comme si, pendant la croissance, l'animal avait tourné sur son axe et s'était peu après replacé dans sa position première. Voyez Deshayes (1857, pl. III, fig. 1), où est indiqué un semblable accident.

Cette espèce est aussi fort abondante dans le calcaire grossier de Mons, mais moins que les deux précédentes. Aucun des fragments de l'extrémité postérieure que nous possédons n'est fissuré. C'est évidemment une des plus grandes des terrains tertiaires. L'espèce du bassin de Paris qui s'en approche le plus est le *D. striatum,* Sow. (Desh., 1857, II, p. 206, pl. I, fig. 9-11), espèce des sables inférieurs et du calcaire grossier et que l'on rencontre aussi en Angleterre dans les couches de Barton et de Bracklesham. Les ornements sont à peu près les mêmes et ils s'atténuent de la même façon à mesure que la coquille grandit. Mais la conicité augmente plus rapidement dans la coquille de Mons, la courbure est moins forte, surtout à l'extrémité antérieure, et la taille est plus grande.

Fig. 6, coquille en grandeur naturelle.

ORDRE II. — PULMONÉS.

—

Genre CYLINDRELLINA, Munier-Chalmas, 1884.

Car. gén. — Coquille allongée, turriculée, à tours nombreux; ouverture ovalaire, à péristome continu, libre, simple ou légèrement épaissi; columelle munie d'un seul pli terminal; tours antérieurs présentant intérieurement des plis columellaires et pariétaux plus ou moins nombreux et saillants.

Remarques. — Ce genre a été créé par M. Munier-Chalmas pour une espèce que l'on trouve également en France et en Belgique, dans les terrains éocènes les plus inférieurs; c'est celle que nous allons décrire. Le même auteur suppose qu'il existe une seconde espèce lisse, spéciale à la Belgique, mais nous pensons qu'il n'en est rien, les premiers tours de l'espèce existante étant toujours lisses; les stries ne commencent parfois que très tard, mais chez tous les spécimens que nous possédons elles existent au moins aux derniers tours, bien qu'il faille parfois une assez forte loupe pour les distinguer.

CYLINDRELLINA BRIARTI, Munier-Chalmas.

Pl. XXVI, fig. 9*a*, *b*, *c*, *d*.

SYNONYMIE : Cylindrellina Briarti, Mun.-Ch., 1884, *Ann. de malac.*, vol. I, pl. VII, fig. 4-6.
— — Mun.-Ch., 1886, *Bull. de la Soc. géol. de France*, p. 190.

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille	0,0095
	Largeur —	0,002
	Hauteur du dernier tour	0,001 25
	Angle apical aux quatre premiers tours	45° à 50°

Coquille petite, allongée, turriculée, composée de neuf tours un peu arrondis, séparés par des sutures assez profondes, les cinq premiers s'enroulant assez régulièrement et donnant à la coquille sa plus grande largeur, les autres se rétrécissant jusqu'à l'ouverture; dernier tour muni à sa partie extérieure d'une carène bien marquée limitant une base lisse au centre de laquelle se trouve une fente ombilicale profonde; extérieur des premiers

tours lisse et poli, les trois ou quatre derniers ornés de stries d'accroissement fines, arquées en arrière, irrégulières, de plus en plus visibles et devenant de petits sillons vers l'ouverture; celle-ci petite, ovale, subquadrangulaire, oblique, détachée du tour précédent, à péristome continu, s'épaississant en un bourrelet arrondi un peu en arrière; bord columellaire montrant un pli médian oblique.

Remarques. — Par une section suffisante d'une coquille de cette espèce, M. Munier-Chalmas a pu en compléter la description de la manière suivante [1] : « Avant-dernier tour portant à l'intérieur : 1° deux plis columellaires lamellaires, saillants, le postérieur présentant à sa jonction avec la columelle un sillon plus ou moins accusé; 2° deux plis pariétaux basilaires précolumellaires, assez rapprochés, étroits et peu élevés; 3° un pli pariétal latéral peu saillant, situé vis-à-vis du pli columellaire postérieur; 4° un pli pariétal supérieur un peu moins développé que le précédent. »

Une coquille, sectionnée vers le sixième tour, c'est-à-dire à la plus forte largeur, nous montre que ces plis, si compliqués à l'avant-dernier tour, se réduisent à deux, l'un très saillant, lamellaire, au bord columellaire, l'autre beaucoup moins fort au bord opposé.

Une espèce paraissant très voisine de celle-ci a été décrite par Deshayes sous le nom de *Cylindrella Parisiensis* (1863, II, p. 872, pl. LVII, fig. 10-12). Malheureusement sa description fut faite d'après un spécimen unique, fort incomplet et brisé en plusieurs fragments que l'auteur est parvenu à réunir de manière à en donner les dimensions exactes. On pourrait peut-être, si les fragments sont encore détachés, s'assurer du genre réel de la coquille. Quant à en faire une section longitudinale, comme le désire M. Munier-Chalmas, on ne s'y résoudra, probablement, que très difficilement. Cette espèce provient des sables de Jonchery (partie supérieure des sables de Bracheux), et elle se différencie de l'espèce de Mons, non parce que le dernier tour est un peu

[1] Ainsi que le dit M. Munier-Chalmas dans ses observations sur le genre *Cylindrellina*, les dessins de cette espèce ont été donnés dans les *Annales de malacologie* (vol. 1, pl. VII, fig. 4-6) en même temps que d'autres mollusques nouveaux; mais par suite de circonstances spéciales, une très faible partie du texte fut remise, de sorte que plusieurs espèces figurées ne furent pas décrites. C'est ce qui explique pourquoi la description seule du *Cylindrellina* parut dans le *Bulletin* de la Société géologique.

détaché de la spire, ce qui existe aussi chez quelques-uns de nos spécimens, mais parce que l'ouverture est plus aiguë et se projette en avant, que la base est moins profondément ombiliquée et que les ornements persistent jusqu'au sommet de la spire. Ce sont des différences sur la valeur desquelles de nouvelles trouvailles, dans le gîte de Jonchery, pourront seules apporter quelque lumière en même temps que sur le genre réel auquel on doit rapporter la coquille de Deshayes.

Le *C. Briarti* est au nombre des espèces, nombreuses déjà, qui se trouvent en même temps dans le calcaire grossier de Mons et dans les marnes strontianifères de Meudon, établissant ainsi un lien de plus entre ces deux termes les plus inférieurs des terrains éocènes.

Fig. 9*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie trois fois et demie.
— 9*b*, vue par-dessus, grossie trois fois et demie.
— 9*c*, vue de l'extrémité de la spire détachée, grossie sept fois.
— 9*d*, grandeur naturelle.

Genre **LYMNEA**, Lamk., 1801.

Car. gén. — Coquille dextre, mince et fragile, ovale oblongue, plus ou moins turriculée, à spire aiguë ; ouverture plus longue que large, arrondie en avant, aiguë en arrière ; bord droit simple ; columelle tordue.

Remarques. — Ce genre a été signalé dans le Purbeckien et dans le Wealdien. Il se montre en grande abondance dans les terrains tertiaires et se trouve à son maximum à l'époque actuelle. On le rencontre dans les eaux douces de toutes les latitudes.

Nous étions en droit d'espérer trouver ce genre bien représenté dans les assises d'eau douce du système montien. Si cet espoir a été deçu, cela provient probablement du peu d'échantillons de ces assises que nous avons eus à notre disposition. Nous ne pouvons décrire qu'une seule espèce d'après un spécimen unique quelque peu incomplet provenant de l'assise du calcaire grossier proprement dit.

Lymnea Hannonica, *nov. sp.*

Pl. XXIII, fig. 12*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0045	— 100
	Largeur —	0,0025(?)	— 56
	Hauteur de l'ouverture	0,003	— 64
	Angle apical		35°

Petite coquille mince et fragile, brillante, allongée, fusiforme, composée de cinq tours arrondis, assez larges, séparés par des sutures simples assez profondes, enroulés en une spire fort aiguë, ayant pour tout ornement des stries de croissance très fines, recourbées en arrière en arrivant à la suture; dernier tour très développé, ovale, un peu renflé à la partie postérieure, atténué en avant; ouverture allongée, étroite, oblique, un peu tronquée en avant, aiguë en arrière; bord droit largement arqué; bord gauche infléchi à la base de la columelle; celle-ci tordue.

Remarques. — Nous ne possédons qu'un seul spécimen de cette espèce, et encore le bord droit est enlevé en partie. Elle semble être caractérisée par une spire très aiguë. Ce pourrait bien être le jeune âge d'une espèce plus grande.

Nous recevons, au moment où nous mettons la dernière main à ce fascicule, la livraison du *Journal de conchyliologie* du 1[er] juillet 1886 (3[e] sér., t. XXVI, n° 3) où nous trouvons la *Description d'espèces du terrain tertiaire des environs de Paris* (suite), par M. Cossmann. Nous y trouvons le *L. Herouvalensis* (p. 225, pl. X, fig. 4) des sables d'Hérouval, faisant partie des sables de Cuise. C'est une petite espèce dont le facies est à peu près celui de la nôtre. Seulement, la spire paraît encore plus pointue et l'ouverture a beaucoup moins d'étendue, n'étant guère que les deux cinquièmes de la longueur totale.

Fig 12*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie sept fois.
— 12*b*, vue par-dessus, grossie sept fois.
— 12*c*. grandeur naturelle.

Genre **PHYSA**, Draparnaud, 1801.

Car. gén. — Coquille spirale, sénestre, ovale oblongue, mince, luisante, transparente; ouverture verticale, allongée; columelle torse; péristome mince et tranchant.

Remarques. — Ce genre se distingue des *Lymnées* par l'enroulement sénestre. D'après plusieurs malacologues cette particularité aurait peine à suffire pour établir une coupe générique, si des distinctions anatomiques ne venaient s'y ajouter [1].

On cite des *Physes* des terrains jurassiques, mais dont la détermination générique est extrêmement difficile et assez douteuse (Fischer, p. 510). On en cite de plus certaines des terrains wealdiens d'Angleterre. Ce sont les terrains tertiaires qui nous en offrent le plus grand nombre. Elles sont, actuellement, universellement répandues.

Ce genre a une grande importance au point de vue des assises éocènes du système montien. Nous en connaissons deux espèces appartenant au calcaire grossier de Mons proprement dit. Mais on sait qu'il existe, au-dessus de cette formation marine ou d'estuaire, un calcaire marneux d'une puissance assez considérable et qui est entièrement d'eau douce. Cette assise est principalement connue par les sondages de la caserne de cavalerie et de la prison à Mons, dont les principaux échantillons recueillis se trouvent dans la collection de M. G. Lambert; ils renferment beaucoup de *Physes,* mais, malheureusement, toujours à l'état de moules.

[1] Des formes sénestres, spéciales aux îles Sandwich et à la Nouvelle-Zélande, ont, pour des motifs analogues, été rapportées au genre *Lymnea* (Fischer, p. 506). Mais la paléontologie est impuissante à juger des caractères anatomiques et elle doit nécessairement ranger toutes les coquilles sénestres parmi les *Physes.*

Physa Montensis, *nov. sp.*

Pl. XXIII, fig. 15*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0075 — 100
	Largeur —	0.004 — 53
	Hauteur de l'ouverture	0,0045 — 60
	Angle apical	57°

Coquille assez petite, ovale, mince, composée de quatre tours arrondis, le dernier très développé, s'enroulant régulièrement en une spire aiguë, séparés par des sutures profondes, simples, ornés de stries d'accroissement irrégulières et bien marquées.

Remarques. — L'ouverture de l'unique spécimen que nous possédons étant encroûtée, nous ne pouvons rien dire de cette partie de la coquille qu'il eût été, cependant, si intéressant de connaître. De plus, ce spécimen est un peu aplati par la fossilisation, ce dont il n'a pas été tenu compte dans l'indication des dimensions.

Notre espèce se rapproche beaucoup, par sa forme générale, du *P. primigenia,* Desh. (1866, II, p. 733, pl. XLIV, fig. 11-12), des sables inférieurs de Jonchery et de Chalons-sur-Vesles; mais elle a l'ouverture proportionnellement plus longue et plus développée, et n'a pas de cordonnet sutural.

Le spécimen dessiné est du calcaire grossier de Mons, mais l'espèce est beaucoup plus abondante dans le calcaire lacustre supérieur (*calcaire à Physes*) où elle atteint une taille un peu plus grande.

Fig. 14*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie quatre fois.
— 14*b*, vue par-dessus, grossie quatre fois.
— 14*c*, grandeur naturelle.

Physa Dumonti, *nov. sp.*

Pl. XXIII, fig. 13*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,004 — 100
	Largeur —	0,002 — 50
	Hauteur du dernier tour.	0,0025 — 62
	Angle apical	50° à 55°

Coquille petite, mince, ovale, composée de quatre tours arrondis, le dernier très grand,

s'enroulant sous un angle un peu concave, séparés par des sutures profondes bordées, aux derniers tours, par un cordonnet résultant d'une légère dépression longitudinale postérieure, n'ayant pour autres ornements que de très fines stries de croissance; ouverture grande, occupant plus de la moitié de la longueur de la coquille, ovale, oblique, arrondie mais un peu atténuée et saillante en avant, aiguë en arrière; péristome un peu évasé à la partie antérieure; labre, arqué, légèrement aplati à sa partie moyenne; columelle tordue.

Remarques. — Cette espèce s'écarte de la précédente par son cordonnet sutural; mais, par cela même, elle se rapproche du *P. primigenia,* sans qu'il soit possible, cependant, de proposer une identification. L'espèce de Mons est, en effet, plus globuleuse et elle a l'ouverture plus étroite et plus allongée.

Cette espèce provient du calcaire grossier de Mons. Nous n'avons pu la reconnaître dans aucun des échantillons du calcaire à *Physes* supérieur qui font partie de la collection de M. G. Lambert.

Fig. 13*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie six fois.
— 13*b*, vue du côté de l'ombilic, grossie six fois.
— 13*c*, grandeur naturelle.

Genre AURICULA, Lamk., 1796.

Car. gén. — Coquille ovale, oblongue, à spire conoïde assez courte; ouverture étroite longitudinale; bord columellaire portant généralement deux plis, quelquefois trois; bord droit dilaté, épaissi et non denté.

Remarques. — L'évasement du bord droit et le bourrelet intérieur sont plus ou moins prononcés, et si quelques auteurs admettent, dans ce genre, quelques coquilles à bord simple, ces caractères n'en doivent pas moins être considérés comme le cas général et les indices de l'âge adulte. Le bourrelet intérieur n'est pas régulier et présente souvent des renflements allongés, quelquefois même dentiformes, établissant la liaison avec d'autres genres. D'un autre côté, les évasements peuvent se répéter périodiquement sous forme de varices latérales, établissant ainsi d'autres liaisons. De là, des hésitations bien naturelles pour le classement des espèces.

MM. Adams ont abandonné le nom d'*Auricula* pour reprendre celui

d'*Ellobium,* donné par Bolten en 1798, mais sans qu'il ait été accompagné d'aucune description. Les noms donnés par Bolten dans les mêmes conditions ont parfois été préferés à des noms plus récents; mais dans le cas présent, il n'en a pas été de même, le nom d'*Auricula* étant en quelque sorte consacré par l'usage et caractérisant très bien la forme de l'ouverture de la coquille.

Ce genre a commencé à se montrer dans le terrain jurassique. Il est surtout devenu fort abondant dans les terrains tertiaires.

Le calcaire grossier de Mons nous en a fourni six espèces, dont une très remarquable comme nous le verrons (*A. grandis*).

Auricula grandis, *nov. sp.*

Pl. XXV, fig *1a, b.*

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,044 —	100
	Largeur —	0,020 —	45
	Hauteur de l'ouverture	0,025 —	57
	Angle apical	41° à 42°	

Coquille grande, épaisse, allongée, à spire conique et aiguë mais souvent érodée, formée en son état complet de neuf tours s'enroulant régulièrement, peu saillants, séparés par des sutures bien marquées, irrégulières et onduleuses, ornés de côtes transverses irrégulières, très saillantes à la partie postérieure du dernier tour, où elles sont même quelquefois tuberculeuses près de la suture et non parallèles aux nombreuses stries de croissance qui les recoupent souvent sous un angle assez prononcé; dernier tour très développé, portant une très forte côte à l'opposé de l'ouverture, celle-ci ovale, allongée, arrondie en avant, anguleuse en arrière; labre fortement évasé et muni d'un bourrelet intérieur très fort, surtout à la partie postérieure en arrivant à la suture, où il s'élargit considérablement, plus mince à la partie antérieure où il fait retour sur le bord columellaire en cachant un faux ombilic; bord columellaire portant deux plis, le postérieur assez fort, l'antérieur beaucoup moindre et quelquefois peu visible.

Remarques. — Cette espèce est une des plus grandes du genre trouvées à l'état fossile. La très forte côte qui se remarque à l'opposé de l'ouverture et qui n'est qu'un bourrelet antérieur, indique une périodicité d'accroissement égale à un demi-tour de la coquille, ce qui caractérise certains genres de la famille des Auriculides; et comme on n'en remarque généralement plus

aux tours précédents, on en doit conclure que l'âge adulte ne se marquait que quand la coquille avait déjà atteint une très grande taille, remarque qui pourrait être faite à propos de beaucoup d'espèces du genre.

Cette espèce est très commune dans le calcaire grossier de Mons, et c'est une des plus grandes coquilles du gisement. Aucune des espèces du bassin de Paris décrites par Deshayes n'atteint cette taille. Toutes s'en distinguent parfaitement par les particularités de l'ouverture.

Fig. 1*a*, vue du côté de l'ouverture, grandeur naturelle.
— 1*b*, vue par-dessus, grandeur naturelle.

Auricula conica, *nov. sp.*

Pl. XXV, fig. 2*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,013	— 100
	Largeur —	0,006	— 46
	Hauteur du dernier tour	0,007	— 56
	Angle apical		40°

Coquille épaisse, allongée, à spire pointue, composée de sept tours arrondis s'enroulant régulièrement, séparés par des sutures bien marquées un peu irrégulières, ornés de stries de croissance obliques, irrégulières; dernier tour très développé; ouverture allongée, étroite, un peu oblique, arrondie en avant, aiguë en arrière, à labre évasé et épaissi en un bourrelet intérieur très saillant vers le milieu du bord droit, mais interrompu assez brusquement avant d'arriver à l'angle postérieur, faisant retour, en avant, jusque vers le milieu du bord gauche, en obstruant en partie un faux ombilic; bord columellaire muni de deux plis bien prononcés, le postérieur vers le milieu de l'ouverture est plus fort que l'autre; une large et mince callosité rejoint l'angle postérieur.

Remarques. — A première vue, et surtout d'après les dessins, on pourrait prendre cette coquille pour le jeune âge de l'espèce précédente; mais un examen attentif y fait vite reconnaître des différences essentielles. L'ouverture est beaucoup plus étroite, les plis columellaires plus forts et plus apparents, et le bourrelet présente la particularité d'être brusquement interrompu vers l'angle postérieur.

Nous ne possédons qu'un seul spécimen complet de cette espèce. L'inté-

rieur est, en partie encroûté, ce qui nous a peut-être caché certaines particularités intéressantes.

Les *A. ovata,* Lamk. (*Ann. du Mus.*, IV, p. 435 et VIII, pl. LX, fig. 8*ab*, et Desh., 1824, II, p. 68, pl. VI, fig. 12-13) et *A. Lamarki,* Desh. (1863, II, p. 778, pl. XLVIII, fig. 22-24), toutes deux du calcaire grossier, nous semblent être celles du bassin de Paris qui s'approchent le plus de notre espèce. Elles en ont à peu près la taille; mais, entre autres caractères distinctifs, le bourrelet de l'espèce de Mons est beaucoup plus fort et l'ouverture plus étroite. Nous ne remarquons pas non plus, à cette dernière, les varices périodiques des espèces du bassin de Paris.

FIG. 2*a*, vue du côté de l'ouverture, grandeur double.
— 2*b*, vue par-dessus, grandeur double.
— 2*c*, grandeur naturelle.

AURICULA PERFORATA, *nov. sp*

Pl. XXV, fig. 3*a*, *b*, *c*.

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille	0,021	—	100
	Largeur —	0,010	—	48
	Hauteur du dernier tour.	0,0105	—	50
	Angle apical			60°

Coquille assez grande, ovale, allongée, composée de huit ou neuf tours étroits, presque plats, s'enroulant d'abord sous un angle un peu concave au voisinage du sommet mais devenant convexe aux derniers tours, séparés par des sutures linéaires presque superficielles et bordées d'une mince bandelette relevée à la partie postérieure des tours; dernier tour très développé, portant un léger renflement au tiers postérieur, un peu en avant duquel se fait le retour de la spire; base atténuée en avant, ayant un ombilic profond, étroit, semi-lunaire, très-bien limité par une carène saillante partant de la partie antérieure de l'ouverture pour se perdre en arrière sous la callosité du bord columellaire; toute la surface est ornée de stries de croissance fines, obliques, irrégulières, et de costulations parallèles affectant une certaine régularité aux premiers tours, mais devenant irrégulières au dernier; ouverture allongée, irrégulière ou sub-polygonale, aiguë en arrière, dilatée et légèrement sinueuse en avant; péristome bordé par un bourrelet arrondi, fortement épaissi à la columelle et à la partie antérieure, moins fort au bord droit; bord columellaire portant trois plis, le plus fort presque au milieu, étroit et très saillant, l'antérieur plus petit et de même forme, le troisième en arrière, plus obtus et affectant la forme d'un renflement provenant du passage de la carène de l'ombilic.

Remarques. — De toutes les espèces données par Deshayes, l'*A. Neglecta,* Desh. (1866, II, p. 777, pl. XLVIII, fig. 27-29), de l'étage des sables moyens, est celle qui se rapproche le plus de la nôtre. Mais, outre les différences provenant des dimensions proportionnelles, l'espèce de Mons possède un ombilic véritable au lieu de la simple fente ombilicale de l'espèce du bassin de Paris.

Fig. 3*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie une fois et demie.
— 3*b*, vue par-dessus, grossie une fois et demie.
— 3*c*, grandeur naturelle.

Auricula vicina, *nov. sp.*

Pl. XXV, fig. 4*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0075 —	100
	Largeur —	0,0035 —	47
	Hauteur du dernier tour	0,0035 —	47
	Angle apical		55°

Coquille assez petite, allongée, turriculée, à spire pointue, composée de six tours presque plats s'enroulant sous un angle convexe, très étroits au sommet, mais s'élargissant rapidement, réunis par des sutures linéaires presque superficielles, un peu irrégulières et onduleuses, le dernier très développé en longueur, ornés de stries d'accroissement obliques, très fines et très serrées; extérieur des tours montrant une légère dépression suturale bien visible au dernier, mais s'effaçant de plus en plus en approchant du sommet; ouverture ovale, oblique, un peu dilatée en avant, fort aiguë en arrière; bord droit et bord antérieur simples et tranchants, mais s'épaississant en un large bourrelet intérieur peu saillant; bord columellaire portant vers le milieu un pli très saillant, un peu oblique, presque transverse, en avant un second pli beaucoup moins saillant, presque droit, et en arrière un troisième plus petit encore, séparé du pli médian par un sillon large et profond; une légère callosité recouvre tout le bord columellaire.

Remarques. — Un examen rapide ferait facilement confondre cette espèce avec le *Blauneria acuta* que nous verrons plus loin; mais les particularités de l'ouverture, et surtout le troisième pli columellaire, ne doivent pas faire hésiter à l'en distinguer et même à la placer dans un autre genre. On lui reconnaît également un second bourrelet intérieur en arrière de celui du

bord, indiquant une périodicité d'accroissement peu prolongée. Elle est plus élancée que toutes les espèces données par Deshayes.

Fig. *4a*, vue du côté de l'ouverture, grossie quatre fois.
— *4b*, vue par-dessus, grossie quatre fois.
— *4c*, grandeur naturelle.

Auricula longa, *nov. sp.*

Pl. XXV, fig. *5a, b, c.*

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0125	— 100
	Largeur —	0,004	— 32
	Hauteur du dernier tour	0,005	— 40
	Angle apical au sommet		40°
	— au dernier tour		15°

Coquille assez petite, fort allongée, sub-cylindrique, composée de six tours peu arrondis, séparés par des sutures linéaires irrégulières, déprimés à la partie postérieure et dessinant ainsi un cordonnet sutural, ornés de stries d'accroissement obliques, irrégulières ; ouverture étroite, oblique, arrondie et un peu élargie en avant, aiguë en arrière ; le bord antérieur et le bord droit simples, mais ce dernier s'épaisissant rapidement en un bourrelet intérieur bien marqué portant vers le milieu un léger enflement dentiforme ; bord columellaire oblique, portant trois plis, le premier à la partie antérieure de la columelle assez petit, le second vers le milieu plus prononcé et correspondant au renflement du bord droit, le troisième plus petit, un peu en arrière ; bord gauche recouvert d'une légère callosité.

Remarques. — Nous répétons, à propos de cette espèce, ce que nous avons dit de l'espèce précédente (*A. vicina,* p. 93), qu'un examen rapide la ferait facilement ranger parmi les *Blauneria.* Les dents columellaires, et le bourrelet du bord droit beaucoup plus accusé que chez l'*A. vicina,* en font également une *Auricula,* plus élancée que cette dernière et avec laquelle d'autres particularités de l'ouverture empêchent de la confondre.

Fig. *5a*, vue du côté de l'ouverture, grossie cinq fois.
— *5b*, vue par-dessus, grossie cinq fois.
— *5c*, grandeur naturelle.

AURICULA PARVA, *nov. sp.*

Pl. XXV. fig. 6*a*, *b*, *c*.

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille	0,008 — 100
	Largeur —	0,004 — 50
	Hauteur de l'ouverture	0,004 — 50
	Angle apical	45°

Coquille assez petite, mince et fragile, ovale, composée de six tours peu saillants, arrondis, s'enroulant régulièrement en une spire pointue, séparés par des sutures bien marquées, ornés de stries d'accroissement obliques, irrégulières, et creusés d'une légère dépression postérieure produisant un petit cordonnet sutural ; dernier tour très développé, portant à la partie postérieure une carène obtuse en avant de laquelle se fait le retour de la spire ; base conique ; ouverture ovale, oblique, allongée, aiguë en arrière, arrondie et saillante en avant ; bord droit ovale, arqué, mince, s'épaississant un peu en dedans ; bord columellaire légèrement concave, portant deux plis aigus assez petits, l'antérieur est un peu plus saillant que l'autre.

Remarques. — Cette espèce se rapproche de certaines espèces du bassin de Paris, entre autres de l'*A. depressa,* Desh. (1863, II, p. 776, pl. XLVIII, fig. 19-21), des sables inférieurs d'Héronval et qui est extrêmement rare. Notre espèce est beaucoup plus petite, un peu moins large proportionnellement et n'a que deux plis columellaires.

FIG. 6*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie trois fois.
— 6*b*, vue par-dessus, grossie trois fois.
— 6*c*, grandeur naturelle.

Genre PYTHIA, Bolten, 1798.

Car. gén. — Coquille ovale, à spire conique et déprimée, à tours nombreux portant des varices latérales obliques, opposées et correspondant à chaque demi-tour de spire ; ouverture étroite, grimaçante, le bord columellaire fortement plissé, le bord droit portant au bourrelet quelques dents alternant avec les plis columellaires.

Remarques. — Nous rapportons à ce genre trois espèces du calcaire gros-

sier de Mons qui, par leurs varices latérales, semblent bien lui appartenir. D'autres espèces, très voisines par les particularités de l'ouverture, ont été rapportées à d'autres genres.

Pythia distensus, *nov. sp.*

Pl. XXVI, fig. 2*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0105 —	100
	Largeur —	0,007 —	67
	Hauteur du dernier tour	0,0065 —	64
	Angle apical		75°

Coquille mince et fragile, ovale, globuleuse, composée de cinq à six tours arrondis, s'enroulant sous un angle un peu convexe en une spire courte et obtuse, réunis par des sutures linéaires portant une dépression longitudinale bien accusée à la partie postérieure des tours, et à chaque tour deux varices obliques opposées correspondant d'un tour à l'autre; ces tours sont ornés de stries et sillons d'accroissement obliques, transverses, très serrés, le dernier tour très développé, ovale, très renflé en avant de la dépression suturale; ouverture ovale, oblique, grimaçante, arrondie en avant, aiguë en arrière; bord droit arqué, mince, mais fortement épaissi à l'intérieur par un bourrelet très fort à la partie médiane, assez atténué vers la partie postérieure et portant deux protubérances dentiformes qui le divisent presque par tiers; bord columellaire portant trois plis, l'antérieur très saillant et tordu, le second presque au milieu de l'ouverture aussi saillant et bifide, le troisième plus petit se prolongeant vers la partie postérieure, les intervalles entre les plis correspondant aux dents du bord droit; une callosité très mince réunit le bord droit au bord columellaire.

Remarques. — Les varices caractéristiques ne laissent aucun doute sur la détermination générique de cette espèce; il en est de même des particularités de l'ouverture; la dent médiane du bord columellaire, qui est bifide, la rapproche des *Plecotrema*. Nous ne connaissons pas une coquille dans les terrains éocènes que nous puissions comparer à la nôtre. Elle est assez rare dans le calcaire grossier de Mons.

Fig. 2*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie trois fois.
— 2*b*, vue par-dessus, grossie trois fois.
— 2*c*, grandeur naturelle.

Pythia globosa, *nov. sp.*

Pl. XXVI, fig. 3*a*, *b*, *c*.

Dimensions : Longueur de la coquille	0,0085 —	100
Largeur —	0,0055 —	65
Hauteur du dernier tour	0,0055 —	65
Angle apical		90°

Assez petite coquille, globuleuse, déprimée, à spire courte, composée de quatre à cinq tours fort étroits, un peu arrondis, s'enroulant sous un angle convexe en une spire obtuse, recouverts de stries de croissance obliques assez fortes, surtout au dernier tour, et de quelques varices périodiques, montrant une légère dépression longitudinale à la partie postérieure, ce qui produit une bandelette mince le long de la suture; dernier tour très développé, renflé et marqué d'une carène obtuse postérieure, en avant de laquelle se fait le retour de la spire; ouverture ovale, allongée, oblique, aiguë en arrière, arrondie en avant; bord droit arqué, tranchant mais épaissi intérieurement en un bourrelet assez large portant deux protubérances dentiformes sensiblement égales et le divisant presque par tiers ; bord columellaire recouvert d'une large callosité d'où se détachent trois plis transverses, l'antérieur en spirale sur une columelle saillante, le médian beaucoup plus fort, assez écarté du premier, le troisième moins fort un peu en arrière.

Remarques. — Cette espèce est bien caractérisée, quoique la coquille soit incomplète; en effet, le dernier tour semble avoir été enlevé, mais il est probable qu'il n'a jamais été complet lui-même, en ce sens que l'animal a dû mourir avant d'avoir formé son dernier bourrelet. Les varices périodiques se montrent moins bien que sur le *P. distensus* (p. 96), mais la forme générale déprimée n'est pas moins évidente et la détermination générique ne peut guère être contestée. Les deux espèces sont, du reste, assez voisines, mais on les distinguera parfaitement l'une de l'autre par la forme et les particularités de l'ouverture.

Fig. 3*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie quatre fois.
— 3*b*, vue par-dessus, grossie quatre fois.
— 3*c*, grandeur naturelle.

Pythia pisaria, *nov. sp.*

Pl. XXVI, fig. 4*a*, *b*, *c*.

Dimensions : Longueur de la coquille	0,0045 —	100
Largeur —	0,0035 —	78
Hauteur du dernier tour	0,003 —	67
Angle apical		100°

Coquille petite, globuleuse, très fragile, à spire courte, composée de quatre ou cinq tours très étroits, recouverts de stries de croissance obliques très fines, s'enroulant sous un angle très ouvert, un peu arrondis et portant une légère dépression longitudinale à la partie postérieure produisant une bandelette mince le long de la suture; le dernier tour très développé, renflé et montrant une carène postérieure obtuse sur laquelle se fait le retour de la spire; ouverture ovale, allongée, très oblique, atténuée et aiguë en arrière, arrondie en avant; bord droit arqué, tranchant mais épaissi intérieurement surtout à la partie antérieure, et portant trois dents sur la moitié postérieure, la plus forte en avant, les deux autres progressivement plus petites; bord columellaire recouvert d'une large callosité, muni de trois plis; l'antérieur, qui est comme le retour en spirale du bord, est saillant, oblique, tordu; le second mince, également saillant, transverse, situé vers le milieu; le troisième un peu en arrière beaucoup plus petit.

Remarques. — Il n'y a que de faibles différences entre cette espèce et le *P. globosa* (p. 97). Elles consistent dans la disposition des dents du bord droit plus nombreuses chez cette dernière, dans la petitesse de son dernier pli columellaire et dans sa forme générale un peu plus trapue. Elle est également assez rare.

Fig. 4*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie cinq fois.
— 4*b*, vue par-dessus, grossie cinq fois.
— 4*c*, grandeur naturelle.

Genre **ALEXIA**, Lamk., 1847.

Car. gén. — Coquille ovale, oblongue, à spire aiguë; ouverture allongée, ovale; bord columellaire portant de trois à cinq plis, les plus petits en arrière; bord droit réfléchi, épaissi ou denté intérieurement.

Remarques. — Nous croyons devoir adopter cette coupe générique pour deux espèces du calcaire grossier de Mons dont l'aspect extérieur est à peu près le même, mais qui se distinguent facilement par les particularités de l'ouverture.

ALEXIA ELONGATA, *nov. sp.*

Pl. XXV, fig. 7*a*, *b*, *c*.

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille	0,017	— 100
	Largeur —	0,007	— 41
	Hauteur du dernier tour	0,0075	— 44
	Angle au sommet		45°
	— aux derniers tours		20°

Coquille ovale, allongée, composée de sept ou huit tours presque plats, ornés de stries de croissance obliques et irrégulières, s'enroulant sous un angle un peu convexe près du sommet mais devenant régulier en même temps que plus aigu aux derniers tours, séparés par des sutures linéaires, irrégulières, presque superficielles mais bien marquées par une légère bandelette provenant d'une petite dépression longitudinale à la partie postérieure des tours, le dernier tour bien développé, renflé vers le milieu à l'endroit où se fait le retour de la spire; base conique avec un ombilic profond, étroit, semi-lunaire, très bien limité par une carène assez aiguë partant de la partie antérieure de l'ouverture et se perdant sous la callosité du bord columellaire; ouverture allongée, losangiforme, oblique, aiguë en arrière, sinueuse en avant; bord columellaire arqué portant quatre plis, l'antérieur peu saillant, le second vers le milieu beaucoup plus fort, aigu, dirigé obliquement, le troisième moins fort quoique plus fort que le premier, le postérieur le plus petit de tous; bord gauche renversé en arrière à la partie antérieure, anguleux au renflement extérieur du tour, mince et tranchant mais s'épaississant à l'intérieur en un bourrelet large et bien marqué portant deux dents saillantes vers le milieu.

Remarques. — Cette espèce est surtout caractérisée par sa spire allongée; très peu d'Auriculidées peuvent, sous ce rapport, lui être comparées. Elle a quelques points de contact avec notre *Auricula perforata* (p. 92), par ses caractères extérieurs; mais elle s'en sépare complètement par les particularités de l'ouverture constituant ses caractères génériques.

FIG. 7*a*, vue du côté de l'ouverture, grandeur double.
— 7*b*, vue par-dessus, grandeur double.
— 7*c*, grandeur naturelle.

Alexia fusiformis, *nov. sp.*

Pl. XXV, fig. 8*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0115 —	100
	Largeur —	0,0045 —	30
	Hauteur du dernier tour	0,0045 —	30
	Angle apical		30°

Coquille allongée, fusiforme, à tours nombreux presque plats, s'enroulant régulièrement en une spire conique, séparés par des sutures peu profondes, irrégulières, le dernier assez développé, renflé vers le milieu où se fait le retour de la spire, ornés de stries et de côtes transverses obliques affectant une certaine régularité; base conique, saillante; ouverture allongée, étroite, oblique, aiguë en avant et en arrière ; bord columellaire orné de quatre plis bien visibles, le premier assez saillant, mince, dessinant une espèce de canal antérieur et en avant duquel un pli secondaire beaucoup plus petit peut se voir en regardant obliquement dans ce canal, le second plus fort que tous les autres est dirigé en avant, aplati et comme renflé à sa partie la plus saillante, séparé du premier par un vide très profond dans le fond duquel se montre une dent obtuse que l'on voit très bien en inclinant la coquille, les deux derniers également dirigés en avant et en décroissance régulière; bord droit peu courbé dans sa partie moyenne, sinueux avant d'arriver à la suture, mince mais renflé à l'intérieur en un large bourrelet portant trois protubérances dentiformes correspondant aux intervalles des plis columellaires, les postérieures plus saillantes.

Remarques. — Les premiers tours font malheureusement défaut aux deux spécimens que nous possédons de cette curieuse espèce, ce qui nous empêche d'en donner les dimensions avec certitude. Elle est très voisine du *A. elongata* (p. 99), mais elle a l'ouverture plus étroite, la base plus saillante, les plis columellaires plus saillants, etc.; la particularité du second pli aplati et renflé la rapproche des espèces suivantes que nous avons cru devoir ranger dans le genre *Plecotrema* que caractérise souvent un pli élargi et bifide.

Fig. 8*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie trois fois.
— 8*b*, vue par-dessus, grossie trois fois.
— 8*c*, grandeur naturelle.

Genre PLECOTREMA.

Car. gén. — Coquille petite, ovale, à spire conique, aiguë; ouverture oblongue, contractée; bord columellaire muni de plusieurs plis dont un est bifide; péristome épaissi, souvent variqueux, portant deux ou trois tubercules dentiformes.

Remarques. — Ce genre se lie intimement à quelques genres voisins. Les quatre espèces du calcaire grossier de Mons que nous décrivons se distinguent des *Alexia,* par l'ouverture plus contractée et plus de saillie en avant. Elles n'ont pas toutes un des plis columellaires bifide; mais, à l'exemple de M. Tournouër, nous n'attachons pas une importance trop considérable à ce caractère difficile parfois à reconnaître et qui nous forcerait à séparer des espèces qui, par leur forme générale, montrent un degré de parenté incontestable.

PLECOTREMA MINUTA, *nov. sp.*

Pl. XXVI, fig. 5*a*, *b*, *c*.

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille	0,0045 —	100
	Largeur —	0,0025 —	71
	Hauteur du dernier tour	0,002 —	57
	Angle apical	55° à 65°	

Très petite coquille globuleuse, ovalo-conique, composée de six tours assez étroits, s'enroulant en une spire légèrement convexe, séparés par des sutures linéaires un peu irrégulières, légèrement arrondis et ne montrant que des stries de croissance obliques et une légère dépression longitudinale à la partie postérieure produisant un mince cordonnet sutural; dernier tour très développé, renflé à la circonférence de la base où se fait le retour de la spire, sensiblement conique à la partie antérieure; ouverture assez grande, allongée, oblique, aiguë à la partie postérieure, un peu arrondie en avant; bord droit largement arrondi; bord gauche fortement infléchi à la base de la columelle, portant deux plis saillants, le postérieur à la base de la columelle, l'antérieur vers le milieu de celle-ci.

Remarques. — Nous possédons d'assez nombreux spécimens de cette espèce, tous à peu près de la même taille et auxquels manque toujours le

bord droit qui, à l'état complet, devait être épaissi en bourrelet et même dentelé comme le prouve un bourrelet antérieur que l'on aperçoit fort avant dans l'ouverture. En regard de ce bourrelet on remarque au bord gauche deux plis postérieurs très petits que l'on ne pourrait jamais apercevoir si la coquille était entière. Ces particularités de l'intérieur de la coquille indiquent une périodicité d'accroissement plus courte qu'un demi-tour ce qui, du reste, n'apparaît pas au dehors. C'est la plus petite des Auriculidées du calcaire grossier de Mons.

Nous ne pouvons lui comparer aucune espèce du bassin de Paris; la coquille qui s'en approche le plus provient des Faluns; c'est le *P. marginalis,* Grateloup (*Auricula,* 1838, *Plecotrema,* Tournouër, 1870), dont les proportions et les ornements sont les mêmes, mais dont les plis columellaires sont assez différents et appartiennent plus franchement au genre *Plecotrema.*

FIG. 5*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie six fois.
— 5*b*, vue par-dessus, grossie six fois.
— 5*c*, grandeur naturelle.

PLECOTREMA TURBINIFORMIS, *nov. sp.*

Pl. XXVI, fig. 6*a*, *b*, *c*.

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille	0,0055 —	100
	Largeur —	0,0035 —	64
	Hauteur du dernier tour	0,0025 —	45
	Angle apical	55° à 60°	

Coquille petite, mince et fragile, conique, turbinée, composée d'environ huit tours étroits, lisses, plats, ornés de lignes de croissance obliques, s'enroulant régulièrement en une spire allongée, conique, séparés par des sutures linéaires superficielles mais parfaitement indiquées par une mince bandelette suturale, le dernier obtus, très renflé à la partie supérieure où se fait le retour de la spire; base arrondie, un peu conique; ouverture allongée, assez étroite, très oblique, aiguë à la partie postérieure, arquée; bord droit mince, tranchant, légèrement épaissi à l'intérieur et portant une dent très légère un peu en arrière du milieu; bord columellaire courbe, recouvert d'une légère callosité, portant quatre plis, l'antérieur, qui est comme le retour du bord en spirale, assez saillant et tranchant; le second plus saillant, bifide à la base et transverse, laisse entre lui et le premier une dépression très profonde; le troisième plus petit, anguleux; le quatrième plus petit encore, dentiforme.

Remarques. — Cette coquille est à peu près de même taille que la suivante; elle en est également très voisine par sa forme et ses ornements extérieurs, mais la longueur proportionnelle de sa spire et les particularités de l'ouverture en font une espèce bien distincte.

Elle est assez rare dans le calcaire grossier de Mons.

Fig. 6*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie cinq fois.
— 6*b*, vue par-dessus, grossie cinq fois.
— 6*c*, grandeur naturelle.

Plecotrema ovalis, *nov. sp.*

Pl. XXVI, fig. 7*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,005 —	100
	Largeur —	0,003 —	60
	Hauteur du dernier tour	0,003 —	60
	Angle apical	60° à 65°	

Coquille petite, mince et fragile, conique, ovale, composée de sept à huit tours s'enroulant sous un angle légèrement convexe en une spire pointue, assez étroits, presque plats, ornées de stries d'accroissement et de légères costulations obliques, séparés par des sutures linéaires bien marquées par une mince bandelette suturale provenant d'une légère dépression longitudinale à la partie postérieure des tours; dernier tour très développé, renflé, saillant à la partie antérieure; ouverture allongée, étroite, oblique; bord columellaire orné de quatre plis: l'antérieur très oblique, en spirale autour de la columelle, le second transverse, mince, fort saillant et un peu épaissi à l'intérieur, les deux postérieurs plus petits, assez rapprochés; bord droit tranchant, s'épaississant très fort en un bourrelet intérieur portant trois dents correspondant aux vides laissés entre les plis du bord columellaire, les plus grosses en regard des plus grands vides.

Remarques. — Cette espèce n'appartient pas aussi franchement au genre *Plecotrema* que le *P. turbiniformis* (p. 102), dont elle se distingue par sa forme plus élancée du côté antérieur et les particularités de l'ouverture. Elle paraît aussi très voisine du *P. minuta* (p. 101), dont les plis sont cependant beaucoup moins développés.

Cette coquille est assez rare dans le calcaire grossier de Mons.

Fig. 7*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie cinq fois.
— 7*b*, vue par-dessus, grossie cinq fois.
— 7*c*, grandeur naturelle.

Pleurotrema conica, *nov. sp.*

Pl. XXVI, fig. 8a, b, c.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,010	— 100
	Largeur —	0,0055	— 55
	Hauteur du dernier tour	0,0045	— 45
	Angle apical		50°

Coquille assez petite, conique, mince et fragile, à peu près deux fois aussi longue que large, composée de sept ou huit tours presque plats, ornés de stries de croissance et de costulations obliques, s'enroulant régulièrement en une spire pointue, séparés par des sutures peu profondes, linéaires, quelque peu irrégulières, une légère dépression longitudinale produisant une bandelette suturale à la partie postérieure des tours ; le dernier tour assez développé montre une carène obtuse à la circonférence de la base où se fait le retour de la spire ; base conique ; ouverture oblique, étroite, aiguë aux deux extrémités ; bord columellaire revêtu d'une mince callosité d'où se détachent trois plis, le premier assez saillant et comme la continuation en retour du bord antérieur, le second plus saillant se relevant dans l'ouverture, le troisième beaucoup plus gros et obtus, tous ces plis séparés par de profonds sillons; bord droit sinueux à la carène, presque droit jusqu'à l'extrémité antérieure, tranchant mais rapidement épaissi à l'intérieur et portant deux dents peu saillantes à la partie postérieure.

Remarques. — Cette espèce est plus aiguë que le ***P. ovalis*** (p. 103), lequel est plus globuleux, a la base moins conique et les particularités de l'ouverture toutes différentes. Elle est presque aussi abondante que le ***P. minuta*** (p. 101) dans le calcaire grossier de Mons.

Fig. 8*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie trois fois.
— 8*b*, vue par-dessus, grossie trois fois.
— 8*c*, grandeur naturelle.

Genre **BLAUNERIA**, Schuttleworth.

Car. gén. — Coquille oblongue, turriculée, mince; ouverture étroite, allongée; bord columellaire portant au milieu un pli saillant, presque transverse; columelle sub-tronquée simulant un pli antérieur beaucoup plus petit; péristome non denté, tranchant, mince ou légèrement épaissi intérieurement.

Remarques. — Ce genre fut créé pour des espèces terrestres vivantes des Indes et des îles Sandwich, et rapproché, par son auteur, des oléacinides; ces espèces sont sénestres. Plus tard, Deshayes reconnut, parmi les fossiles du bassin de Paris, quelques espèces de formes analogues, mais dextres, qu'il crut devoir rapprocher des *Auriculidées* et pour lesquelles il créa le genre *Stolidoma*, qui fut admis par M. Tournouër (*Auriculidées fossiles des Faluns*, 1872) et par la plupart des conchyliologistes (MM. Adams et Woodward). Mais il a été reconnu depuis que les *Blauneria* vivantes, qui n'avaient pu être suffisamment étudiées par M. Schuttleworth pour l'établissement de son genre, appartenaient également, par leurs caractères anatomiques, à la famille des *Auriculidées*. Le genre de Deshayes devient donc un double emploi qui doit disparaître, le mode d'enroulement ayant peu d'importance.

Deshayes, dans la diagnose de son nouveau genre, n'indique, au bord columellaire, qu'un grand pli médian; mais, dans ses descriptions spécifiques, il signale un autre pli plus petit qui simule une troncature de la columelle. Ce pli ne se voit pas sur ses figures, mais bien sur les échantillons-types (Tournouër). Toutes ces considérations font, selon nous, disparaître les motifs du *G. stolidoma*.

Le genre *Blauneria* serait donc un genre fossile, et son apparition daterait des premiers temps de l'âge tertiaire.

Le calcaire grossier de Mons nous en a fourni trois espèces.

Blauneria acuta, *nov. sp.*

Pl. XXV, fig. 9*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0085	— 100
	Largeur —	0,0035	— 38
	Hauteur du dernier tour	0,004	— 47
	Angle apical		25° à 45°

Petite coquille allongée, composée de cinq tours assez larges, peu arrondis, s'enroulant en une spire pointue légèrement convexe, le dernier très développé, séparés par des sutures bien marquées et quelque peu irrégulières, ornés de fines stries d'accroissement obliques disposées irrégulièrement et, à la partie postérieure, d'un sillon bien accusé assez

écarté de la suture; ouverture ovale, assez grande, aiguë en arrière, évasée en avant, le labre aigu mais épaissi en un large bourrelet intérieur peu saillant; un second bourrelet s'aperçoit un peu en arrière et indique une période d'accroissement assez courte; deux plis au bord columellaire, l'antérieur assez petit, presque droit, le second à la base de la columelle, beaucoup plus saillant, mince, presque transverse; une légère callosité recouvre tout le bord columellaire jusqu'à l'angle postérieur de l'ouverture.

Remarques. — Le *Blauneria crassidens*, Desh. (*Stolidoma,* 1863, II, p. 766, pl. XLVIII, fig. 1-3), des sables inférieurs est très voisine de cette espèce; mais il est beaucoup plus allongé proportionnellement, et le pli antérieur est moins accusé.

Notre espèce est assez rare dans le calcaire grossier de Mons.

Fig. 9*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie quatre fois.
— 9*b*, vue par-dessus, grossie quatre fois.
— 9*c*, grandeur naturelle.

Blauneria ovata, *nov. sp.*

Pl. XXV, fig. 10*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,007	— 100
	Largeur —	0,003	— 43
	Hauteur du dernier tour	0,0035	— 50
	Angle apical		30° à 45°

Coquille petite, allongée, composée de cinq tours peu arrondis, s'enroulant en une spire aiguë sous un angle légèrement convexe, séparés par des sutures linéaires irrégulières et bien marquées, ornés de très fines stries d'accroissement irrégulières, obliques et, à la partie postérieure, d'un léger sillon plus ou moins écarté de la suture; dernier tour très développé; ouverture ovale, très grande, évasée en avant, aiguë en arrière; labre mince et tranchant, mais s'épaississant en un bourrelet large et peu saillant; bord columellaire portant deux plis, l'antérieur assez petit, presque droit, le second à la base de la columelle, beaucoup plus saillant, mince, presque transverse; une légère callosité recouvre presque tout le bord columellaire.

Remarques. — Cette coquille est plus abondante dans le calcaire grossier de Mons que le *B. acuta* (p. 105) et a avec lui la plus grande ressemblance; mais elle est constamment beaucoup plus courte relativement à la largeur et

aucun intermédiaire ne vient relier les deux formes. Elle s'écarte d'autant plus de l'espèce des sables inférieurs (*Stolidoma crassidens,* Desh.).

Fig. 10*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie quatre fois.
— 10*b*, vue par-dessus, grossie quatre fois.
— 10*c*, grandeur naturelle.

Blauneria cylindrata, *nov. sp.*

Pl. XXV, fig. 11*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,014 —	100
	Largeur —	0,004 —	29
	Hauteur du dernier tour.	0,005 —	36
	Angle apical, près du sommet		45°
	— aux trois derniers tours		11°

Coquille mince, allongée, subcylindrique, composée de six tours très larges, presque plats, ornés de stries de croissance obliques et irrégulières, s'enroulant d'abord sous un angle assez ouvert mais qui se referme ensuite considérablement, de sorte que l'angle apical est très convexe près du sommet, séparés par des sutures linéaires bien distinctes au milieu d'une large mais peu profonde dépression; dernier tour très développé; base conique et comme tronquée; ouverture ovale, allongée, aiguë en arrière, dilatée en avant; le bord droit largement arqué, aigu, mais s'épaississant en un bourrelet intérieur; bord columellaire portant deux plis, l'antérieur très petit, presque droit, le postérieur beaucoup plus fort et plus saillant, presque transverse.

Remarques. — Cette espèce s'écarte un peu du type des deux espèces précédentes: *B. acuta* et *B. ovata* (pp. 105 et 106). Elle est plus cylindrique et, par conséquent, moins ventrue. Par son facies elle se rapproche plus du *Stolidoma prælonga,* Desh. (1863, II, p. 767, pl. XVI, fig. 8-9) et *Singularis,* Desh. (*id.*, fig. 10-11). Mais ces dernières sont lisses et entièrement dépourvues d'ornements, ce qui, entre autres caractères, suffit pour les distinguer.

Cette espèce n'est pas très rare dans le calcaire grossier de Mons.

Fig. 11*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie deux fois.
— 11*b*, vue par-dessus, grossie deux fois.
— 11*c*, grandeur naturelle.

Genre MELAMPUS.

Car. gén. — Coquille ovale, à spire géneralement courte, le dernier tour très développé; ouverture longue, étroite; bord columellaire portant plusieurs plis transverses, les plus forts à la columelle; bord droit simple ou épaissi et fréquemment garni de petites côtes ou plis transverses à l'intérieur.

Remarques. — Le genre *Melampus* est caractérisé principalement par le facies général des coquilles qui s'atténuent insensiblement en avant. Les plissements du bord droit ont aussi une certaine importance, mais, à l'exemple de M. Tournouër et d'autres auteurs, nous ne pouvons lui attribuer un caractère générique.

MELAMPUS OLIVÆFORMIS, *nov. sp.*

Pl. XXV, fig. 12*a*, *b*, *c*.

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille	0,019	— 100
	Largeur —	0,0095	— 50
	Hauteur du dernier tour	0,0135	— 71
	Angle apical		90°

Coquille assez grande, presque régulièrement ovale, deux fois aussi longue que large, composée de cinq à six tours s'enroulant sous un angle très convexe en une spire très courte, peu arrondis, réunis par des sutures irrégulières, ondulées, subcanaliculées, la partie postérieure du tour n'étant qu'imparfaitement soudée au tour précédent, ornés de stries ou plis d'accroissement très bien marqués au dernier tour, peu obliques vers le milieu du tour, mais s'infléchissant en arrière pour rejoindre la suture; dernier tour très développé; ouverture allongée, étroite, très aiguë à la partie postérieure, un peu élargie et arrondie en avant; bord droit peu arqué, mince, mais s'épaississant rapidement et laissant voir plusieurs bourrelets intérieurs successifs, contigus, assez larges et bien marqués; bord columellaire portant une assez large callosité d'où se détachent deux gros plis, l'antérieur un peu oblique en arrière, très large à la base, le postérieur plus mince et presque aussi saillant, se relevant vers la partie antérieure de la coquille; un troisième pli très petit ne paraît pas à l'extérieur mais se voit très bien quand on regarde obliquement par la partie antérieure de l'ouverture.

Remarques. — Les bourrelets successifs intérieurs se terminent en arrière

par de légères protubérances tenant lieu des plis des *Melampus*, qui, comme on sait, n'existent pas chez toutes les espèces; notre coquille peut cependant être considérée comme une forme de passage entre ce dernier genre et les véritables Auriculés.

Cette espèce est très rare; nous n'en possédons qu'un seul spécimen. Elle se rapproche, par sa forme ovale, du *M. Tridentatus*, F.-E. Edwards, de High cliff, Hampshire (*Eocene Mollusca*, 1852, p. 113, pl. X, fig. *4a-4b*); mais, outre ses trois plis à la columelle, celle-ci est beaucoup moins allongée. Pour les autres comparaisons, voyez l'espèce suivante.

Fig. 12*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie une fois et demie.
— 12*b*, vue par-dessus, grossie une fois et demie.
— 12*c*, grandeur naturelle.

Melampus cochleatus, *nov. sp.*

Pl. XXV, fig. 13*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0105 —	100
	Largeur —	0,005 —	48
	Hauteur du dernier tour	0,0025 —	24
	Angle apical		70° à 72°

Coquille assez grande, un peu plus de deux fois aussi longue que large, ovale, atténuée et conoïde en avant, composée de six tours presque plats, s'enroulant en une spire aiguë, mais s'évasant de manière à en rendre l'angle concave, séparés par des sutures plus profondes aux premiers tours qu'au dernier, celui-ci allongé, dilaté vers la partie postérieure, lisses et sans autre ornement que de très fines stries de croissance; ouverture étroite, oblique, arrondie antérieurement, aiguë en arrière; bord columellaire portant deux plis également saillants, l'antérieur assez fort, le postérieur plus mince se projetant en avant; bord droit mince et tranchant, mais s'épaississant insensiblement sans former de bourrelet intérieur bien défini.

Remarques. — En regardant obliquement, comme à l'espèce précédente, par la partie antérieure de l'ouverture, on aperçoit un petit pli antérieur. Les deux espèces sont, du reste, très voisines, et nous étions fort portés à en faire deux variétés du même type : en effet, les formes de l'ouverture et

des plis columellaires sont les mêmes, mais le bord droit ne montre pas d'une façon aussi marquée les renflements antérieurs formant des bourrelets successifs; d'autres différences plus sensibles consistent dans le facies général de la coquille, plus conique et à spire aiguë et concave au lieu d'être obtuse. Enfin les stries de croissance rejoignent normalement la suture au lieu de se recourber en arrière.

Comme pour le *M. olivæformis* (p. 108), aucune espèce du bassin de Paris n'a la spire aussi courte. Pour leur trouver, à l'un et à l'autre, des points de comparaison, il nous faut remonter jusque dans les faluns : nous citerons entre autres le *M. pilula,* Tournouër (*Auriculidées fossiles des faluns, Journal de conchyliologie,* 1872, p. 77, pl. III, fig. 6) qui n'offre que comme une très rare exception de petits plis transverses à l'intérieur du bord droit.

Cette espèce est plus abondante que la précédente.

FIG. 13*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie une fois et demie.
— 13*b*, vue par-dessus, grossie une fois et demie.
— 13*c*, grandeur naturelle.

Genre CARYCHIUM, Muller, 1774.

Car. gén. — Coquille très petite, pupiforme, hyaline, à tours peu nombreux; ouverture sub-ovale; columelle ornée d'un à trois plis dentiformes inégaux; bord droit muni d'une dent médiane.

Remarques. — Ce genre est bien caractérisé. Les *Carychium,* dit Deshayes, sont au nombre des plus petites coquilles qui habitent la surface de la terre. Il est probable que, par cela même, bien des espèces ont échappé à l'œil de l'observateur.

Ce genre a commencé à se montrer à l'époque jurassique. Nous n'en avons rencontré qu'une seule espèce dans le calcaire grossier de Mons.

CARYCHIUM MUNIERI, *nov. sp.*

Pl. XXVI, fig. 1*a*, *b*, *c*.

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille	0,002 —	100
	Largeur —	0,001 —	50

Très petite coquille ovoïde, deux fois aussi longue que large, composée de cinq tours arrondis, lisses et brillants, s'enroulant en une spire convexe très obtuse au sommet mais devenant ensuite subcylindrique, d'abord assez étroits mais acquérant de plus en plus de largeur jusqu'au dernier qui est très développé, séparés par des sutures bien marquées; ouverture ovale, oblique, aiguë en arrière, arrondie en avant; bord droit muni d'un bourrelet arrondi, saillant à l'intérieur comme à l'extérieur et ayant un renflement au milieu; deux dents au bord columellaire, l'antérieure assez petite, la postérieure au milieu très saillante et se relevant en avant en regard du renflement du bord droit.

Remarques. — Deshayes a figuré quatre espèces éocènes du bassin de Paris, provenant toutes des terrains lacustres du Soissonnais. Celle qui se rapproche le plus de l'espèce de Mons est le *C. Michelini* (*Auricula,* Boissy, 1848; Desh., 1863, II, p. 783, pl. XLIX, fig. 4-6), assez commune dans les marnes calcaires de Rilly, qui s'en distingue par la spire plus pointue et une dent bien caractérisée au bord droit au lieu d'un simple renflement.

Nous dédions cette espèce à M. Meunier-Chalmas, le savant préparateur de la Sorbonne, qui nous a aidé avec tant d'intelligence et de sûreté de coup d'œil dans les comparaisons que nous avons dû faire avec les espèces du bassin de Paris.

FIG. 1*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie onze fois.
— 1*b*, vue par-dessus, grossie onze fois.
— 1*c*, grandeur naturelle.

Genre **CYCLOSTOMA**, Draparnaud, 1801.

Car. gén. — Coquille turbinée, ovale, turriculée ou déprimée; ouverture ronde ou ovalaire; péristome simple, rarement discontinu, quelquefois évasé; opercule corné ou calcaire.

Remarques. — Ces Mollusques sont entièrement terrestres et ont une poche pulmonaire. Cependant les naturalistes les excluent de l'ordre des pulmonés véritables qui, à l'exception du genre *Amphibola,* ne sont jamais operculés et ont les deux sexes réunis sur chaque individu, pour les placer dans les *Pectinibranches.* Nous continuerons cependant à suivre la classification de Woodward qui les place à la suite des *Auriculidées.*

Ce genre est apparu à l'époque crétacée, mais il est surtout très abondant dans les terrains tertiaires. « Il est presque impossible, dit M. Fischer (p. 747), de classer les formes fossiles faute de l'opercule. On doit donc considérer comme très hypothétiques les identifications génériques proposées par les auteurs et notamment par Sandberger. » Ceci pourrait s'appliquer aux deux espèces que nous donnons du calcaire grossier de Mons, dont les opercules nous sont inconnus, mais dont, cependant, les coquilles réunissent suffisamment, d'après nous, les autres caractères du genre.

CYCLOSTOMA PARVISULCATA, *nov. sp.*

Pl. XXV, fig. 14*a*, *b*, *c*.

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille	0,006 —	100
	Largeur —	0,004 —	67
	Hauteur du dernier tour	0,003 —	50
	Angle apical		50° à 55°

Coquille assez petite, conique, très large à la base, composée de cinq à six tours s'enroulant régulièrement sous un angle assez ouvert, séparés par des sutures profondes, arrondis mais légèrement aplatis à la partie extérieure, les deux premiers entièrement lisses, les autres ornés de sillons longitudinaux assez irréguliers dont six ou sept restent à découvert à l'extérieur des tours, les plus serrés longeant la suture postérieure ; base un peu carénée à la circonférence, également ornée de sillons longitudinaux plus ou moins forts, assez serrés depuis le retour de la spire jusqu'à la carène d'un ombilic profond qui en occupe le centre ; ouverture assez grande, arrondie, le bord droit très mince, légèrement anguleux à la carène de la base, le bord gauche décrivant une courbe régulière.

Remarques. — Cette coquille est très fragile ; aussi les spécimens que nous possédons sont-ils tous incomplets du côté de l'ouverture. Cependant nous conservons peu de doutes quant à la détermination générique. Par sa forme

générale elle rappelle le *C. parvulum* (Desh., 1863, II, p. 884, pl. LVII, fig. 31-33), mais par cela seulement, car notre coquille est beaucoup plus grande et l'espèce de Deshayes est entièrement lisse.

Fig. 14*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie quatre fois.
— 14*b*, vue par-dessus, grossie quatre fois.
— 14*c*, grandeur naturelle.

Cyclostoma Mathildiæformis, *nov. sp.*

Pl. XXV, fig. 15*a*, *b*, *c*, *d*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,013 —	100
	Largeur —	0,007 —	54
	Hauteur du dernier tour	0,005 —	38
	Angle apical		40°

Coquille conique, à tours nombreux, arrondis, séparés par des sutures profondes, ornés de côtes longitudinales dont sept restent à découvert par le retour de la spire, et entre lesquelles on remarque des filets beaucoup plus petits, séparées par des intervalles assez larges à la suture postérieure mais diminuant progressivement en avançant vers la partie antérieure ; ces côtes sont recoupées par d'autres côtes transverses à peu près d'égale grosseur, mais plus serrées, assez irrégulières, au nombre de cinquante à soixante pour une révolution de la spire, granuleuses à la traversée des ornements longitudinaux ; base ronde, ombiliquée ; ouverture arrondie ; columelle creuse.

Remarques. — La description de cette coquille laisse à désirer et les dimensions données plus haut sont plus ou moins douteuses. Nous n'en avons recueilli qu'un spécimen incomplet, dont les ornements, il est vrai, sont parfaitement conservés, mais qui nous laissent un peu d'incertitude quant à sa détermination générique. Elle est remarquable par ses côtes transverses très nombreuses, dessinant avec les côtes longitudinales un treillis d'une grande régularité qui rappelle les ornements de certains *Scalaria* ou même ceux des *Mathildia*.

Nous ne trouvons dans Deshayes aucune espèce qui puisse lui être comparée.

Fig. 15*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie deux fois.
— 15*b*, vue par-dessus, grossie quatre fois.
— 15*d*, ornements fortement grossis.
— 15*c*, grandeur naturelle.

ORDRE III. — OPISTHOBRANCHES.

Genre ACTEON, Monf., 1810.

SYNONYMIE : **Tornatella**, Lamk., 1812.

Car. gén. — Coquille ovale, à spire conique, saillante, aiguë; tours arrondis, marqués généralement de sillons longitudinaux ponctués; ouverture allongée, arrondie et élargie en avant, aiguë en arrière; labre simple et tranchant; bord columellaire portant un ou plusieurs plis.

Remarques. — Le plus grand nombre des genres de la famille des *Tornatellidés* ne nous sont connus qu'à l'état fossile et paraissent avoir caractérisé principalement la période crétacée. Le genre *Acteon* est un de ceux qui nous ont été conservés. Les espèces actuelles vivent dans les mers de toutes les régions à d'assez grandes profondeurs.

Les espèces fossiles ont commencé à se montrer dès le trias. Elles sont devenues très nombreuses à l'époque tertiaire. Le calcaire grossier de Mons nous en a fourni trois espèces, dont une anciennement connue dans le bassin de Paris.

ACTEON PARISIENSIS, Milleville, *sp.*

Pl. XXVI, fig. 10*a*, *b*, *c*.

DIMENSIONS :	Longueur de la coquille	0,008
	Largeur —	0,0045
	Hauteur du dernier tour	0,004
	Angle apical	50°

SYNONYMIE : **Tornatella biplicata**, Melleville, 1843, *Sables tert. inf.*, p. 52, pl. IV, fig. 20-22.
Acteon biplicatus, d'Orb., 1850, *Prod.*, II, p. 304, n° 78.
Tornatella Parisiensis, Desh., 1862, II, p. 603, pl. XXXVII, fig. 26-28.
— — Watelet, 1870, *Cat. des moll. des sables inf.*, p. 9.
— — G. Vincent, 1876, *Faune de l'ét. land. inf.*, p. 159, pl. X, fig. 6 *a*, *b*.
— — Mourlon, 1880, *Géol. de la Belg., listes des foss.*, p. 148.

Coquille assez petite, ovale, composée de six tours s'enroulant régulièrement en une spire pointue, séparés par des sutures profondes sub-canaliculées, un peu arrondis, le

dernier très développé, ornés de sillons longitudinaux séparés par des parties presque planes, quelquefois d'un espacement assez régulier, mais le plus souvent assez serrés à la partie antérieure et plus loin s'écartant et se rapprochant d'une façon assez capricieuse, traversés par des stries de croissances irrégulières, plus serrées, et y laissant des perforations caractéristiques; ouverture ovale, presque droite, assez large en avant, atténuée en arrière; bord droit mince, arqué; bord antérieur arrondi; bord columellaire revêtu d'une mince callosité, renflé jusqu'à la base de la columelle; celle-ci droite, portant deux plis spiraux, minces, élevés, le postérieur un peu plus fort que l'autre.

Remarques. — Il ne nous a pas été possible, par un examen des plus minutieux et des comparaisons avec d'assez nombreux spécimens de l'*A. Parisiensis* que nous possédons de Châlons-sur-Vesles, de séparer l'espèce de Mons de celle du bassin de Paris. On sait qu'elle est propre aux sables inférieurs, depuis les sables de Bracheux jusqu'aux sables de Jonchery. Les dimensions des plus grands individus de Mons dépassent un peu la taille maxima que Melleville assigne à la coquille de Châlons-sur-Vesles, mais les proportions restent les mêmes. Quant aux ornements, aux plis columellaires et au facies en général, nous ne pouvons les différencier.

Cette coquille est très abondante dans le calcaire grossier de Mons. Elle a été signalée en Belgique dans l'étage du tufeau de Lincent par M. G. Vincent (*Mém. de la Société malacologique de Belgique,* 1875-1876) qui lui trouve aussi une taille un peu supérieure à celle des types des auteurs français.

Fig. 10*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie quatre fois.
— 10*b*, vue par-dessus, grossie quatre fois.
— 10*c*, grandeur naturelle.

ACTEON TENUIPLICATUS, *nov. sp.*

Pl. XXVI, fig. 11*a*, *b*, *c*, *d*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0055 —	100
	Largeur —	0,003- —	55
	Hauteur du dernier tour	0,003 —	55
	Angle apical		42°

Assez petite coquille ovale, allongée, solide, brillante, composée de cinq à six tours légèrement convexes, séparés par des sutures bien marquées, le tour antérieur surplombant un peu, enroulés régulièrement en une spire pointue, ornés de sillons longitudinaux fins, laissant entre eux des espaces plats assez réguliers, ponctués à la traversée de stries

de croissance irrégulières, obliques, dont six restent à découvert à l'extérieur des tours, les plus forts à la partie postérieure et les autres se prolongeant sur toute la base en s'écartant un peu à la partie renflée ; ouverture ovale, oblique, arrondie en avant, aiguë en arrière; bord droit largement arqué; bord gauche recouvert d'une légère callosité montrant vers le milieu un pli antérieur oblique très bien accusé, et un peu en arrière un léger relèvement simulant vaguement un second pli.

Remarques. — Nous possédons plusieurs individus complets de cette curieuse espèce, mais du jeune âge et ne montrant pas aussi bien toutes les particularités que le spécimen adulte que nous avons dessiné. Celui-ci a le bord droit en partie enlevé. Les ornements longitudinaux ont bien les caractères de ceux des actéons, mais ils demandent à être observés avec une assez forte loupe.

Deshayes décrit plusieurs espèces de *Tornatella* (*Acteon*) des sables inférieurs à un seul pli columellaire et qui ont, par cela même, certains rapports avec notre espèce, sans cependant pouvoir être identifiées avec elle. Le *T. turgida* (1862, II, p. 594, pl. XXXVII, fig. 14, 16) a la spire beaucoup plus obtuse; le *T. electa* (p. 595, fig. 17-19. *T. elegans*, Mell., 1843) est, au contraire, plus élancé; il en est de même du *T. lœta* (p. 600, pl. XXXVII, fig. 23, 25) et du *T. Aizyensis* (p. 597, fig. 29, 31, pl. XXXVIII, fig. 1, 3).

Fig. 11*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie cinq fois.
— 11*b*, vue par-dessus, grossie cinq fois.
— 11*c*, grandeur naturelle.

Acteon formosus, *nov. sp.*

Pl. XXVI, fig. 12*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0025 — 100
	Largeur —	0,0015 — 60
	Hauteur du dernier tour	0,0015 — 60
	Angle apical	75°

Très petite coquille ovale, globuleuse, brillante, composée de quatre tours arrondis, assez étroits, séparés par des sutures profondes et sub-canaliculées, s'enroulant régulièrement sous un angle très ouvert, ornés de nombreux sillons longitudinaux très fins, plus ou

moins régulièrement espacés, les plus forts et les plus serrés à la partie postérieure des tours et au milieu de la base, séparés par des intervalles presque plats, recoupés de stries de croissance nombreuses et bien marquées, surtout en approchant de l'ouverture; le dernier tour très développé, sub-conique, très renflé au retour de la spire; ouverture semi-lunaire, arrondie en avant, aiguë en arrière; bord droit largement arqué; bord gauche recouvert d'une callosité de laquelle se détache une dent assez obtuse à la base de la columelle.

Remarques. — Cette espèce, parfaitement caractérisée, est très rare dans le calcaire grossier de Mons. Le *Tornatella sphœricula,* Desh. (1856, II, p. 60, pl. XXVI, fig. 32-34 et pl. XXXVII, fig. 32, 33), espèce du calcaire grossier de Paris, est beaucoup plus grande; de plus, elle n'a pas à proprement parler de pli columellaire, lequel est remplacé par un renflement du milieu de la columelle, ce qui suffit pour la distinguer.

Fig. 12*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie dix fois.
— 12*b*, vue par-dessus, grossie dix fois.
— 12*c*, grandeur naturelle.

Genre BULLA.

Car. gén. — Coquille enroulée, ovoïde, lisse et brillante; spire concave et ombiliquée; ouverture occupant toute la longueur de la coquille, arrondie en avant; le bord droit simple et tranchant.

Remarques. — Les *Bulles* ont commencé à se montrer dans les terrains crétacés; elles sont très nombreuses dans les terrains tertiaires, et ont acquis leur maximum dans les mers actuelles.

Le calcaire grossier de Mons nous en a procuré une seule espèce.

Bulla baristriata, *nov. sp.*

Pl. XXVI, fig. 13*a*, *b*, *c*.

Dimensions :	Longueur de la coquille	0,0045	— 100
	Largeur —	0,00225	— 50

Coquille petite, ovoïde, lisse et brillante, deux fois aussi longue que large, atteignant sa plus grande largeur vers le milieu, le côté du labre un peu moins courbé que

l'autre, à spire cachée et rentrant dans la coquille en un ombilic petit et un peu caréné à la circonférence; ouverture fort allongée, recourbée vers l'axe de la coquille au côté postérieur, assez étroite et conservant ses deux bords parallèles sur un peu plus de la moitié de sa longueur, s'élargissant ensuite insensiblement jusqu'à la partie antérieure où elle atteint environ trois fois sa largeur primitive; bord droit arrondi à ses deux extrémités, s'avançant un peu sur l'ouverture à sa partie médiane; bord columellaire portant un pli oblique assez large à sa partie antérieure; surface extérieure ornée de quelques stries longitudinales laissant entre elles de larges espaces plats et se montrant surtout à la partie antérieure de la coquille.

Remarques. — Cette espèce est très abondante dans le calcaire grossier de Mons. Elle est assez voisine du *B. semistriata,* Desh. (1824, II, p. 44, pl. V, fig. 27, 28, et 1863, II, p. 642), coquille des sables inférieurs; mais celle-ci est généralement de plus grande taille et montre des stries beaucoup plus nombreuses, aussi bien à la partie postérieure qu'à la partie antérieure de la coquille.

Fig. 13*a*, vue du côté de l'ouverture, grossie six fois.
— 13*b*, vue par-dessus, grossie six fois.
— 13*c*, grandeur naturelle.

FIN DES GASTÉROPODES.

TABLE ALPHABÉTIQUE

DES

GENRES ET DES ESPÈCES.

EXPLICATION DES PLANCHES.

PREMIÈRE PARTIE. — 1870.

Planche I.

Planche II.

Planche III.

Planche IV.

Planche V.

SECONDE PARTIE. — 1873.

Planche VI.

Fig. 1.	*Natica Parisiensis*, Desh., sp.	p. 2
— 2.	— *infundibulum*, Watelet	4
— 3.	— — id.	4
4.	— *Wateleti*, nov. sp.	6
5.	*Turbonilla conjungens*, nov. sp	15
— 6.	— *hordeola*, Lamk., sp.	12
— 7.	— *expansa*, nov. sp.	14
— 8.	— *Dehayesi*, Desh., sp.	13
— 9.	— *exigua*, nov sp.	16
— 10.	— *parva*, nov. sp.	15
11.	— *acicula*, Lamk., sp.	10
— 12.	— *conica*, nov. sp.	16
— 13.	*Potamides inornatus*, nov sp.	66
— 14.	*Pyramidella eburnea*, Desh.	8
— 15.	*Cirithium Duponti*, nov. sp.	40
— 16.	*Natica Julei*, nov. sp.	7

Planche VII.

Fig. 1.	*Melania exornata*, nov. sp.	68
— 2.	— *Florentinæ*, nov. sp.	70
— 3.	— *nuda*, nov. sp.	67
— 4.	— *Elisæ*, nov. sp.	69
— 5.	*Coemansia conica*, nov. sp.	19
— 6.	— *cylindracea*, nov. sp.	19
— 7.	*Melanopsis buccinoides*, *Ferrussac*.	71
— 8.	— — id.	71
— 9.	— — id.	71
— 10.	*Eulima lata*, nov. sp.	22
— 11.	— *dubia*, nov. sp.	23
12.	— *vicina*, nov. sp.	22
— 13.	— *levis*, nov. sp.	21
— 14.	*Cerithium minusculum*, nov. sp.	49
— 15	— *granisuturatum*, nov. sp.	41

Planche VIII.

Fig. 1.	*Cerithium inopinatum*, *Desh*	25
— 2.	— *Dejaeri*, nov. sp.	27
— 3.	— *Koeneni*, nov. sp	28
— 4.	— *multifilum*, nov. sp.	29
— 5.	— *planovaricosum*, nov. sp.	30
— 6.	— *ovalituberosum*, nov. sp.	31
— 7.	— *triangulum*, nov. sp.	37
— 8.	— *regularicostatum*, nov. sp.	32
— 9.	— *Larteti*, nov. sp.	39
— 10.	— *Luciani*, nov. sp.	38
— 11.	— *Francisei*, nov. sp.	42
— 12.	— *subcylindraceum*, nov. sp.	44

Planche IX.

Fig. 1.	*Cerithium Pauli*, nov. sp.	36
— 2.	— *Malaisei*, nov. sp.	35
Fig. 3	*Cerithium varians*, nov. sp.	p. 34
— 4.	— *Mourloni*, nov. sp.	43
— 5.	— *Lehardyi*, nov. sp.	42
— 6.	— *Coemansi*, nov. sp.	47
— 7	— *sexlinum*, nov sp	33
— 8.	— *instabile*, nov. sp.	48
— 9.	— *versigranulum*, nov. sp	45
— 10	— *Ryckholti*, nov sp	46

Planche X.

Fig. 1.	*Cerithium unisulcatum*, Lamk.	54
— 2.	— — id	54
— 3.	— — id	54
— 4.	— — id	54
— 5.	— *abnorme*, nov. sp.	59
— 6.	— *Queteleti*, nov. sp	53
— 7.	— *tenuiplicatum*, nov. sp.	58
— 8.	— *punctifibrum*, nov. sp.	57
— 9.	— *striatum*, Brug.	51
— 10.	— *Edmondi*, nov. sp.	60
— 11.	— *punctifibrum*, nov. sp., var	57
— 12.	— *tenuiplicatum*, nov. sp., var.	58
— 13.	— *Chapuisi*, nov. sp.	60

Planche XI.

Fig. 1.	*Potamides Montense*, nov. sp.	63
— 2	*Turritella Montensis*, nov. sp.	80
— 3.	— *acuta*, nov. sp.	85
— 4.	*Pirena gibbosa*, nov. sp.	74
— 5.	*Turritella Arsenei*, nov. sp.	85
— 6.	— *Alphonsi*, nov. sp.	84
— 7.	*Pirena incerta*, nov. sp.	75
— 8.	*Turritella Marthæ*, nov. sp.	79
— 9.	— *Coemansi*, nov. sp.	82
— 10.	*Cerithium Montense*, nov. sp.	50
— 11.	*Turritella Montensis*, nov. sp	80
— 12.	— id. nov. sp.	80

Planche XII.

Fig. 1.	*Scalaria formosa*, nov. sp.	92
— 2.	— *Gosseleti*, nov. sp.	93
— 3.	— *Dumonti*, nov sp.	93
— 4.	*Turritella Hannonica*, nov. sp.	83
— 5.	— *Nysti*, nov. sp.	85
— 6.	— *Herminæ*, nov. sp.	90
— 7.	— *patula*, nov. sp.	88
— 8.	— *multisulcata*, Lamk.	77
— 9.	— *instabilis*, nov. sp.	86
— 10.	— *multisulcata*, Lamk.	77
— 11.	*Cerithium Dumonti*, nov. sp.	61
— 12.	*Turritella Mariæ*, nov. sp.	88

TROISIÈME PARTIE. — 1877.

Planche XIII.

Planche XIV.

Planche XV.

Planche XVI.

Planche XVII.

Planche XVIII.

QUATRIÈME PARTIE. — 1886.

Planche XIX.

Planche XX.

Planche XXI.

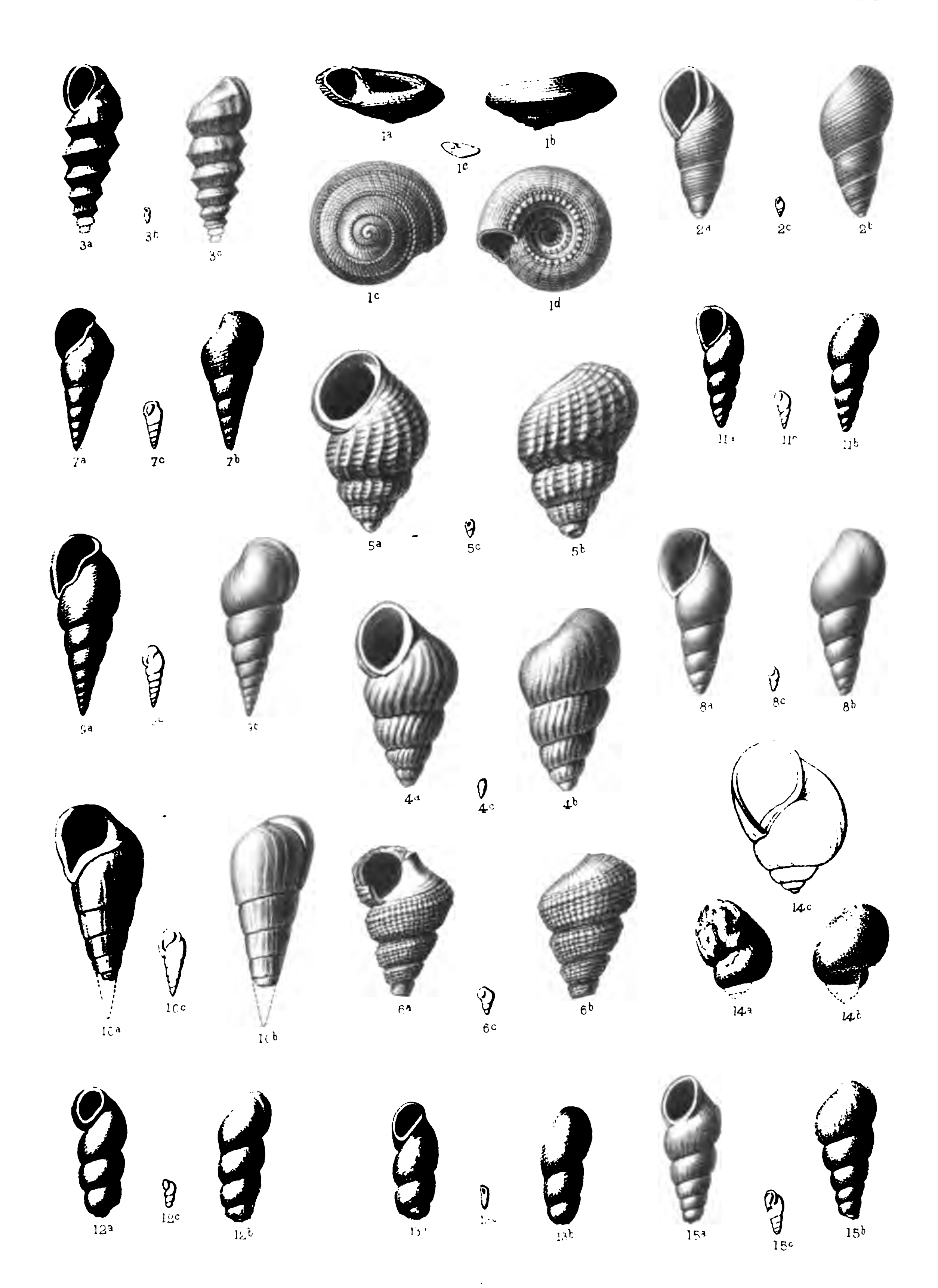
Planche XXII.

Planche XXIII.

Planche XXIV.

Planche XXV.

Planche XXVI.



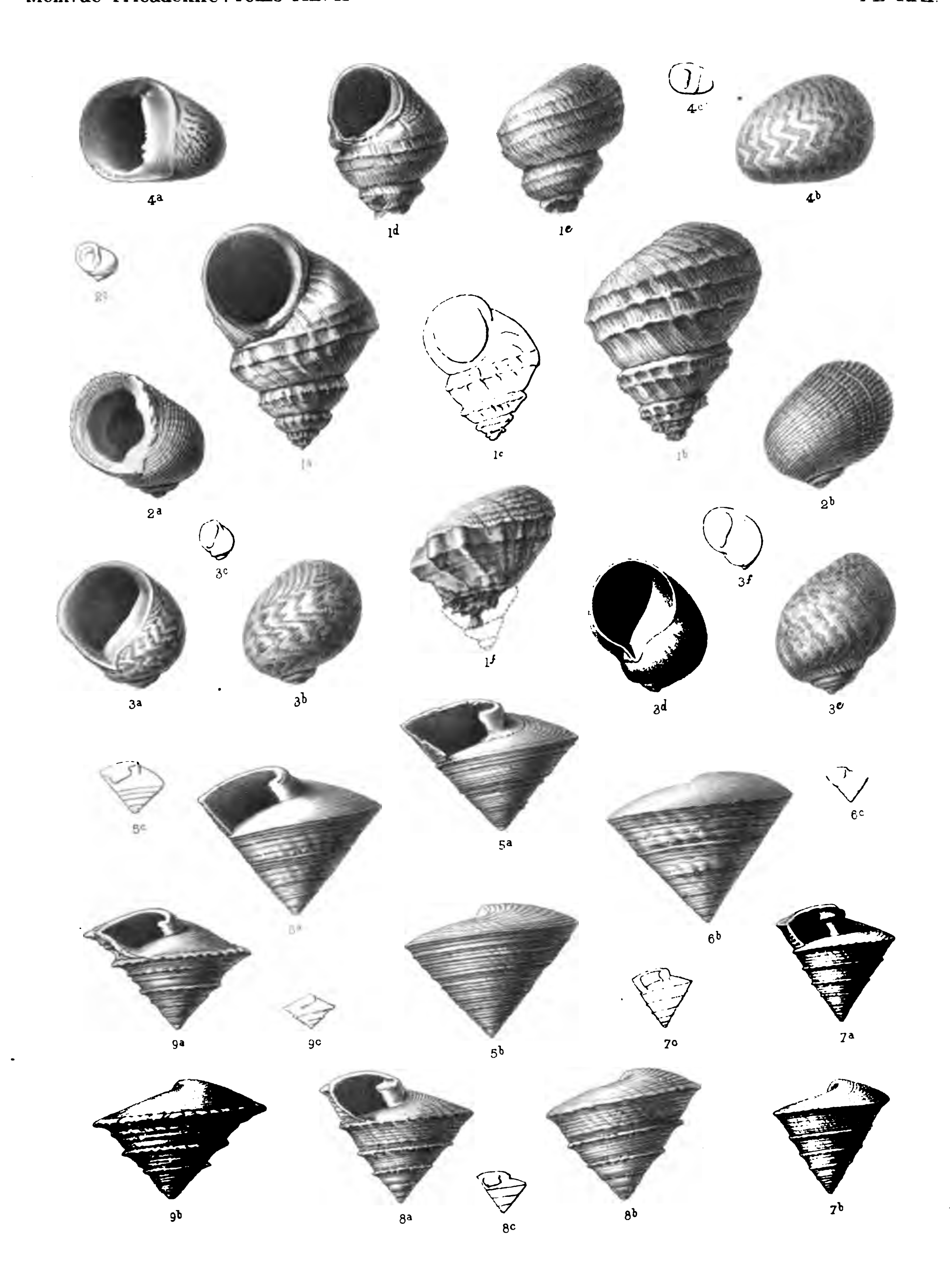
Lith. G. Severeyns, Bruxelles

Briart ad nat. del.

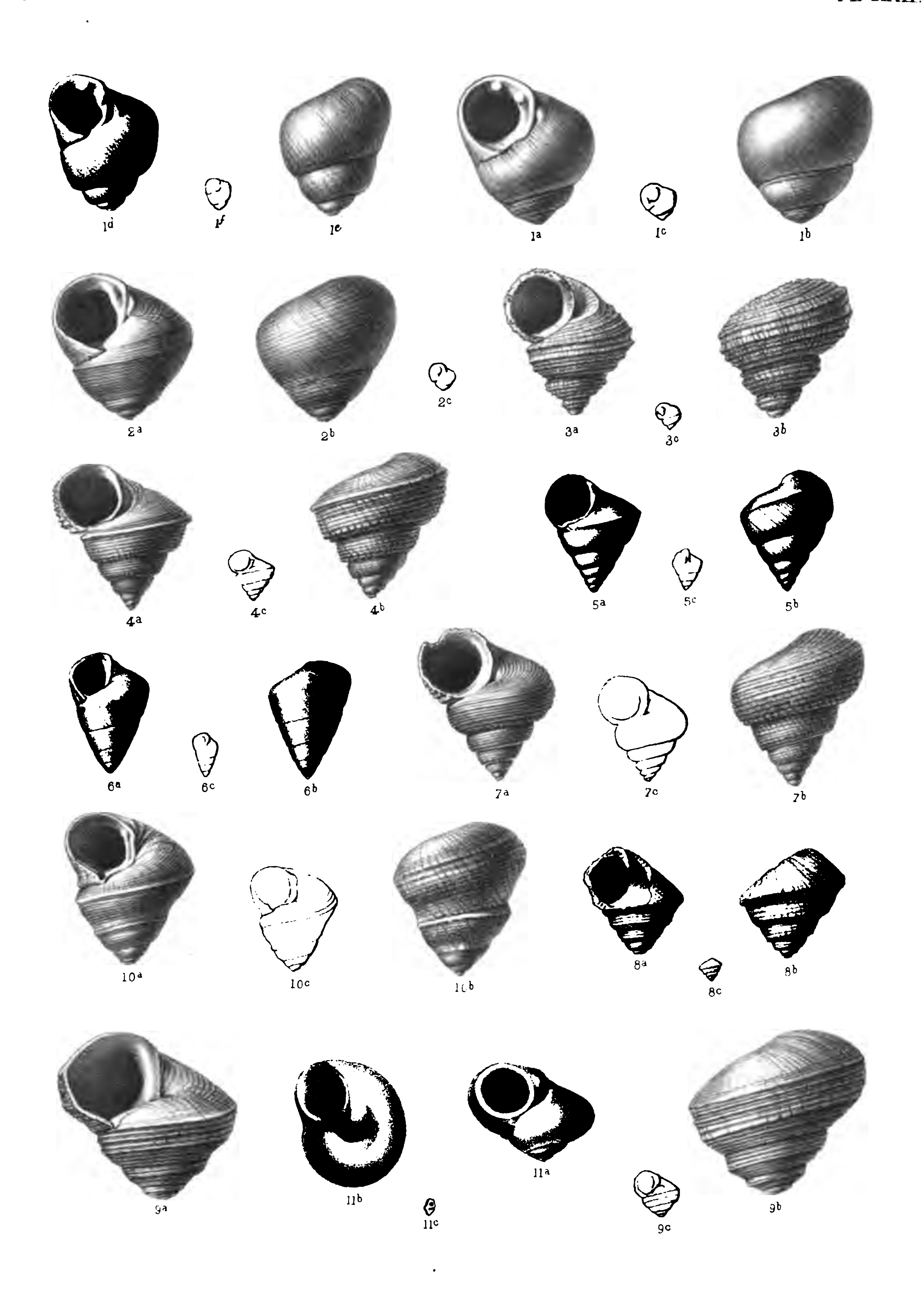


Lith. G. Severeyns, Bruxelles

Briart, ad. nat. del.



Lith. G. Severeyns, Bruxelles Briart ad nat. del.



Lith. G. Severeyns, Bruxelles Briart. ad. nat. del.

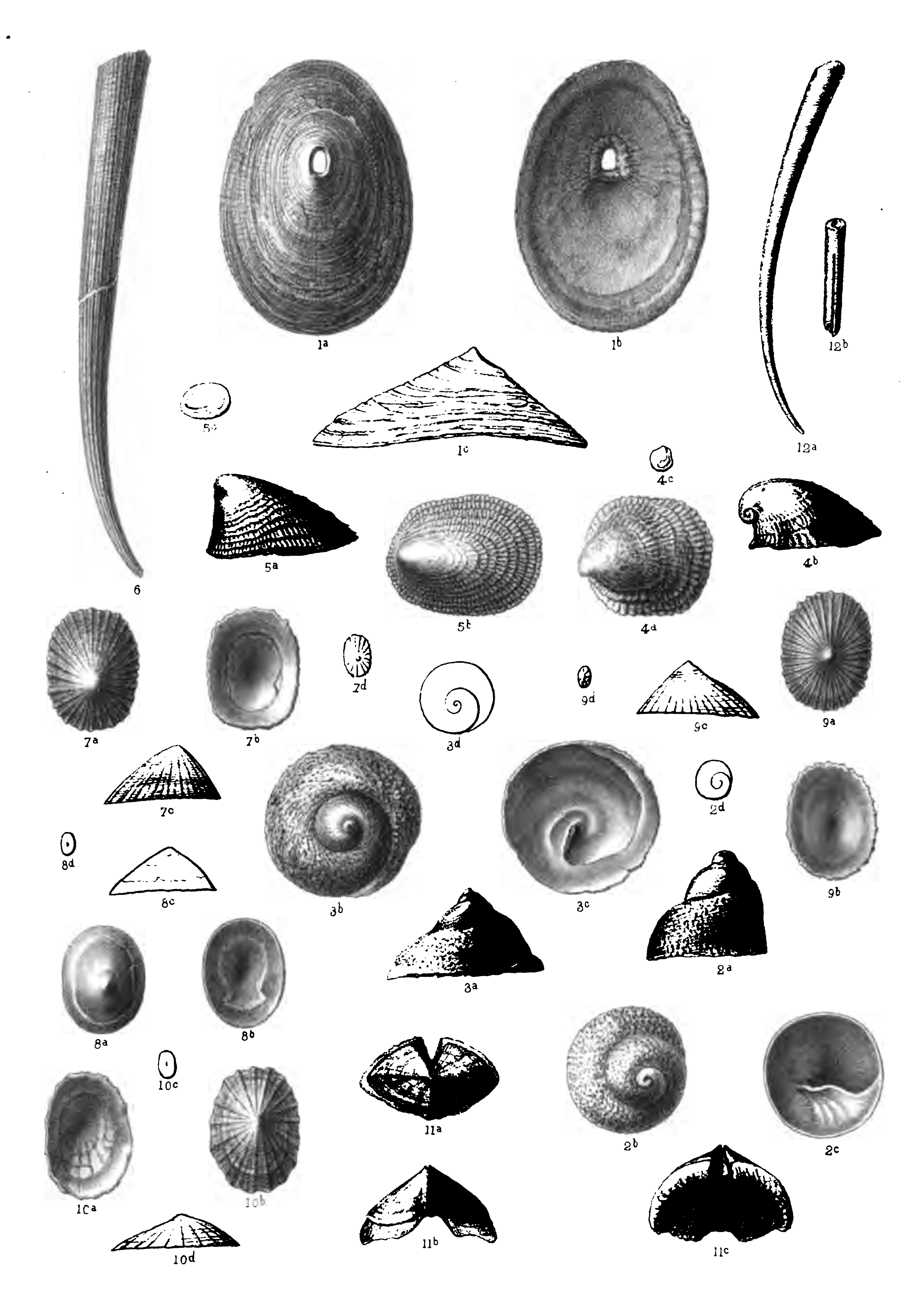


Lith. G. Severeyns, Bruxelles

Briart, ad. nat. del.

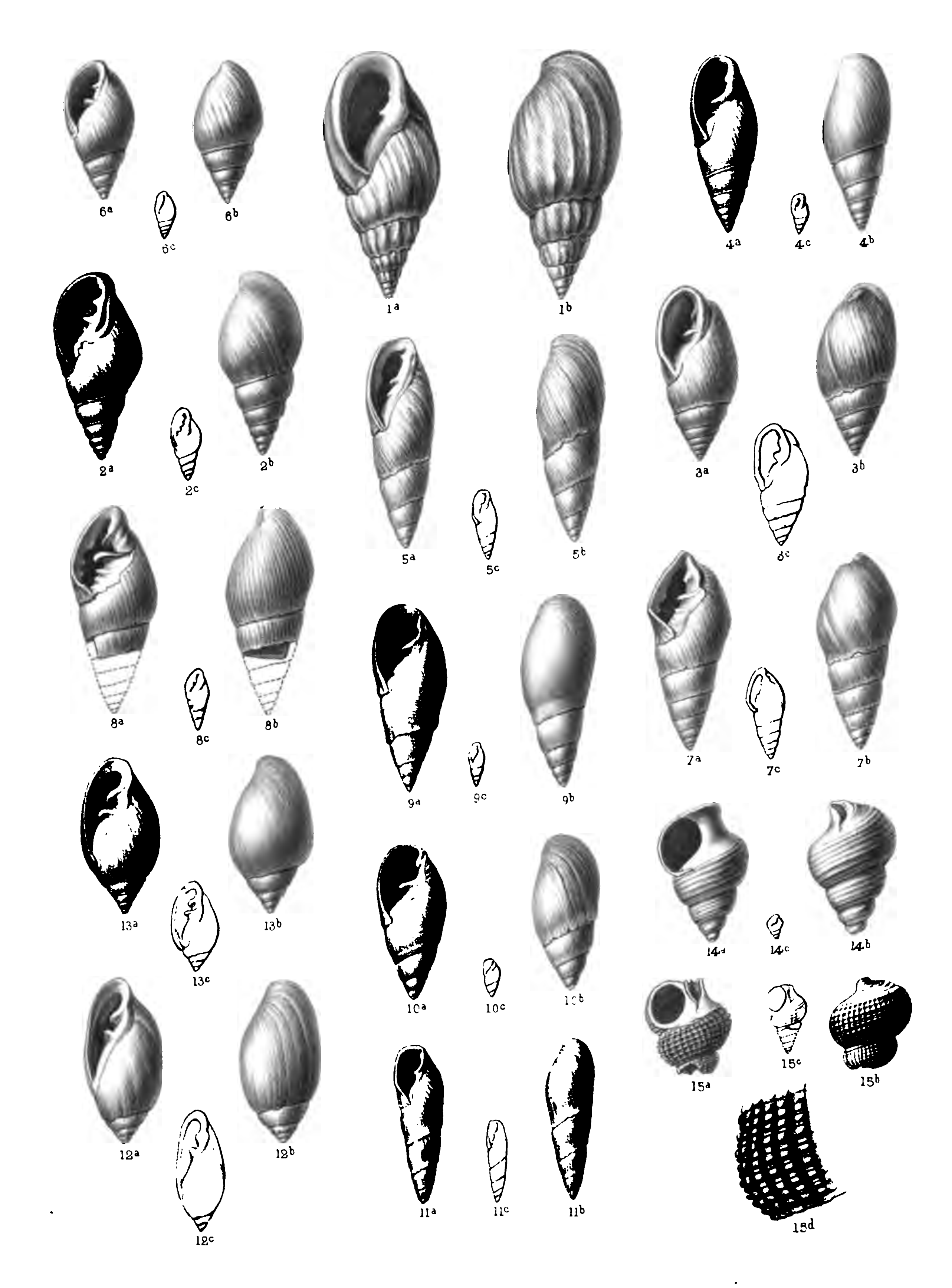


Lith. G. Severeyns, Bruxelles Briart ad nat. del.

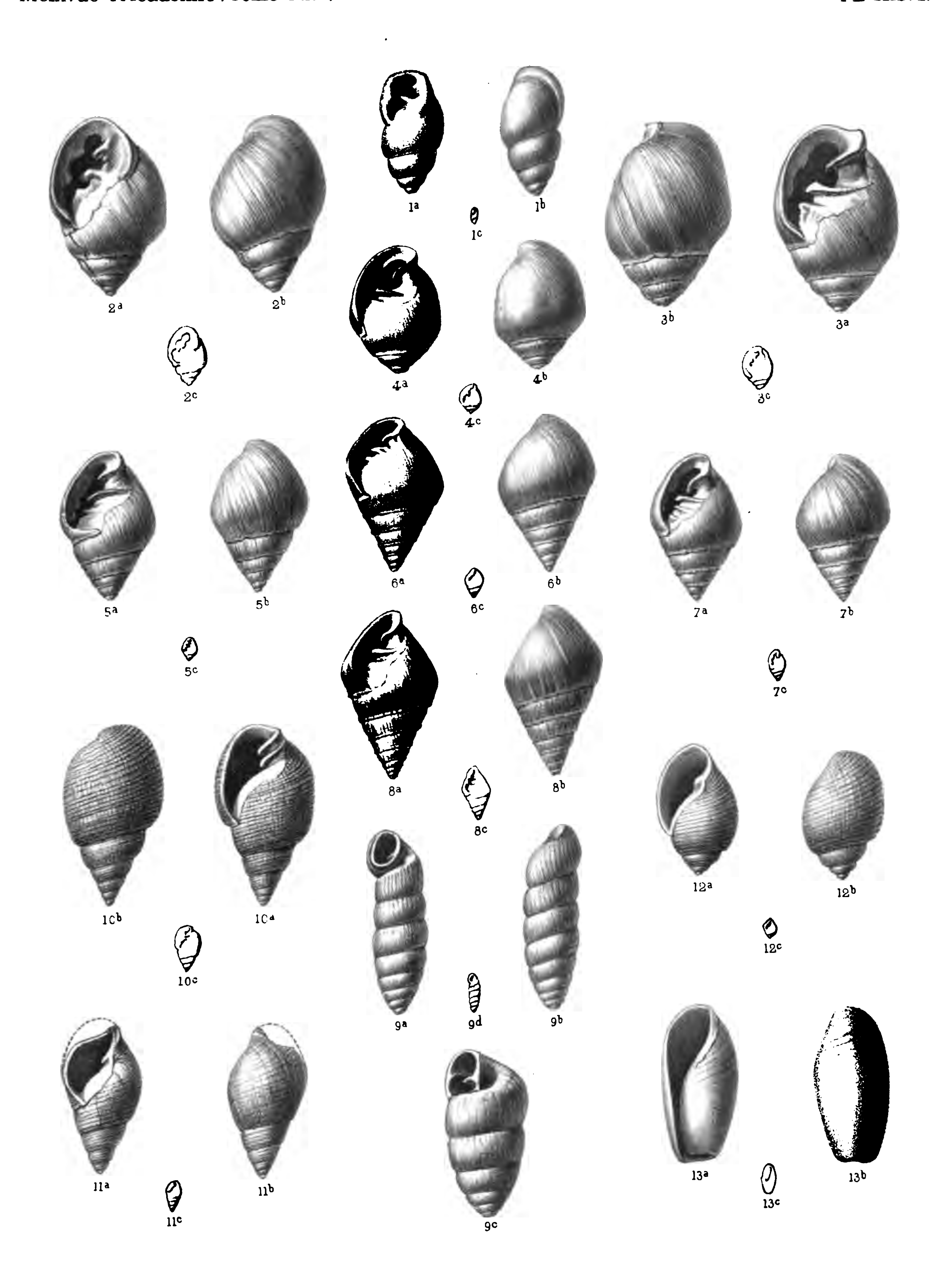


Lith. G. Severeyns Bruxelles

Briart ad nat. del.



Lith. G. Severeyns Bruxelles. Briart. ad nat. del.



Lith. G. Severeyns, Bruxelles

Briart. ad nat. del.

UN PEU
DE
POÉSIE HOMÉRIQUE

— COMMENT IL FAUDRAIT LA TRADUIRE ET L'ILLUSTRER —

PAR

CH. POTVIN

MEMBRE DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE.

Lecture faite dans la séance publique de la Classe des lettres du 11 mai 1887, avec exhibition de photographies.

[VIII.]

UN PEU

DE

POÉSIE HOMÉRIQUE

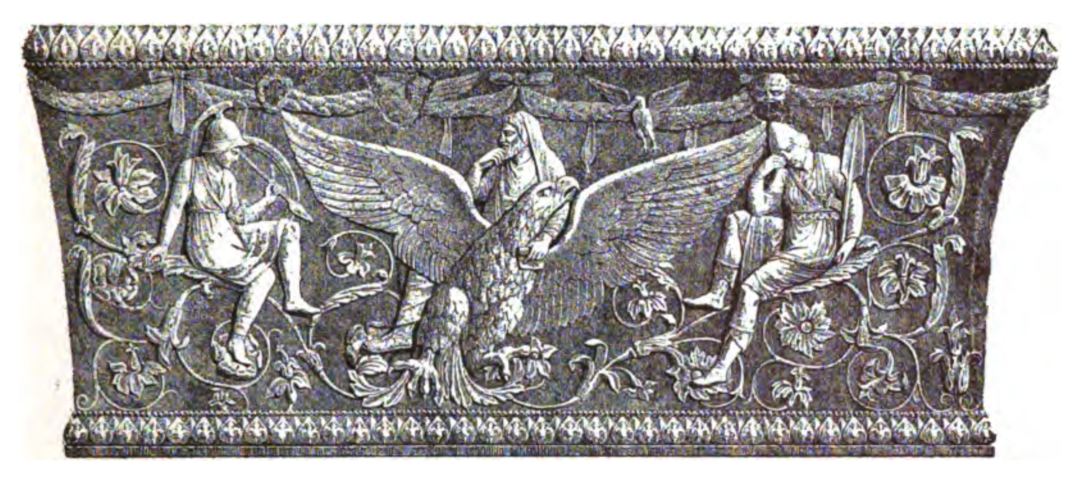
— COMMENT IL FAUDRAIT LA TRADUIRE ET L'ILLUSTRER —

PAR

CH. POTVIN

MEMBRE DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE.

Lecture faite dans la séance publique de la Classe des lettres du 11 mai 1887, avec exhibition de photographies.



Le génie homérique, ayant à ses côtés l'*Iliade* et l'*Odyssée* [1].

Mesdames et Messieurs,

Il y a toujours eu ici une place pour la poésie, cette forme supérieure des manifestations de l'esprit, et, cette année, mes honorables confrères ont eu l'idée de reprendre la bonne tradition. Pour remplir leur désir, et pour le remplir mieux, j'ai voulu m'abstenir d'une œuvre personnelle, et j'ai pensé à la grande épopée qui, depuis près de trois mille ans, porte le nom d'Homère. Il est si bon de se retremper quelquefois dans l'éternelle fraîcheur du génie grec! Et il m'a aussi semblé qu'il y avait quelque chose de neuf à faire au sujet de cette poésie antique, toujours jeune en elle-même, mais qui sera sans cesse à rajeunir dans les traductions, à mesure que de nouvelles découvertes nous la feront mieux comprendre et que la langue et le vers, en s'assouplissant, nous permettront de la rendre mieux.

Ne vous inquiétez point : Je ne parlerai pas grec. Mon maître en cela sera Boileau. Nicolas Boileau, traduisant le *Traité du Sublime,* de Longin, n'y employa pas un mot qui ne fût français. Peu soucieux du succès de Vadius auprès des femmes savantes, il dit qu'il « ne veut pas effrayer ceux qui ne sçavent point le grec ».

Je ne parlerai pas non plus grec en français. Il serait trop aisé vraiment de prononcer Lakadaïmôn, Kirkè, l'Érébos, le Kyklôps, Mykènè,

[1] Vase d'argent, trouvé à Herculanum, gravé dans Winckelmann et dans Millin.

d'appeler l'Océan Okéanos, le Ciel Ouranos, la Terre Gaia, l'Aurore Éôs, les Parques les Moires, les Grâces les Kharites, d'écrire la Hellas pour l'Hellade, l'agorète pour l'orateur, de ne pas se contenter d'Hermès pour Mercure, de préférer Herméias; de dire : la mort et la Kèr, la Kèr de la mort, même quand Homère ne donne au malheur ou au destin que son petit nom, et de ne pouvoir laisser sécher du linge au soleil, sans affecter son prénom mythologique, y compris encore l'*h* aspirée : « Et les vêtements séchaient à la splendeur de Hélios. »

Si le procédé était appliqué dans la rigueur de son principe, où en arriverait-on? Car, si l'on donne son nom grec au Destin, pourquoi pas à la Mort, qui est aussi une divinité, et au Sommeil, et aux Songes, et aux Vents?... Ce serait à n'en pas finir. Dire : la Kèr et la mort, quoi de plus illogique? C'est la fatalité et la mort qu'il faut, ou sinon, c'est la Kèr et le Th... Je vous fais grâce du mot grec et de vingt exemples pareils. Mais vous entendez d'ici la cacophonie.

Un procédé tout opposé se combine avec celui-là, et avec non moins de succès contre le poète traduit. Cette fois, au lieu de garder le mot grec, on remonte à son étymologie la plus ancienne, la plus surannée, comme si, quand nous parlons des yeux de myosotis d'une femme ou de ses grâces espiègles, on traduisait : des yeux d'oreille de souris, des grâces miroir de hibou. C'est au nom de la science archéologique qu'on agit ainsi. Certes, le symbolisme religieux garde des traces dans Homère; quand l'archéologue peut y remonter aux origines égyptiennes ou indiennes des Dieux, rattacher Junon à Isis, Neptune à Apis, les Heures et les Grâces aux chevaux indiens du Soleil, Minerve aux idoles à tête de chouette trouvées à Hissarlik par M. Schliemann, l'étude des religions renoue plus fortement sa synthèse. Mais qu'est-ce que les vieux rhapsodes ont à voir à cette science toute moderne? « J'ai courageusement sacrifié la poésie à la vérité historique », dit un traducteur belge. Sacrifier la poésie! Voilà le système en aveu! Encore si c'était à la vérité historique de l'œuvre! Mais les filiations divines étaient déjà un mystère pour les homérides, et le sens de ces épithètes, une lettre morte pour leur époque. « Les Grecs semblent avoir pris à tâche d'obscurcir l'histoire de leurs origines artistiques », dit M. Collignon. C'est là non seulement un caractère de l'art, de rejeter sa gangue, informe ou étrangère; c'est aussi une loi des cultes : comment croirait-on à des divinités dont on remonterait la généalogie jusqu'à des magots? Ce qu'il faut rendre d'une épopée, c'est la vérité historique du temps, la langue vivante des poètes, le sens de l'œuvre.

Le reste est bon pour le bas des pages, pour des notes de savants. Je vous le demande, quand le poète met en scène Junon, qui conçoit de perfides projets contre son mari, fait sa toilette, se parfume d'ambroisie, emprunte à Vénus sa ceinture et réussit à séduire Jupiter, mais, une fois sûre du triomphe, lui résiste : « On nous verrait » et qu'alors il lui dit : « Ne crains rien, nul ne pourra

> Te voir : je vais si bien t'entourer d'un nuage
> D'or ! Même le soleil ne t'apercevrait pas [1]... »

n'est-ce pas trahir la vérité humaine en faveur d'une érudition hors de propos, que de défigurer l'irrésistible déesse, « aux blanches épaules », ceinte « de charmes et de désirs » en l'appelant Héré aux yeux de bœuf? D'autres disent au moins : vache. Mais faire tourner la tête au plus galant des Dieux avec de vénérables yeux de race bovine, voilà où l'on en arrive. Ne sacrifions la poésie à rien, et surtout pas aux feuilles mortes du langage ou du fétichisme!

Ces procédés, des plus aisés, seraient en somme assez puérils, n'était le danger pour le novateur, et pour ses lecteurs éblouis, de ne plus voir que cela, de croire atteindre ainsi au génie grec et de négliger tout le reste. Boileau en fait le reproche au meilleur traducteur latin de Longin : « Car, outre que souvent il parle grec en latin, il y a plusieurs endroits où l'on peut dire qu'il n'a pas fort bien entendu son auteur. » Entendre son auteur, tout est là cependant, pour le faire entendre, et la littéralité de la traduction, comme on dit aujourd'hui, est souvent l'opposé de ce véritable entendement des poètes. C'est le ton qui fait la chanson. Le ton de la poésie homérique est autre chose, une chose plus délicate à saisir, plus difficile à rendre. Aucun mot grec, aucune étymologie lointaine n'y parviendront. Ce qu'il faut traduire des poètes, serait-ce donc un si énorme paradoxe de dire que c'est la poésie?

Boileau me donne une autre leçon : il met en vers français les vers grecs que cite son auteur. Peut-on y employer la prose? Je ne le pense pas, au moins pour les poètes qui possèdent la forme autant que l'idée. La prose et le vers ont des principes différents qui rendront toujours impossible, par exemple, une traduction en vers de Démosthènes ou de Thucydide, quoique les premiers essais de l'éloquence soient dans les discours épiques,

[1] *Iliade*, l. XIV, v. 343 et suiv.

et que les premiers chroniqueurs aient écrit partout en vers. A plus forte raison lorsqu'il s'agit d'un art où le rythme prend tant de place et se prête à tant de beautés. Quelque parti que la prose puisse tirer du langage, les effets que les poètes tirent des vers lui seront toujours inaccessibles. « Aucune traduction, surtout en prose, dit M. Egger, ne reproduira l'admirable beauté d'Homère. » Je le crois bien : Homère est le modèle par excellence de la variété naturelle de la forme, qui met d'instinct le mot saillant en bonne place, se plie à toutes les nuances du récit ou du discours et atteint ainsi à une grande vivacité de ton, à une plasticité du vers qu'on n'a pas surpassée. L'alexandrin français ne s'y prête guère que depuis notre époque, et encore! quelque hardiment qu'on le coupe, le mouvement ne lui semble pas aussi habituel, aussi inné, si on peut dire; il se fait trop remarquer. Mais sans le vers, il sera toujours impossible de faire comprendre une poésie qui se modèle à toutes les beautés, comme on sent le corps humain dans sa force et sa grâce vivre sous une draperie de Phidias, et les muscles, la chair et l'âme, palpiter sous les nus de Praxitèle.

Ce n'est pas à ces grandes qualités plastiques, c'est à un autre caractère aussi général de la poésie homérique, à sa simplicité, que Ponsard s'est attaché lorsqu'il a composé un poème en cinq chants, « pour encadrer, dit-il, une traduction du sixième livre de l'*Odyssée* ». Ce choix est parfait et je suivrai le bon exemple, car c'est l'épisode de Nausicaa. Mais Ponsard, qui procède par comparaisons, — autre exemple bon à suivre, — en arrive à blâmer André Chénier d'avoir reculé devant ce qu'il appelle « la brutalité d'Homère ». Du premier mot, il faut s'expliquer encore.

L'épopée homérique, comme toutes les autres, ne serait pas de la poésie si elle restait dans la brutalité des mœurs. En général, on peut dire que la poésie primitive est pour l'esprit humain une première, une sublime sortie de barbarie. Le cycle homérique y échappe par de grandes choses. Le symbolisme primitif représentait les forces de la nature en d'informes allégories : morceau de bois ou bloc de pierre; tête de hibou, de vache, de griffon; corps de cheval, queue de poisson; personnages à six bras, à deux têtes, à trente-six mamelles, etc.; et, pour les hommes, on a remarqué que les sauvages se ressemblent, la tribu seule ayant une physionomie dont l'individu ne se distingue point. Dans Homère, au contraire, la religion sort du mythe, et l'homme du vulgaire; le type étranger et grossier fait place, sous le nom des Dieux, aux formes humaines et aux passions de l'homme, tandis que, chez les héros, l'uniformité du barbare cède à la variété des caractères. Et aussitôt, de chaque côté, surgissent de nouvelles grandeurs

qui n'ont rien de brutal. L'une est bien grecque, c'est la glorification de la beauté : « Beau comme un dieu, belle comme une immortelle », cela est partout dans le cycle. L'autre sera éternellement humaine, c'est la générosité, une première générosité de sentiments, qui est aussi une glorification, car elle fait chanter le cœur humain.

La vérité des caractères mérite qu'on s'y arrête. L'épopée grecque la porte jusqu'à la grandeur. Certes, les homérides, comme le Vyâsa indien, comme les bardes, les scaldes, les trouvères, peignent des mœurs violentes. Les Grecs devant Troie, Thucydide le dit, vécurent d'agriculture et de piraterie. L'*Iliade* s'ouvre après le sac d'une ville, l'enlèvement des femmes, le partage du butin.



Chryséis enlevée à son père [1].

[1] Terre cuite d'Asie-Mineure, collection Gréau. — Dans la branche perdue du cycle homérique qui précède l'*Iliade : les Cypriaques,* c'est Achille qui pille Chryse et enlève Chryséis; mais comme elle ne tarde pas à « tomber au pouvoir d'Agamemnon » — ce sont les termes du résumé de Proclus, du IVe siècle — le sculpteur, toujours libre, la fait enlever directement par celui qui va la prendre dans sa part de butin.

Dans ces mœurs, la femme garde certaine liberté : on ne l'enferme pas encore pour la moraliser; mais elle est de bonne prise; reine ou prêtresse, épouse ou vierge, une fois vaincue ou enlevée, elle appartient au plus fort comme servante et concubine. Cependant le premier chant de l'*Iliade* met en scène un dieu punissant cruellement les Grecs de ce que leur chef a refusé de rendre Chryséis à son père, moyennant rançon, et le but du siège ramène le même ordre d'idées. Hérodote rapporte que les Perses de son temps reprochaient encore aux Grecs la destruction de Troie, disant « qu'il y a folie à se venger d'un rapt de femmes, puisqu'il est évident que, sans leur consentement, on ne les eût pas enlevées ». L'épopée homérique prend au sérieux cette folie, comme un devoir de race, comme un droit de gens civilisés. Les Grecs ne souffriront plus qu'on ravisse leurs épouses, tel est le fond du cycle entier, et l'œuvre se place, par son ensemble même, au-dessus des courses de pirates.

Les caractères se dessinent aussitôt. Achille est violent; menacé de perdre une belle esclave, il ne ménage pas les injures au chef de l'armée. Tous les gros mots lui semblent familiers, paraissent admis. Il outrage Agamemnon, retire aux Grecs le service de ses armes, les menace de quitter le siège! La fierté qui l'a poussé au combat a été humiliée; pour la venger, il renonce à combattre et sacrifie à son orgueil le but de son ambition : la gloire. Mais Achille est homme, il ne tiendra qu'à demi ses menaces, restera près du champ de bataille qu'il regrette, et d'abord un mot lui échappe montrant le fond de son âme. A cette querelle, au moins, son insulteur ne gagnera pas ce dont il le dit si avide : des dépouilles et des richesses, pendant que lui, restera privé de ce qu'il aime le plus :

Mais tu n'amasseras — je ne puis pas le croire —
Richesses ni butin, si je reste sans gloire [1].

Ce dernier trait est bien humain. Mais aussitôt, dès la première scène de l'*Iliade,* nous rencontrons une de ces difficultés que le sentiment poétique seul peut résoudre. L'antiquité, grecque ou latine, se fiait trop à la logique de l'esprit pour reculer devant quelque amphibologie. Homère en fait faire ici une double à Achille : « Mais toi, je ne pense pas qu'ici, étant privé d'honneurs, tu recueilleras des richesses, etc. » Est-ce Achille ou Agamemnon qui est ou qui sera privé d'honneurs? Mme Dacier, optant pour

[1] *Iliade,* l. I, v. 170-171.

Agamemnon, a dit : « Dans le mépris où vous allez tomber. » Cela tranchait tout, mais n'a satisfait personne. On n'a pas tardé à comprendre que c'est Achille que le mot concerne, et alors l'autre difficulté se présentait. Parle-t-il d'honneurs dont il a été ou dont il sera privé? Pour sortir d'embarras, on corrige le poète : *Privé d'honneurs* devient *déshonoré,* ce qui n'est pas tout à fait la même chose, ce qui même est assez faux, car déshonorer Achille, est-ce lui-même qui dirait cela? Aussi l'on ne s'y tient pas, et puisqu'on est en train de corriger, pourquoi ferait-on les choses à demi? Déshonoré devient outragé, et privé de gloire offensé [1], cela est dans toutes les traductions et dans toutes les langues. Mais quelle violence il faut faire au texte pour arriver à un sens aussi mesquin! Cependant, puisque le verbe est au futur, pourquoi la phrase incidente n'y serait-elle pas aussi? On peut être privé d'honneurs — ou de gloire, c'est le même mot — dans l'avenir comme dans le passé, et dès lors le sens rentre dans les termes du poète, dans la justesse habituelle du génie antique et dans la logique du caractère d'Achille, qui a déjà mis en opposition le but différent que lui et son adversaire poursuivent dans les batailles. Ainsi l'amphibologie est tranchée, le sens fixé, par le sentiment poétique : il n'y a de bonne traduction de poète qu'à ce prix.

Cette rudesse de mœurs prête partout dans Homère à des effets de force. Quand Ulysse a tué les prétendants, sa nourrice court en porter la nouvelle à Pénélope et marque à la fois l'inflexibilité de la vengeance et le milieu simple où elle s'exerce :

> Je le vis, au milieu des cadavres sanglants,
> Debout! Autour de lui, sur la terre battue,
> L'un sur l'autre ils gisaient [2]...

A cette rudesse correspond un état primitif des choses, mêlé à un luxe de richesses pillées partout. Le fer est rare; la plupart des armes sont de bronze. Si le rhapsode note qu'un seuil est de pierre, c'est que les maisons sont en bois, le sol du rez-de-chaussée en terre battue, où l'on plante des piques [3]. Ces prétendus palais n'ont pas plus de cheminées que de dalles,

[1] Bareste garde l'amphibologie : « Étant déshonoré »; Voss l'explique : « Pendant que tu me déshonores »; M. Leconte de Lisle dit : « Après m'avoir outragé ».

[2] *Odyssée,* l. XXIII, v. 45 et suiv.

[3] *Ibid.,* l. XXI, v. 120.

et ces rois, qui construisent eux-mêmes et sculptent leur lit, comme Ulysse, mangent dans la salle ou sous la tente qu'ont ensanglantée et enfumée les apprêts du repas, dont ils ont dépecé eux-mêmes et cuit les « charnals » comme disait le vieux français. Le Dr Burggrave a publié la traduction d'un petit tableau pareil sous un titre piquant : *Le beefsteak d'Achille.* Voyons-en quelques traits.

Par sa retraite, Achille a exposé les Grecs à des désastres sans fin. Agamemnon, désespéré, veut tenter une réconciliation et lui envoie des ambassadeurs qui le trouvent jouant de la cithare. Achille les voit et se lève :

« Salut! car vous venez en amis, je suppose,
Et certes amenés par une grande cause,
Et malgré mon courroux, vous m'êtes chers à voir. »
Il dit, les fait entrer dans sa tente et s'asseoir
Sur des lits recouverts d'une pourpre splendide.
Patrocle se tient prêt. Aussitôt l'Éacide :
« Prends le plus grand cratère, ami, dans mes trésors;
De mon vin le plus pur emplis-le jusqu'aux bords,
Et prépare à chacun une coupe brillante,



Gobelet en or, trouvé à Mycènes dans un tombeau de l'époque de la guerre de Troie [1].

Car les plus chers des Grecs sont assis sous ma tente. »

[1] *Mycènes,* par le Dr Schliemann.

Il dit. Son compagnon remplit l'ordre amical,
Et lui-même, devant le feu, sur un étal,
Met le dos d'un mouton, d'une chèvre opulente,
Et la croupe d'un porc, de graisse florissante.
Automédon les tient, et le divin héros
Taille, dépèce et fixe aux broches les morceaux.
Beau comme un dieu, Patrocle un grand brasier allume;
Quand la flamme languit et le bois se consume,
Il fait un lit de braise, y met sur des chenets
Les broches et répand le divin sel aux mets.
Lorsqu'il a sur l'étal mis les tranches vermeilles,
Patrocle prend le pain dans les belles corbeilles
Et le met sur la table; Achille répartit
Les viandes; il s'assied au milieu, sur un lit;
A l'autre bout, en face, est le divin Ulysse.
Achille ordonne alors d'offrir le sacrifice;
Patrocle jette au feu les prémices des chairs
Et tous portent la main aux aliments offerts [1].

C'est ainsi que les rois de l'époque héroïque se préparaient à traiter une « grande cause ». Alors les discours commencent, de ces discours où chacun montre son caractère, et que le génie grec, naturellement porté à l'éloquence, dut refaire souvent pour s'y exercer; car, si les anciens disaient qu'Homère leur avait donné des Dieux, si Pline l'appelle le Père de la science et si Strabon crée, d'après lui, la géographie ancienne, l'épopée ne serait pas, en Grèce comme ailleurs, tout le génie naissant d'une race, si, étant mère des beaux-arts, elle n'était pas en même temps mère de l'éloquence, que l'*Odyssée* définit d'un trait :

La grâce à la surface et la sagesse au fond [2].

Encore un vers qu'il semble difficile de comprendre! Les deux particules

[1] *Iliade*, l. IX, v. 196-221.
[2] L. XI, v. 365.

grecques qui en font la vie échappent aux traducteurs, et trop heureux Homère quand on le tire de là sans contre-sens [1].

Achille ne cède point. Mais Patrocle ne tardera pas à lui demander ses armes pour défendre les Grecs accablés de défaites. En l'absence d'Achille, c'est Hector qui règne sur le champ de bataille. Il frappe l'ami d'Achille :

Patrocle, ah! tu croyais piller notre cité,
Aux femmes des Troyens ôter la liberté,
Les mener, par la mer, dans ta ville si chère :
Insensé! Les chevaux d'Hector, frappant la terre,
Brûlent de les défendre, et, de ma lance, moi,
Le premier des Troyens, j'écarte de leur toit
Ces maux. Toi, les vautours mangeront ta chair vile.
Malheureux! que te sert, si fort qu'il soit, Achille [2]?

Le blessé meurt, Hector retire sa lance de la blessure en s'appuyant du pied sur le corps.



Médaille en argent, de Septime Sévère [3].

Puis, il repousse, de la lance, loin de lui, le cadavre.

[1] « Mais ta beauté, ton éloquence... tout a pénétré en nous », dit M. Leconte de Lisle. Homère dit pourtant clairement : « la beauté (ou la grâce) des paroles est en toi », et non : la beauté du corps.

[2] *Iliade*, l. XVI, v. 830-837.

[3] *Ilios*, par le Dr Schliemann.

Quand la terrible nouvelle arrive à Achille, sa mère veut en vain le consoler, en lui rappelant que, s'il rentre à l'armée, il mourra jeune :

Que je meure à l'instant, car je n'étais point là,
Pendant qu'on le frappait, pour défendre sa vie!
Et lui, mon compagnon, bien loin de sa patrie,
Tombait, ayant besoin de moi dans le danger [1]!

La colère d'Achille change aussitôt d'objet. Que lui importe Agamemnon?

Je cherche l'assassin d'une tête si chère :
Hector!

Il n'aura de repos « qu'il ne se soit jeté dans la gueule sanglante de la guerre »; il veut y courir avec les premières armes venues, y entraîner l'armée à jeun. Lui parle-t-on de prudence, il s'irrite :

Elles gisent encor sans tombes les victimes
D'Hector, fils de Priam, qu'aidait Jupiter roi!
Vous, appelez vos gens à la pâture! Moi,
Aux fils des Achéens j'ordonnerai la guerre,
A jeun, sans pain! Puis, quand le jour fuira la terre,
Qu'on dresse un grand repas, car je serai vengé!
Avant cela, rien que ce soit, boire ou manger,
N'entrera dans mon corps, pendant que, sous ma tente,
Mort, percé de l'airain de la lance tranchante,
Mon compagnon, les pieds étendus vers le seuil,
Gît, et qu'autour de lui les amis dans le deuil
Gémissent! D'autres soins je n'ai plus l'âme en peine,
Mais de sang, de carnage et d'agonie humaine [2]!

Il court pousser de tels cris contre les Troyens qu'ils fuient. Il se jette

[1] *Iliade*, l. XVIII, v. 98 et suiv.
[2] *Ibid.*, l. XIX, v. 203-215.

enfin à la bataille. Jadis il prenait les vaincus vivants et les vendait, dit-il. Maintenant il les tuera tous et les jettera aux poissons et aux chiens : c'est la plus terrible menace religieuse de l'époque. Les Dieux eux-mêmes se précipitent dans la furieuse mêlée. Dès qu'il aperçoit Hector : « Il faut que l'un de nous deux meure »! dit-il. Il le blesse, et aussitôt :

Les chiens et les oiseaux dévoreront ton corps.

Hector avait voulu traiter Patrocle de même :

Puis, Hector, dépouillant Patrocle de ses armes,
Le traîne pour couper la tête à bas du tronc
Et jeter le cadavre aux chiens dans Ilion [1].

Hector mourant supplie en vain Achille :

Ne prends point mes genoux, n'invoque point mon père,
Chien, que n'ai-je la force égale à ma colère
D'arracher ta chair crue et de la dévorer [2]...

Il insultera encore au cadavre, et sur le bûcher de Patrocle, sa violence ira plus loin. Il y sacrifie en ami sa belle chevelure; mais en vengeur, il égorge, avec neuf chevaux et deux chiens de Patrocle, douze Troyens, comme sur sa tombe on immolera une femme : Polyxène. Et le barbare crie : « Es-tu content? Le feu brûlera avec toi douze magnanimes fils de Troyens, et Hector ne sera pas livré aux flammes, mais aux chiens! »

Cette haine pourtant va désarmer. « Ainsi Achille poursuit des œuvres mauvaises », dit le poète, qui n'abandonnera pas son héros sur cette inflexibilité sauvage. Le vieux Priam vient seul au camp ennemi, lui embrasse les genoux, lui parle de son père. A ce souvenir, une même émotion bat dans la poitrine de ces deux hommes qui pleurent, et le poète représente ce qui les rapproche, d'un mot d'une simplicité profonde, sublime :

Tous deux se souvenaient [3].

[1] *Iliade*, l. XVII, v. 125-127.
[2] *Ibid.*, l. XXII, v. 345-347.
[3] *Ibid.*, l. XXIV, v. 509.

Le grec ayant, entre le singulier et le pluriel, un nombre intermédiaire réservé à l'idée de couple, il suffit au rhapsode de dire au duel : Ils se souvenaient. Heureusement, le français possède une locution analogue lorsqu'il distingue *tous deux* de *tous les deux,* et l'effet peut être rendu. Pour terminer l'*Iliade,* la brutalité des temps, peinte sur le vif, disparaît encore devant l'éternelle poésie du cœur humain.

Troie alors peut rendre à son héros les derniers honneurs des funérailles, sur lesquelles plane un lever de soleil :

Quand, fille du matin, parut l'aube aux doigts roses,
Près des cendres d'Hector le peuple s'assembla [1].



L'Aurore, agathe-onyx [2].

Le cycle homérique a des traits pareils dans tous les tons. Ulysse est éloquent; dès qu'il espère avoir intéressé, il cherche à émouvoir. Pour obtenir l'hospitalité de Nausicaa, « par une parole habile et douce », il lui souhaite un mari, des enfants, fait un touchant tableau du bonheur conjugal :

Rien n'est meilleur
Quand, dans la concorde des cœurs, la maison réunit
L'homme et la femme : grande douleur pour les malveillants!
Joie aux bons amis! Mais ils le sentent bien mieux, eux [3]!

L'accent du dernier mot est ému. Ponsard le passe, c'est le plus simple.

[1] *Iliade,* l. XXIV, v. 789.
[2] Collection De Montigny.
[3] *Odyssée,* l. VI, v. 182-188.

M. Leconte de Lisle fait dire par Odysseus à la fille du roi des Phaiakiens : « Le mari et l'épouse accablent ainsi leurs ennemis de douleurs et leurs amis de joie, et eux-mêmes sont heureux ! » Que pensez-vous de ces époux qui accablent leurs amis de joie? Encore si le traducteur ajoutait : « Et eux surtout sont heureux ! » Mais est-il rien de froid comme cet *eux-mêmes?* Il me semble voir un marbre grec copié par un graveur maladroit.

Ces grands traits de vérité, de passion ou de sentiment, dépendent peu du rythme; mais le vers, dans son harmonique condensation, leur prête un charme de plus, et il n'est pas sans importance, par exemple, que « tous deux se souvenaient » soit un hémistiche concis, encadré dans un ensemble de vers émus. N'abandonnons pas sans y insister les deux caractères principaux de la forme homérique : la variété de rythme et la simplicité de ton.

La langue allemande, par sa grande facilité d'inversion et de rythme, se prêtait particulièrement à rendre le vers grec, et Voss a, dans les manuels, la réputation d'avoir fait un véritable « fac-simile » d'Homère, tel que « nul peuple ne peut se vanter d'en posséder un semblable. » Pour les effets saillants, dont j'ai déjà donné assez d'exemples, cela n'est pas contestable. Cependant, si le vers grec doit se sentir à l'étroit dans l'alexandrin français, il se trouve souvent trop à l'aise dans l'hexamètre allemand, comme dans un vêtement lâche. Presque toujours, le ton en devient plus virgilien qu'homérique, et plus d'une fois, pour remplir la ligne, le traducteur délaie la poésie, altère le sens, ce qui nuit à la simplicité autant qu'à la force. Il me semble assez indifférent, par exemple, qu'il y faille un hémistiche de plus qu'à Homère, pourvu qu'on rende le sens de ce vers :

Car tes paroles ont
La grâce à la surface et la sagesse au fond.

Ce qui ne l'est pas, c'est que l'idée se traîne, fût-ce en une seule ligne, sans rendre ce qui fait la vie de la phrase.

Il en est de même quand Homère fait dire par Jupiter à Junon :

... Je vais si bien t'entourer d'un nuage
Doré.

Si le mot s'allonge : « rayonnant d'or » il ne compte plus; ou, dans l'éloge du bonheur conjugal que je viens de citer, quand Homère dit : « l'homme

et la femme », si l'on tire encore la courroie et l'on dit : « un homme et une femme », le ton s'affaiblit. Tout cela est dans Voss et n'en est pas plus favorable à la poésie.

Voss semble ne comprendre que les vigueurs du rythme. Les nuances lui échappent. Tout ce qui, dans le ton, est grâce, délicatesse, simplicité, il le néglige. Nous aurons l'occasion d'en noter en passant quelques preuves. C'est à Ponsard que revient l'honneur d'avoir compris, glorifié la simplicité d'Homère, si souvent blâmée. Ce n'est pas lui qui aurait pensé avec Scaliger que sa poésie diffère de celle de Virgile, comme une femme du peuple d'une noble dame. S'il l'avait dit, c'eût été pour faire l'éloge de cette fille de race grecque, issue du peuple et qui en garde la simplicité vivante et souple. Cette simplicité se plie à tant de nuances qu'il ne sera pas superflu d'en montrer quelques-unes, négligées ou méconnues des principaux interprètes du poète.

Nausicaa conduit Ulysse chez son père : tant qu'ils iront par les champs, il peut la suivre; mais dès qu'ils approcheront de la ville, elle craint les mauvaises langues : on pourrait l'accuser d'aller au loin chercher des étrangers, un mari peut-être, et elle ne pourrait s'en plaindre : « Car moi-même je m'indignerais qu'une autre femme, du vivant de son père et de sa mère et à leur insu, se mêlât à des hommes avant d'être mariée. » Ponsard lui-même est ici en faute :

Et trouverais mauvais qu'une fille peu sage
Vécût avec un homme avant le mariage [1].

Pardonnez-moi : ce n'est pas le vieux poète qui est brutal ici.

Homère esquisse souvent tout un tableau en quelques traits. Voici une Junon qui fait contraste avec la scène de séduction. Elle entre dans l'assemblée des Dieux pour se plaindre :

Soucieux, ils la voient entrer. Elle sourit
Des lèvres; mais, au front, rien, sur le noir sourcil,
Ne rayonne; elle parle aux Dieux avec colère [2].

[1] *Odyssée*, l. VI, v. 287-288.
[2] *Iliade*, l. XV, v. 101 et suiv.

Les mot à mot latins ajoutent ici un mot : « Elle sourit des lèvres *seulement* ». En prose, le sens serait : « Elle sourit, mais des lèvres », ou il y faudrait des points suspensifs : « Elle sourit... des lèvres. » La suspension naturelle d'un vers à l'autre fournit un effet plus simple, d'une délicatesse qu'aucune traduction en prose ne pouvait rendre, qu'aucune en vers que je connaisse n'a rendue. Inutile de dire que Voss ne pense pas à conserver le rythme en faveur d'un effet charmant.

Un exemple plus simple du mot mis à sa place complétera ma pensée. Quand Ulysse dort après son naufrage, pendant que Nausicaa joue à la balle avec ses servantes, Minerve cherche par quel artifice, vraisemblable et purement humain, elle pourra réveiller son protégé. Cela dit, l'objet qui va y servir est le premier mot prononcé, ouvrant le vers. La plupart des traducteurs y mettent de la redondance : « Alors la jeune reine jeta une balle à l'une de ses femmes et la balle s'égara », etc. Le grec ne dit qu'une fois : la balle. Voss ne sent pas qu'il y a ici un mot à laisser à sa place : « Là-dessus, la princesse lança, etc. » Ponsard est plus simple, mais introduire l'objet sans la moindre formalité ! On lui passera bien une légère draperie à ce qu'il appelle, d'après le savant Patin, « la simplicité nue d'Homère » :

Il advint que la balle, étant lancée en l'air...

Le vieux poète n'était pas dans l'Allemagne du XVIII[e] siècle ou dans un salon français moderne : la balle entre en scène sans être présentée.

Ne croyez pas ces traits sans importance. Dans le marbre ou le vers, comme dans la nature, la beauté se compose de riens pareils, qui sont tout. C'est parce qu'on en néglige l'incomparable variété qu'il faut souvent un certain courage pour lire Homère jusqu'au bout dans les traductions les plus réputées, comme Voltaire le disait impossible aux Anglais dans les vers de Pope lui-même.

Pour ces raisons, et bien d'autres encore, il faudra toujours traduire Homère en vers. Et d'abord, la Grèce l'a interprété en œuvres d'art : dix siècles où la sculpture va du bois ou du marbre peints, des plaques de bronze et d'argent rivées, de l'assemblage de matériaux précieux : « l'or et l'ambre, l'argent et l'ivoire », dit un vers de l'*Odyssée* [1], jusqu'à l'unité

[1] L. IV, v. 72.

du marbre ou du bronze et la plasticité du nu qui rendent bien mieux la pureté de lignes de cette poésie; et, quand les écoles nouvelles s'inspirent du réel, dans une liberté de sentiment inhérente à l'art grec, quand les fabricants de statuettes en terre cuite, discrètement peintes, laissent la majesté des Dieux et les splendeurs du nu pour l'intimité individuelle, elles nous rappellent encore Homère dans ce qu'il a de gracieux, d'humain, d'intime aussi. Au bas d'une bonne partie des œuvres de l'art antique, on pourrait inscrire quelques vers d'Homère, comme on fait pour les poètes modernes dans nos catalogues d'exposition, comme les artistes anciens le firent assez souvent pour que Pline raille et dise qu'il arrive par là que « c'est moins à son mérite qu'au génie d'autrui qu'on doit la célébrité d'une œuvre ». Mais les artistes ne se sont mis qu'après des siècles au niveau des rhapsodes, et l'épopée en garde une jeunesse d'aïeule, des supériorités de primesaut, une beauté fruste. Ce cycle est comme la source-mère où le génie grec a puisé et rajeuni sans cesse ce qu'à son éternel honneur on appelle la simplicité antique. Dès qu'on la comprend dans Homère, on ne peut plus confondre la statuaire romaine avec la pureté du ciseau grec, ni traduire Démosthènes avec emphase, ni trouver avec Pope que Lucrèce, quand il imite Homère, le surpasse, ni, comme Ponsard le reproche à Chénier, « faire entendre dans l'imitation d'Homère un écho harmonieux de Virgile ». Le temps est passé où Heinsius disait que la meilleure édition de ses poèmes était dans l'*Énéide*. « Nos artistes, dit Lessing, auraient mieux fait d'étudier Homère que de lire Ovide. »

La réciprocité cependant existe entre les rhapsodes et les artistes. Les Muses aiment les échanges, dit Virgile. Un large échange de goût n'a jamais cessé de régner entre les divers arts du beau en Grèce, et on pourrait retourner le mot de Lessing et dire : Nos écrivains feraient mieux d'étudier Homère dans les marbres antiques que dans les traductions qui sacrifient la poésie à quoi que ce soit. La pureté, la simplicité, la vérité, la grandeur, l'intimité, s'admirent aussi dans l'art grec. J'y reviens pour revenir plus sûrement à Homère.

L'art est d'abord religieux. Le premier dieu qui prenne la scène dans l'*Iliade* est Apollon. Achille, en pillant Chryse où le dieu a un temple, s'est emparé de la fille de son prêtre Chrysès. Aussitôt le père suit sa fille pour la racheter; mais Agamemnon, qui l'a choisie dans sa part de butin, la part du lion, se refuse à la rendre : « Je ne te la rendrai que lorsqu'elle aura vieilli dans mon palais, à Argos, à tisser de la laine et à partager

ma couche! » Le prêtre irrité supplie son Dieu de le venger. Alors Apollon descend furieux de l'Olympe :

Il portait son carquois de traits tout hérissé.
Les flèches, sur son dos, sous son pas courroucé,
Claquaient. Il s'avançait comme vient la nuit sombre.
Assis loin des vaisseaux, il lâche un trait dans l'ombre;
Formidable est le bruit que jette l'arc d'argent!
Il vise les mulets et le chien diligent;
Puis, aux hommes lançant la flèche vengeresse,
Il frappe! Et des monceaux de morts brûlaient sans cesse [1].

Ces vers ont longtemps fait penser à l'Apollon du Belvédère et, si le rhapsode fait asseoir le Dieu, il était bien libre au statuaire de le tenir debout. On a cru longtemps qu'il tirait de l'arc, soit contre les Grecs, soit contre les fils de Niobé, soit contre les Érynnies. Aujourd'hui, d'après de nouveaux indices qui ont décidé beaucoup de savants, depuis Stéphani en Russie jusqu'à Jahn et Lübke en Allemagne et M. Max Collignon à la Sorbonne, on croit que cette statue, dont la pose n'a guère ce qui caractérise l'action de tirer des flèches, Zoëga l'avait déjà remarqué, mettait à la main d'Apollon l'égide. Pour cette scène, c'est aussi à Homère qu'il faut recourir. Jupiter, envoyant Apollon au secours d'Hector, lui prête l'arme redoutable. Aussitôt un Grec s'écrie :

O justes Dieux! un grand prodige m'a frappé :
Eh quoi! je vois intact, à la mort échappé,
Hector, quand nous croyions déjà le Priamide
Expirant sous les coups d'Ajax Télamonide [2].

A peine sauvé, Hector reprend la lutte; le Dieu marche devant lui :

Revêtu d'un nuage, il tient la forte égide,
De serpents hérissée, horrible, œuvre splendide
De Vulcain, qui devant Jupiter fait tout fuir [3]...

[1] *Iliade*, l. I, v. 45-52.
[2] *Ibid.*, l. XV, v. 286 et suiv.
[3] *Ibid.*, l. XV, v. 308 et suiv.

Je passe le premier choc.

Aussi longtemps qu'inerte il la tient suspendue,
Aussi longtemps, de part et d'autre, on meurt, on tue ;
Mais quand le Dieu, visant les Grecs aux chevaux prompts,
La secoue, en jetant d'affreux cris : dans les fronts,
Dans les cœurs, il abat leur force redoutable,
Et, comme au pré les bœufs, les brebis dans l'étable,
Que deux fauves, le soir, lorsqu'on trait les troupeaux,
Surprennent, quand le pâtre au loin prend du repos,
Les Achéens ont fui. Phœbus les tient en proie
A la peur, et de gloire il couvre Hector et Troie [1].

L'Apollon en bronze de la galerie du comte Stroganoff, à St-Pétersbourg, est d'une importance décisive sur ce point [2] et il n'a pas moins de valeur artistique : il nous rapproche de l'art grec. Grâce à des découvertes pareilles, l'archéologie moderne en arrive à classer les écoles antiques, et bien des fois

[1] *Iliade*, l. XV, v. 317-327.

[2] Voir la photogravure, page 22. L'égide manque, on la reconnaît aux plis de la peau restés à la main, mais il y aurait de grandes difficultés à la restituer.

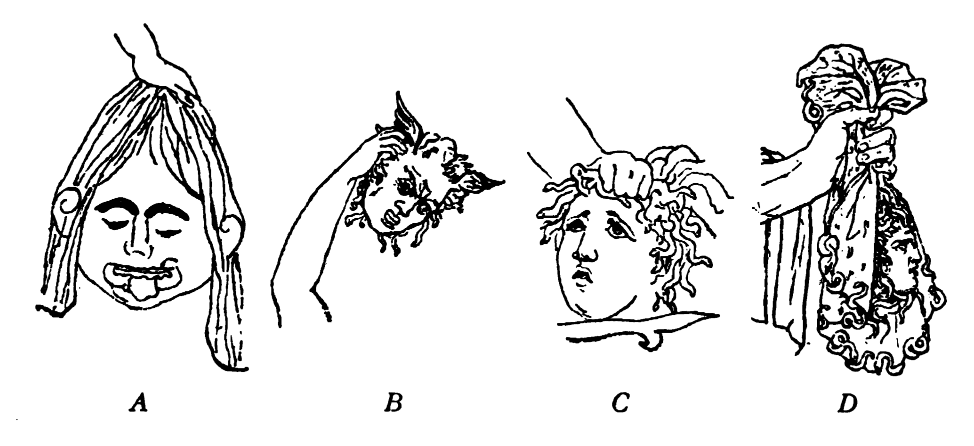
Les têtes de Gorgone ou de Méduse se retrouvent maintenant partout : sur les statues, les monuments, les autels, les médailles, les boucliers, les armures, les vases, les antéfixes, etc.; elles servaient aussi à part, de masques, d'amulettes, d'épouvantails, d'agrafes, de bijoux, et on en a en bronze, en marbre, en terre cuite, en camée, en argent, en or. Il y en a de très belles, comme la tasse Farnèse. Aucune de ces deux catégories ne conviendrait ici, car dans aucune la tête n'est tenue à la main par les cheveux et toutes sont subordonnées à l'objet qu'elles ornent ou au cadre qui les entoure : cercle, carré, losange, ovale, etc., du métal ou de la pierre. Le plus grand nombre des sculptures ou des peintures de Minerve portent l'égide. Mais, au repos, la peau, bordée de serpents, est drapée sur le dos et sur le sein, avec la tête au milieu de la poitrine ou sur l'épaule; tels sont aussi le buste du *Mars sauveur*, de Madrid, et un autre marbre mutilé où Apollon, nu, a sur l'épaule une tête de Gorgone dont la peau écailleuse lui pend jusqu'à la hauteur de l'aine : Stéphani s'en est servi pour sa thèse. Dans la lutte, Minerve déploie la peau le long du bras, en tenant la tête en vue de l'ennemi sur l'arrière-bras, et cette pose est aussi celle de Jupiter sur certaines monnaies des rois de Bactriane et ailleurs.

Parmi les œuvres où la Gorgone est tenue par les cheveux, c'est Persée qui domine. Une informe sculpture du temple de Sélinonte et une fresque de Pompéi le représentent au moment où il tient Méduse aux cheveux et l'égorge. Autant la sculpture est hideuse dans sa naïveté archaïque, autant la tête peinte garde de noblesse

elle a pu remonter des imitations de troisième main et des répliques romaines, à quelque exemplaire meilleur et même au chef-d'œuvre grec, comme au Mercure de Praxitèle, au Diadumène de Polyclète, au Tireur d'épines, dont notre savant confrère le baron de Witte croit la statuette en bronze, récemment découverte à Sparte, antérieure à Praxitèle et à Lysippe.

dans son expression de terreur et de souffrance (voir *C*). Il y a de même, aux deux extrémités de l'art, un vase de Berlin où Persée tend à Minerve la tête coupée, qu'il tient par les cheveux pendants des deux côtés des joues, les yeux fermés, la langue tirée, d'une laideur complète (*A*), et une autre fresque de Pompéi — il y en a cinq variantes — où le héros montre à Andromède, dans le miroir d'une fontaine, la tête ailée (*B*) dont l'horreur, de moins en moins accentuée, s'harmonise avec les grâces du couple nu. Sur un vase de Naples et sur un de Leipzig, c'est Minerve qui montre à Persée dans l'eau d'une vasque une tête assez insignifiante. Enfin, l'*Apollon bourreau,* du Vatican, montre une tête, mais tout prouve que c'est celle de Marsyas.

Parmi ces indications, ce n'est que de très loin que quelques-unes donnent une idée de ce que pouvait être la tête qui manque au bronze Stroganoff, telle qu'on doit supposer que l'artiste l'avait conçue en créant le chef-d'œuvre dont le bronze s'est inspiré. Une découverte pourrait tout trancher. Pouqueville rapporte que Vély Pacha donna au docteur L. Frank, avec la statuette de bronze, « une tête de Gorgone » trouvée dans les mêmes lieux, à Argos; mais il ne dit pas si elle s'adaptait au reste. Il a fallu que l'Apollon, perdu de vue, entrât dans la galerie du comte Stroganoff pour prendre l'importance qu'il mérite et acquérir une réputation européenne. Un hasard peut nous rendre de même l'égide. En attendant, Stéphani s'est hasardé à en faire composer une (*D*) que Lübke a publiée aussi. Canova me semble avoir mieux choisi pour la Méduse de son *Persée* du Vatican. Ni Stéphani, ni Lübke, d'ailleurs, n'ont jugé prudent d'adapter la leur au bronze de Pétersbourg. Le marbre du Belvédère leur a semblé s'y prêter plus facilement. Ces restaurations, en effet, sont bien délicates, quand elles ne sont pas téméraires. Je me borne à présenter ici quelques dessins qui aideront l'imagination à se figurer ce que rien ne peut remplacer, ni pour le bronze, ni pour le marbre.



A *B* *C* *D*



La statuette Stroganoff fait quelque chose de semblable : on avait plus d'une fois senti que le grand marbre du Belvédère était plus romain que grec, plutôt virgilien qu'homérique; il suffit de voir ce beau bronze, qui ne mesure que 60 centimètres, pour se sentir plus près de la statue que Pausanias dit avoir vue à Thèbes. Et si l'on se reporte en imagination au chef-d'œuvre qu'il rappelle, c'est au IV[e] siècle avant notre ère et peut-être à Polyclète qu'il faut penser; à ce titre surtout, l'Apollon à l'égide serait la plus belle illustration de la scène de l'*Iliade*.

En grec, Strabon, Dion Chrysostôme, etc., en latin, Valère Maxime et Macrobe, racontent que le peintre Panénus, ayant demandé à son frère Phidias quel modèle il prendrait pour la tête de Jupiter, le sculpteur répondit : « Le portrait qu'Homère nous en donne » et cita trois vers de l'*Iliade*. Ces vers suffisaient en Grèce où les enfants les récitaient par cœur à l'école. Ils sont préparés par le rhapsode : Thétis, conspirant au ciel la vengeance dont son fils se charge au camp, va supplier Jupiter de donner la victoire aux Troyens tant qu'Achille ne sera pas rendu à son poste d'honneurs. Le Dieu hésite, craint de longs malheurs, finit par promettre :

Et de la tête, afin que tu le tiennes vrai,
Ce que je te promets, je le confirmerai.
Venant de moi, les Dieux le savent redoutable
Ce signe; devant lui, plus rien n'est révocable,
Rien ne demeure vain, ne reste inaccompli,
D'un geste de mon front lorsque j'ai consenti.

Alors viennent les vers qui servirent de modèle à Phidias :

Il dit, des sourcils noirs Jupiter fait un geste;
Sa chevelure d'or s'ébranle au front céleste
De l'immortel : le vaste Olympe en a tremblé [1].

Il faut en croire toute l'antiquité : la tête du Jupiter Olympien rendait l'irrésistible volonté du Dieu. Le souvenir nous en reste en des médailles,

[1] *Iliade*, l. I, v. 524-530.

faites à Athènes; puis, à Rome, quand l'œuvre de Phidias existait encore.




Médaille d'Athènes, IVe siècle avant J.-C. [1].



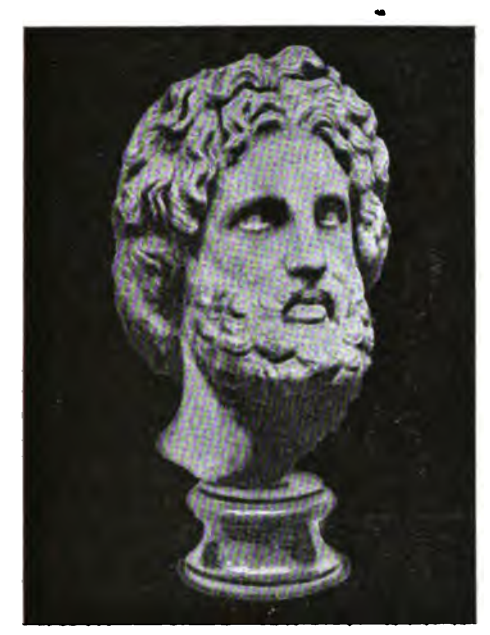
Médaille d'Élis, règne d'Adrien [2].

Des différences sont encore à noter ici. D'abord, dans l'œuvre de Phidias, cette tête avait la face en ivoire et les cheveux en or, ceints d'une couronne, en bronze verdâtre sans doute : « faite à l'image d'un rameau d'olivier », dit Pausanias. L'art grec ne put se contenter longtemps de cet assemblage de matériaux précieux; il préféra bientôt l'unité simple du bronze ou du marbre. Ensuite, le monument d'Olympie, ensemble grandiose, remplissant tout le fond du temple jusqu'au faîte, était entouré d'une grande richesse d'ornements : une victoire en ivoire, or et argent, à la main droite du Dieu; un sceptre de plusieurs métaux à sa gauche; quatre victoires, « en forme de danseuses », dit Pausanias, autour du dossier du trône; au-dessus, les Grâces et les Heures planant; et partout, sur le manteau et les souliers du Dieu, sur les traverses et la base du trône, même sur les colonnes de la balustrade défendant l'approche du monument, partout, des bas-reliefs, des plaques d'or sculptées, des peintures, représentant des scènes mythologiques. Si Phidias a voulu rendre ainsi l'abondance conteuse des rhapsodes, on en arriva à préférer la majesté simple de cette poésie et à la demander à une statue unique. Enfin, le Jupiter était en partie vêtu, et le nu ne devait pas tarder à l'emporter; le nu complète tous ces moyens de simplicité par l'éclat d'une beauté sublime.

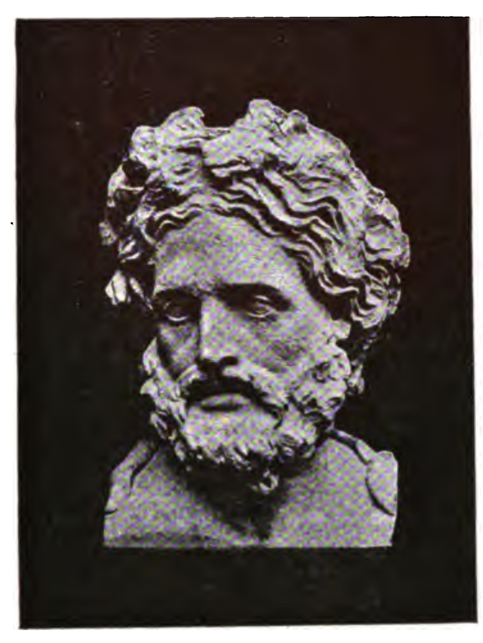
Plus tard, le type devait s'emparer de Jupiter et chercher à fixer la figure du Dieu dans une ressemblance avec le lion. La tête du Vatican, dite d'Otricoli, et celle du Jupiter assis du Musée Britannique, en sont déjà quelque peu entachées. Mais le génie grec était trop libre pour s'en tenir à des formules. Si l'on fait la part du ciseau romain reproduisant des chefs-d'œuvre grecs, on peut s'arrêter à deux têtes dont le reste est perdu : l'une, le Jupiter de Milo, qui est au Musée Britannique; l'autre, découverte

[1] Musée Britannique (*Bull. de l'Acad. de Berlin,* 1874).
[2] Musée Britannique (*Archæolog. Zeitung,* 1876).

dans les fouilles russes, et qu'on peut appeler le Jupiter de Pétersbourg.



Jupiter de Milo.



Jupiter de Saint-Pétersbourg.

De nombreuses œuvres du ciseau grec font vivre la majesté des Dieux; aucune n'en représente la grandeur tragique mieux que les bas-reliefs qui ornaient le soubassement de l'autel de Jupiter, à Pergame, un monument peu célèbre dans l'antiquité, longtemps perdu et retrouvé récemment. Les deux groupes où Minerve d'un côté, Jupiter de l'autre, combattent les Titans, s'y distinguent entre tous par la hardiesse du mouvement; celui de Jupiter surtout est un chef-d'œuvre de fougue grandiose.



Jupiter foudroyant.

Praxitèle fit presque une révolution par ses hardiesses dans la grâce et dans la réalité de l'expression. Quelques vers du discours où le précepteur d'Achille, Phœnix, lui rappelle son enfance, serviraient d'inscription à bien des statues représentant un Dieu ou un homme portant un enfant. Si les rhapsodes ne détaillaient pas les souvenirs quand ils y font appel, on pourrait faire un vers d'une phrase de Phœnix :

Tu ne voulais manger qu'étant sur mes genoux [1].

Un vers de l'*Iliade,* que Schiller a négligé dans ses *Adieux d'Hector,* est d'un sentiment plus profond. Le héros pense à l'avenir de l'enfant qu'il tient dans ses bras :

Puisse-t-on dire : il est plus vaillant que son père [2].

L'une ou l'autre de ces scènes pourrait être illustrée par un incomparable chef-d'œuvre de Praxitèle, récemment découvert à Olympie. Pausanias dit l'avoir vu dans le temple de Junon où il a été retrouvé. C'est le Mercure portant Bacchus [3].

Nul n'a songé à mettre Phidias au-dessus d'Homère. Valère Maxime trouve même Zeuxis assez présomptueux de n'avoir pas attendu l'avis du public pour mettre au bas de son Hélène trois vers de l'*Iliade :* une vive glorification de la beauté. Hélène, avertie que Pâris a provoqué Ménélas, s'émeut pour son premier époux et court aux remparts. A la porte de Scées, les plus sages vieillards de Troie, réunis autour de Priam, la voient s'avancer et se disent :

Ce n'est pas un fléau qu'Achéens et Troyens
Aient si longtemps souffert pour une beauté telle,
Car Hélène a des traits de Déesse immortelle [4].

Ainsi dans l'*Iliade* apparaît Hélène, un des portraits les plus creusés

[1] *Iliade,* l. IX, v. 485 et suiv.
[2] *Ibid.,* l. VI, v. 479.
[3] Voir la photogravure ci-jointe.
[4] *Iliade,* l. III, v. 156 et suiv.



du cycle. C'est dans les *Cypriaques* qu'il commence : Le poète raconte comment Vénus, qui, pour obtenir le prix de beauté, a promis la belle grecque à Pâris, le conseille, le sert dans cette aventure, « lui livre Hélène », comme dit Proclus. La scène où Pâris, « pendant un festin, fait des présents à la jeune femme » et la demande à Vénus; et celle où Vénus devait la persuader, sont perdues avec le poème. Elles nous restent en œuvres d'art. Une peinture sur vase donne la première; un bas-relief en marbre, du Musée de Naples, « célèbre par la pureté du style grec », dit le catalogue, représente l'autre, où Vénus, au pied de l'autel domestique de la Muse Pytho, déesse de la persuasion, exerce sur la jeune épouse de Ménélas cette séduction que la victime appellera, dans l'*Iliade,* une perfidie [1] :



[1] Malheureusement la figure d'Hélène a été mutilée.

Dans l'*Iliade,* Priam appelle Hélène : « Viens, chère fille, assieds-toi près de moi; viens voir ton premier époux, tes parents, tes amis. » Et il l'interroge : Quel est cet homme gigantesque? Et celui-là? Et cet autre? — C'est Agamemnon, c'est Ulysse, c'est Ajax, répond la plus divine des femmes, comme dit le poète. On n'a pas retrouvé l'*Hélène* de Zeuxis, mais une terre cuite nous reste représentant cette dernière scène.

Quand Pâris fuit vaincu, et que la Déesse veut forcer Hélène à le rejoindre dans la chambre nuptiale, le poète annonce les héroïnes du théâtre d'Euripide, se révoltant contre les obsessions de Vénus :

Est-ce donc quand Pâris a fui, que Ménélas
Vainqueur veut sous son toit me ramener confuse,
Que tu dois revenir ici, tramant la ruse?
Va toi-même à Pâris! Quitte le rang des Dieux!
Que ton pied désapprenne à retourner aux cieux!
Mais, près de lui, toujours dévouée et présente,
Sers-le, tant qu'il te prenne à femme ou pour servante [1]!

Vénus irritée la menace de mort violente. La fille de Léda et de Jupiter fléchit, mais son indignation retombe sur le beau protégé de Vénus, son lâche époux.



Pâris, camée antique.

Vénus ordonne; Hélène alors, de peur frappée,
Part, et d'un manteau blanc qui resplendit drapée,

[1] *Iliade,* l. III, v. 406-409.

Muette, se cachant des Troyennes, la suit.
Vénus au beau palais conjugal la conduit;
A la voir, chaque esclave au devoir s'est pressée
Et la divine femme entre au haut gynécée.
Là, pour elle, Vénus, la déesse des ris,
Prend un siège et l'avance en face de Pâris;
Hélène y va s'asseoir, fille au Dieu de l'orage,
Mais détourne ses yeux de Pâris et l'outrage :



Fresque de Pompéi [1].

« Tu reviens de la guerre! Ah! que n'as-tu péri
Sous la puissante main de mon premier mari!

[1] Pour une illustration de l'*Iliade,* cette intéressante peinture devrait être publiée, d'après une photographie et avec les couleurs de la fresque. Nous ne pouvons ici qu'en donner une esquisse.

Je sais : sur Ménélas, tu te vantais d'avance
De l'emporter, du cœur, des bras et de la lance!
Va donc, provoque encore à lutter avec toi
Ménélas, cet ami du Dieu Mars! Non, crois-moi,
Renonce avec le blond Ménélas à combattre
Un combat corps à corps et ne va plus te battre
En étourdi, car lui, promptement te tuerait [1]. »

L'Hélène de Zeuxis et une autre dont parle Pline étaient nues toutes les deux. La nudité n'est pas dans Homère. Sa nudité c'est la simplicité, comme le sublime de la simplicité dans la statuaire est le nu. Hérodote dit que, chez presque toutes les nations barbares, c'est un opprobre, même à l'homme, de se montrer sans vêtement. Quand Praxitèle, au dire de Pline, se révéla en de si délicates hardiesses, voulant sauver la première difficulté du nu, il prit un sujet où il était naturel : le bain. Les habitants de Cos préférèrent, pour le même prix, une Vénus vêtue, et l'autre, achetée ailleurs, est devenue cette Vénus de Gnide, tant de fois reproduite, dont Pline, quand la cause était gagnée, s'autorise pour constater combien la Vénus habillée est restée loin du chef-d'œuvre de Praxitèle.

L'*Odyssée* a un autre portrait d'Hélène, un portrait bien humain. Troie détruite, le rapt puni, Hélène, après dix ans et deux mariages troyens, est reprise par Ménélas, toujours belle, toujours aimée, et le poète se plaît à la placer dans un tableau d'intérieur conjugal dont le bonheur fait contraste avec les chagrins de la fidèle Pénélope. Hélène paraît et tout s'empresse à l'entourer de soins et de luxe :

Pendant que Ménélas couvait cette pensée,
Hélène abandonnait l'odorant gynécée;
Elle entre; c'est Diane avec sa flèche d'or.
Adraste avance un siège ouvré comme un trésor,
Alcippe sous ses pieds met la laine vermeille,
Phylo pousse en argent une riche corbeille.

[1] *Iliade*, l. III, v. 418-436.

J'omets des détails qui donnent du prix à cette corbeille offerte à Hélène.

Elle s'assied, son pied sur l'escabeau repose;
Puis, avec son époux, en ces mots elle cause [1].

C'est alors qu'Hélène offre à Télémaque le vin de l'oubli, comme elle est représentée dans un tableau retrouvé à Rome, aux bains de Titus [2].

Ce qu'on n'a osé ni pour Phidias, ni pour Zeuxis, ni pour Praxitèle, Pline le risque en faveur d'Apelles qui, dans sa Diane, a paru, dit-il, surpasser les vers d'Homère. Ces vers ne sont qu'une comparaison; ils ouvrent l'épisode de l'*Odyssée* qui oppose aux suites malheureuses de la guerre le tableau d'un peuple pacifique. J'arrive ainsi à ce qu'il y a de plus naïvement simple dans Homère : un portrait de jeune fille.

Quand Minerve obtient de Jupiter la délivrance d'Ulysse, retenu si longtemps dans une île, captif de l'amour de Calypso, Mercure est député vers la nymphe :

Renvoie Ulysse ou crains Jupiter irrité.

Un bas-relief en terre cuite rend magnifiquement cette scène [3]. Calypso obéit, Ulysse prend la mer sur un radeau jusqu'à ce qu'un naufrage le jette dans l'île des Phéaciens. Nausicaa n'a d'autre rôle que de le conduire à la capitale de cette île. Mais quelle plus gracieuse messagère pouvait lui montrer le chemin de cette patrie idéale de la paix et du travail? Suscitée en songe par Minerve, elle va laver dans le fleuve le linge de sa patriarcale famille. Essayons d'une traduction en vers. Mes confrères me tiendront compte des difficultés, eux qui « sçavent » le grec!

Et les habits restaient à sécher au soleil.
Lorsque la jeune troupe a pris sa nourriture,
Pour jouer à la balle, on ôte sa coiffure.
La princesse aux bras blancs dirige de la voix :

[1] *Odyssée*, l. IV, v. 120 et suiv.
[2] WINCKELMANN, *Histoire de l'art chez les anciens*, l. IV, ch. VIII.
[3] Collection Lecuyer, pl. L[4].

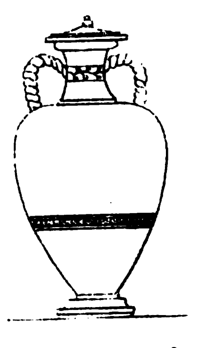
Telle Diane, aimant à vider son carquois,
Monte sur l'Érymanthe ou le Taygète aride,
Chasser le sanglier fougueux, le cerf rapide;
Et les nymphes des champs, filles de Jupiter,
La suivent, et Latone en a le cœur tout fier,
Car sa fille, de tout le front plus grande qu'elles,
S'en distingue aisément; toutes pourtant sont belles.
Sur ses femmes ainsi la vierge dominait.
Mais de s'en retourner bientôt l'heure venait :
Les habits sont pliés, les mules amenées;
Minerve alors, veillant encore aux destinées,

Diane [1].



Minerve, petit bronze trouvé à Portici.

[1] Pausanias dit qu'à Anticyre il y avait un temple à Neptune et un à Diane dont la statue était de Praxitèle. Or, sur la médaille en bronze, d'Anticyre, ici reproduite, on voit, d'un côté, la tête de Neptune, de l'autre, Diane dans la pose que décrit Pausanias. Cette médaille nous conserve donc une idée de la statue.



Veut réveiller Ulysse et lui faire aborder
La vierge qui le peut à la ville guider.
La balle que lançait la reine à ses servantes
S'égare et va tomber au sein des eaux mouvantes;
Elles crient : le divin Ulysse est réveillé,
Et, consultant sa tête et son cœur, il s'assied.
« Malheureux ! de quel peuple ai-je atteint le rivage?
N'est-il pas inhumain, sans justice, sauvage?
Ou s'il respecte l'hôte et des Dieux suit la loi?
Comme un cri féminin circule autour de moi :
Est-ce la nymphe errant aux montagnes désertes,
A la source du fleuve ou par les plaines vertes,
Ou quelqu'homme, ici près, que je rencontrerai?
Allons : j'explorerai moi-même et je verrai. »
Il dit, sort de son lit de broussaille, et, robuste,
Dans l'épaisse forêt brise un rameau d'arbuste
Tout en feuilles, pour en couvrir sa nudité;
Puis, il s'avance, tel qu'un lion indompté :
Fils des grands monts, les vents l'ont battu, ses prunelles
S'embrasent, il se jette aux taureaux, aux gazelles,
Aux cerfs; le ventre ordonne, il voudrait dévorer
Le bétail, et jusqu'en la ferme il ose entrer.
Ulysse ainsi, vers les vierges à blonde tresse,
S'avance, quoique nu : nécessité le presse.
Terrible, il leur paraît, souillé du flot amer;
Elles fuient vers les bords escarpés de la mer;
La vierge seule attend, car Minerve la sainte
Met l'audace en son front, ôte à son corps la crainte [1];
Elle reste debout. Ulysse est vacillant :
A ses genoux, doit-il la presser, suppliant,

[1] Voir la lithochromographie ci-jointe, d'après un vase de Nola (Musée de Munich).

Ou, restant loin, prier, d'une parole habile,
Qu'elle lui donne un voile et lui montre la ville?
Ainsi délibérant, il pense qu'il vaut mieux
La supplier de loin, en mots élogieux,
De peur que, s'il la touche, elle ne se courrouce.
Aussitôt, il a pris sa voix habile et douce :
« Je te supplie, ô reine! Es-tu fille de Dieux
Ou mortelle? Si tu descends des larges cieux,
C'est Diane, je crois, fille à Jupiter même,
Dont je reconnais l'air, le port, l'éclat suprême.
Si tu naquis d'un homme, en ce monde habitant,
Trois fois heureux ton père et ta mère au cœur grand,
Trois fois heureux aussi tes frères, car leur âme
Sans cesse, grâce à toi, d'allégresse s'enflamme
A te voir, rameau souple, entrer aux chœurs joyeux.
Mais lui, par-dessus tout, sera le plus heureux
Qui jusqu'en sa demeure, un jour, t'aura menée
En pliant au fardeau des présents d'hyménée.
Car jamais je ne vis un être aussi parfait,
Homme ou femme, et j'admire et reste stupéfait.
A Délos, près l'autel d'Apollon, j'ai naguère
Vu d'un jeune palmier croître la tige altière;
Car j'allai dans cette île, un peuple de héros
M'y suivait, et de là sont venus tous mes maux.
Mais, tel que je restai dans l'extase profonde,
Longtemps, n'ayant pas vu d'aussi bel arbre au monde,
Tel je t'admire, ô femme, et m'étonne, et je crains
De toucher tes genoux, malgré mes grands chagrins.
Hier, après vingt jours, je sortis du flot sombre;
L'orage jusqu'alors m'avait poussé, dans l'ombre,
Loin d'Ogygie; enfin, un Dieu m'ouvre ce port,
Pour mon malheur sans doute aussi, car je crains fort

Qu'aucun Dieu n'ait jamais pitié de mes souffrances.
Donc, reine, secours-moi, toi qu'après tant de transes
J'aborde la première, et jamais je ne vis
Aucun homme habitant ta ville et ton pays.
Montre-moi la cité, jette-moi l'un des langes
Apportés pour serrer les habits que tu ranges;
Et te puissent les dieux donner tous les bonheurs :
Un mari, des enfants et l'accord de deux cœurs
Si bon; car il n'est rien de plus doux en ce monde
Quand la maison unit dans une paix profonde
L'homme et la femme : affreux tourment pour l'envieux,
Joie à l'ami vrai; mais, eux, le sentent bien mieux! »
La princesse aux bras blancs prend alors la parole :
« Hôte, tu ne parais ni méchant ni frivole.
Jupiter donne à tous un destin opportun,
Aux bons comme aux méchants, comme il veut, à chacun.
Souffre-les jusqu'au bout s'il t'envoya des peines.
Maintenant que tu fus jeté sur nos domaines,
Tu ne manqueras plus de manteau ni de rien
De ce qu'un malheureux qui nous supplie obtient.
Tu sauras notre nom et tu verras la ville :
Les Phéaciens sont les maîtres de cette île,
Et moi, je suis la fille au noble Alcinoüs
A qui tous les bonheurs de ce peuple sont dus. »
Elle dit et commande à ses belles servantes :
« Arrêtez! Devant lui pourquoi ces épouvantes?
Pensiez-vous voir un homme hostile à notre paix?
Non, pas de si longtemps et peut-être jamais
Un homme ne naîtra qui puisse dans nos terres
Guerroyer, car aux Dieux nos familles sont chères
Et nous habitons loin, au sein du flot salé,
A l'écart, et nul peuple à nous ne s'est mêlé.

Mais ce malheureux vient, errant, sur notre côte ;
Il faut le secourir. Car tout pauvre, tout hôte
Nous vient de Jupiter; un rien peut l'obliger.
Filles, offrez-lui donc le boire et le manger,
Baignez-le dans le fleuve, où du vent l'on s'abrite. »
La troupe alors s'arrête, au courage s'excite,
Mène Ulysse à l'abri du vent, où l'indiqua
La fille au noble Alcinoüs, Nausicaa,
Lui prépare un habit, du linge, une chlamyde,
Lui donne, dans la fiole en or, l'huile fluide,
Et lui dit qu'il se lave au courant, dans les flots.
Ulysse parle alors aux femmes, en ces mots :
« Femmes, tenez-vous loin pendant qu'à ma poitrine
J'ôte le sel marin, et que cette huile fine
Y coule; car mon corps de longtemps ne fut oint.
Mais comment me laver? Je ne m'oserais point
Mettre nu, devant vous, filles jeunes et belles. »





Peinture sur un osselet en terre cuite [1].

[1] Cet objet, dé, vase ou lampe, trouvé à Égine, semble l'unique exemplaire connu de cette forme originale choisie par un céramiste grec pour placer sur chacun des quatre côtés de l'osselet de petites peintures. Les autres groupes sont composés de trois ou quatre jeunes filles jouant, et celui que nous reproduisons a autorisé deux archéologues (Jahn et Overbeck) à y reconnaître l'épisode de Nausicaa.

Il dit, elles s'en vont en devisant entr'elles.
Ulysse le divin lave alors dans les flots
Le sel qui lui couvrait le flanc, le large dos;
Il ôte de son front toute l'écume vile,
Et, lorsqu'il s'est baigné le corps et frotté d'huile,
Que de la vierge il a revêtu le manteau,
Fille de Jupiter, Minerve le rend beau,
Grand à l'aspect, et fait rouler sa chevelure
En grappes d'hyacinthe, autour de sa figure,
Comme l'argent s'unit à l'or sous une main
D'homme qui de Minerve apprit ou de Vulcain
L'art aux nombreux métaux dont la grâce est parfaite :
Minerve ainsi répand les grâces sur sa tête.
Il s'assied, vers la mer au loin se retirant,
Beau de forme et d'éclat; et la vierge, admirant,
A ses filles aux longs cheveux bouclés s'adresse :
« Mes filles aux bras blancs, oyez votre maîtresse.
Non, ce n'est pas malgré tous les Olympiens
Que ce demi-dieu vint chez les Phéaciens;
Car d'abord, il m'était apparu misérable,
Et je le vois aux Dieux du vaste ciel semblable.
Puisse un homme pareil s'appeler mon époux,
Et puisse l'étranger se plaire parmi nous!
Offrez-lui donc le pain, le vin, avec largesse. »
Elle dit; d'obéir aussitôt l'on se presse,
Elles mettent devant lui le pain et le vin;
Avidement alors Ulysse le divin
Mange et boit, car il n'eut de longtemps aucun vivre.
Et déjà la pucelle à d'autres soins se livre :
Elle emplit, des habits pliés, le chariot,
Y fixe les mulets au solide sabot,
Y monte, appelle Ulysse et lui dit à voix haute :
« Lève-toi, je te mène à la ville, mon hôte,

Puis, chez mon père au cœur prudent, où, je le dis,
Tu verras les premiers des hommes du pays.
Mais agis sagement, car tu parais habile :
Aussi longtemps que va durer ce champ fertile,
Aussi longtemps, avec mes femmes, tu suivras
A la course mon char, je guiderai tes pas.



Nausicaa, Amphore de Nola, Musée de Munich.

Mais quand nous monterons vers la ville murée,
Ceinte des deux côtés d'un beau port, dont l'entrée
Ouvre, en se resserrant, un asile aux vaisseaux
Qui peuvent se ranger tous à l'aise en ses eaux ;
Là s'étend près du temple à Neptune, une place
Où la pierre en gros blocs profondément s'entasse ;
Là les noirs vaisseaux ont leurs câbles, leurs agrès ;
La rame se polit, les cordages sont prêts,
Car les Phéaciens d'arcs, de carquois n'ont cure,
Mais de vaisseaux mâtés, d'une égale structure,
Sur lesquels on parcourt la mer joyeusement.
Évite les méchants propos dès ce moment,

Car, derrière mon dos, je crains qu'on ne me fasse
Honte, il ne manque pas d'insolents dans la masse,
Et peut-être un vilain dirait, nous rencontrant :
« Qui suit Nausicaa? Quel est, si beau, si grand,
Cet hôte? D'où vient-il? C'est un mari sans doute.
Serait-ce un naufragé jeté hors de sa route?
Il vient de loin, car nul n'habite près de nous.
Est-ce le Dieu longtemps souhaité pour époux
Qui vient du ciel et qu'elle aura toute sa vie?
C'est au mieux qu'elle-même et cherche et se marie
Au dehors, car on sait qu'elle tient en dédain
Son pays; les plus grands y demandent sa main. »
Ils diraient, et sur moi tomberait tout le blâme,
Car je m'indignerais moi-même qu'une femme,
De ses parents vivants encor rompant le frein,
S'entourât en public d'hommes avant l'hymen [1]. »

Voilà ce que j'ai pu faire pour donner une idée de la simplicité nue d'Homère, nue comme un marbre de Praxitèle. Il est à regretter que nous n'ayons conservé ni le tableau de Polygnote : Ulysse abordant Nausicaa, ni le riche coffret votif d'Olympie, du VIII[e] siècle avant notre ère, où l'un des bas-reliefs représentait la vierge allant au lavoir. Heureusement, la liberté de l'art grec fut inépuisable et ce qu'on peut appeler l'intimité homérique revit dans l'innombrable production de vases peints et de terres cuites. Jeunesse, innocence, enjouement, grâce élégante, coquetterie de tenue, familiarité de confidence, charme de rêverie, passion repoussée ou acceptée, sentiment naïf ou profond, douceur d'amitié ou passion dramatique, sans oublier le comique et le grotesque dans un pays où Homère avait mis Vulcain auprès de Vénus, Thersite auprès d'Achille et Irus dans la maison d'Ulysse, rien ne manque aux terres cuites, pas même une modernité de modelé encore vivante, pas même des sujets comme la pitié d'une vierge pour un blessé, l'hésitation d'une jeune fille devant l'inconnu de la mort, ou l'amour d'une mère allaitant son fils. Après la découverte

[1] *Odyssée*, l. VI, v. 98-288.

des grands vases grecs, en 1828, l'apparition des figurines fut une révélation nouvelle d'un génie qu'à chaque fois on croit connaître et qui reparaît aussitôt sous un aspect toujours imprévu. Les terres cuites, trouvées au XVII[e] siècle, étudiées par Winckelmann et dont le Musée britannique a publié un catalogue en 1812, étaient presque toutes des bas-reliefs servant d'ornements à l'architecture. Rien n'y annonçait l'art familier des figurines. Celles de Tanagra, trouvées en 1870, ont presque fait oublier les découvertes pareilles faites à Athènes au commencement de ce siècle [1], en Cyrénaïque de 1847 à 1851, en Sicile et à Naples en 1857. Depuis les fouilles de Tanagra, les recherches se sont étendues de la Béotie à l'Asie-Mineure et à l'Asie; partout la diversité des fabriques atteste l'indépendance d'un art qui reste libre sans cesser d'être lui-même.

Il n'y a cependant rien de nouveau sous le soleil, pas même la citation que je vais faire, sans m'arrêter à Pausanias, signalant des fabriques pareilles « sur les confins de Tanagra ». Strabon raconte que César, voulant relever Corinthe de ses ruines, y envoya des colons qui, « s'étant mis à fouiller les décombres et à ouvrir les tombes, y trouvèrent une grande quantité de sculptures en terre cuite et les offrirent en vente à des prix élevés, inondant Rome de leurs Corinthes ». On dit aujourd'hui des Tanagras, et c'est Paris, Berlin, Londres, Pétersbourg, Athènes qui sont inondés de ces petits chefs-d'œuvre, « qui furent très recherchés dans Rome », dit Strabon. Les sculptures, les peintures, les frises, les bas-reliefs, les médailles, les pierres gravées ont un grand intérêt, fournissent des motifs brillants, de rares chefs-d'œuvre. Rien ne les complète mieux que ces figurines pour rendre les grâces de la femme et l'art intime de la Grèce.

Un archéologue français, grand partisan des musées de moulage, dit qu'eux seuls peuvent donner le sentiment de ce qu'est l'art grec. Il en est de même d'Homère, qu'il faut voir dans Homère et non dans Ovide ou Virgile, et surtout pas dans les traductions en prose. Malheureusement, on ne veut plus apprendre le grec et ce qu'on en sait, quand on l'a appris, n'y sert guère. Force est donc bien de recourir à des traductions, des traductions en vers, visant avant tout à rendre d'un poète la poésie. A moins d'un chef-d'œuvre, aucune n'y suffirait. Mais le chef-d'œuvre d'interprétation d'Homère est tout fait dans l'art antique. Une traduction ne me semble plus possible si l'auteur ne prend soin de comprendre le véritable sens de cette poésie, d'en appliquer la rythmique en toute sa variété et d'en

[1] Stackelberg en a publié de belles gravures coloriées, en 1827.

conserver autant que possible la simplicité plastique. L'illustrateur, de son côté, aurait à faire un choix de ce qui se rapporte aux récits d'Homère et aux mœurs qu'il peint, en trois grandes séries de richesses artistiques : Les objets du temps découverts en si grand nombre dans les fouilles, avec les médailles les plus anciennes; puis, les grandes œuvres de la sculpture et de la peinture antiques, y compris les bas-reliefs, les stèles funèbres et les pierres taillées; enfin, sans négliger les vases peints, l'innombrable variété des petites merveilles de la terre cuite. Si une traduction supportable était illustrée, comme elle peut l'être aujourd'hui à chaque page, d'un chef-d'œuvre grec, ce n'est pas une illusion de penser que ce livre serait une des initiations les plus complètes au génie de ce peuple privilégié.

Voilà bien des années que j'ai senti cela à Rome, et, chaque fois que je suis revenu à Homère, j'ai retrouvé l'impression enthousiaste qui m'avait fait essayer, devant les chefs-d'œuvre du Capitole, de mettre en vers quelques Marbres antiques. Mais à mesure que je comprenais mieux la simplicité du génie grec, j'arrivais à en désirer une reproduction moins virgilienne, tantôt d'un style grandiose comme les frises du Parthénon ou d'Olympie, tantôt d'un vigoureux mouvement dramatique comme les bas-reliefs de Pergame, tantôt d'une plasticité émue avec Praxitèle, réfléchie avec Polyclète, familière avec les Tanagras. Cette esquisse ne peut en donner qu'une bien faible idée, mais j'ose dire que ce livre serait un des plus utiles à l'éducation du goût pour les écrivains, les artistes et les gens du monde. Car, dans cette Hellade aux belles femmes, comme dit l'*Iliade,* tous, depuis les Homérides jusqu'aux poètes comiques, depuis Phidias jusqu'à Praxitèle, depuis les colossales statues comme celle d'Apollon que Lucullus fit transporter à Rome et qui avait coûté 2,460,000 francs, jusqu'à ces figures de terre que les marchands donnaient par-dessus le marché, dit Ésope, et dont les modeleurs, d'après un tarif maximum de Dioclétien, recevaient, outre la nourriture, comme les maçons et les boulangers, 1 franc 25 centimes par jour, tous prêchent d'exemple deux grandes choses. On les voit, à travers les siècles, accomplir les diverses évolutions de l'art, de vraies révolutions quelquefois, dans la discipline commune de la nature, de la science et de l'esprit national, sans aucun besoin de ces réactions violentes où l'on fait mal pour faire autre chose, mais avec l'audace, sûre d'elle-même, que donne la forte éducation du passé. En deux mots, on voit, pendant plus de mille ans, la Grèce allier le respect du beau à l'indépendance du génie. Pline nous apprend qu'elle ne voulait pour son art que des hommes en pleine possession de leur

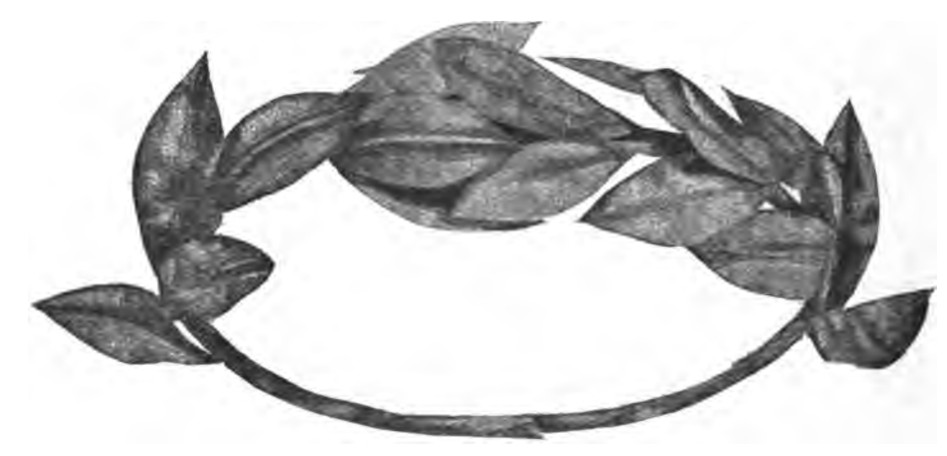
intégrité morale : « Il fut à jamais interdit de l'enseigner aux esclaves », dit-il, et l'on peut encore remonter pour ceci à Homère, je prends la traduction de Boileau :

> Le même jour qui met un homme libre aux fers
> Lui ravit la moitié de sa vertu première.

Platon, dans un temps où le texte qui nous est parvenu n'était pas encore établi, cite le dernier vers avec une variante, également vraie, qu'il faudrait traduire ainsi :

> Lui ravit la moitié de son intelligence.

Je m'arrête sur cette parole de la poésie antique.



Couronne en or, trouvée dans l'île de Taman, dans une tombe du Xe siècle avant notre ère (Commission impériale archéologique de Saint-Pétersbourg).

LE YIH-KING

TEXTE PRIMITIF

RÉTABLI, TRADUIT ET COMMENTÉ

PAR

Ch. de HARLEZ

MEMBRE DE L'ACADÉMIE

(Présenté à la Classe des lettres dans la séance du 8 octobre 1888.)

PRÉFACE.

Un essai publié l'année dernière dans le *Journal Asiatique*[1] avait eu pour but de démontrer que le Yih-king n'était point ce livre de divination bizarre et, j'ose le dire, peu sensé, que certains lettrés de la Chine ont jadis présenté à leurs concitoyens avides d'art augural et que leur postérité a reçu, comme tel, de leurs mains et transmis, en cet état, jusqu'à nous.

L'étude continuée de ce livre fameux et l'essai d'une traduction complète du texte principal m'a de plus en plus convaincu de la justesse de ma première interprétation ; il ne m'est plus possible de douter que le Yih-king ne soit en réalité un répertoire de réflexions philosophiques et grammaticales sous soixante-quatre titres.

C'est ce qui m'a déterminé à présenter au public ce nouvel essai, qui complète le premier, et comprend une traduction complète du texte fondamental comme des commentaires qui en font en quelque sorte partie intégrante.

Nous laisserons naturellement de côté ceux qui n'ont fait qu'altérer la pensée des premiers auteurs de l'ouvrage et lui ont donné ce caractère de livre de bonne aventure qui ne rachète pas même sa nature plus que singulière par des prévisions tant soit peu fondées en raison.

De ceux-là nous ne citerons que ce qui est nécessaire à notre travail.

[1] Voy. *Le texte originaire du Yih-king, sa nature et son interprétation.* Extrait du JOURNAL ASIATIQUE. Paris, E. Leroux, 1886.

Devant exposer à nouveau les motifs qui ont déterminé mes convictions dernières, je dois bien reprendre mon œuvre *ab ovo* et rappeler ce qu'est le Yih-king dans son état actuel et de quoi il se compose.

Je me bornerai du reste au nécessaire.

Mais je dois avant cela indiquer d'une manière précise quel est l'objet de mon travail.

J'entends par texte primitif du Yih-king celui qui fut pour la première fois rédigé dans la forme actuelle, c'est-à-dire réparti en soixante-quatre sections, sous soixante-quatre chefs, sections renfermant chacune des sentences, des phrases explicatives de certains mots ou relatives à l'emploi de ces termes.

Il se peut que le rédacteur du Yih ait puisé certaines parties à un document antérieur déjà régulièrement formé, ou même à plusieurs d'espèces différentes. Bien plus, cette dernière opinion est, à mon avis, la seule admissible.

Mais c'est seulement après que cette compilation eut été mise en ordre et complétée par des sentences et remarques propres à l'auteur, qu'il exista un Yih-king. C'est aussi seulement le texte de cette rédaction primitive que nous entendons reproduire et expliquer dans cette traduction, quelles que soient les sources auxquelles ses divers éléments ont pu être puisés. En un mot, c'est l'ouvrage qu'avait en mains celui qui en a fait un livre de divination.

LE YIH-KING.

INTRODUCTION.

1. Nature et contenu du Yih-king.

Le Yih-king [1] est le livre sacré, par excellence, des Chinois; à leurs yeux, c'est le principe de toute sagesse, le fondement de toute science, la base de toute doctrine. C'est un abime dont on ne peut sonder la profondeur. Tous les principes de toutes les sciences, naturelles, ontologiques, psychologiques, morales, politiques, etc., y sont renfermés, condensés; il ne s'agit que de savoir les y trouver.

Quelles que soient les découvertes que les Européens apportent à la Chine, les lettrés prétendent qu'elles étaient prévues au Yih. Les deux électricités, par exemple, y étaient désignées depuis quatre mille ans, mais on ne s'en était jamais douté. Malheureusement, ce livre incomparable a été jusqu'ici recouvert de voiles si épais qu'il a défié tous les efforts des interprètes; aucun n'a pu lui donner un sens satisfaisant. Et cependant les savants chinois qui se sont efforcés d'en pénétrer le sens n'ont manqué en aucun temps. D'après le catalogue de la Bibliothèque impériale de Péking, il y a eu ni plus ni moins que 1,420 commentaires sans que la lumière se soit faite sur l'objet de ces innombrables travaux.

[1] Yih signifie « transformations, changements. » On rapporte généralement ce terme aux changements des saisons, des phénomènes naturels. Un passage de Lo-pi que l'on verra plus loin indiquerait qu'il s'agit plutôt des changements faits par Wen Wang au texte du livre primitif.

Ce fait inouï dans les annales littéraires du monde ne peut s'expliquer que de deux manières : ou l'auteur du Yih-king était un insensé, ou son livre a été mal interprété.

Les traits de sagesse qui y brillent, par-ci par-là, excluent la première hypothèse ; il ne reste donc qu'à reconnaître, comme l'a déjà fait le savant professeur de Londres, le Dr A. de Lacouperie [1], que la seconde est absolument incontestable. Nous espérons que la présente traduction rétablira le Yih-king dans sa forme originaire et en donnera généralement le vrai sens. Nous croyons en outre pouvoir retracer à la lumière de l'histoire les fastes de ce livre, ses transformations et leurs causes.

Mais, avant tout, exposons le contenu du Yih.

Nous pouvons distinguer dans l'ouvrage publié sous ce nom, d'abord une partie fondamentale que nous appellerons le texte, puis divers commentaires.

Le texte se compose de sections ayant chacune pour objet l'explication d'une figure, d'un hexagramme, symbolique ou hiéroglyphique, formé par la superposition de six lignes parallèles horizontales ; les unes pleines ——, les autres coupées — —, par exemple :

䷀ ䷁, etc.

Ces deux genres de lignes combinées, six par six, donnent lieu à 64 permutations, ni plus ni moins. Ce chiffre de 64 constitue donc un nombre fermé que ce système de combinaison ne peut dépasser et qu'il doit atteindre pour être complet.

Cette particularité est d'une haute importance, car elle prouve que le Yih-king actuel est un livre complet, entier, et nullement le restant d'un ouvrage plus considérable, dont il ne serait demeuré que des débris [2].

Ces hexagrammes, appelés *Koua* [3] en chinois, sont expliqués de trois manières :

1° Par un caractère chinois qui est adjoint à chacun d'eux et qu'on a

[1] Voir T. de La Couperie, *The oldest book of the chinese. The Yih-king and its authors*. London.

[2] Si les premiers rédacteurs eussent voulu réunir plus d'éléments, ils n'auraient pas choisi ce mode de numération.

[3] Baguettes magiques, signes divinatoires.

pris jusqu'ici pour un simple représentant d'un son, le nom, sans signification, de chaque Koua;

2° Par une première explication générale de la figure hexagrammatique;

3° Par une seconde explication divisée en six parties, portant en tête chacune leur numéro d'ordre avec le caractère chinois représentant 9 ou 6, selon qu'il s'agit d'une ligne pleine ou d'une ligne coupée.

Les commentaires faisant partie du livre canonique sont au nombre de sept. Les trois premiers sont incorporés au texte, les quatre autres sont placés à la suite.

Le premier, portant en tête les mots *twan yuet* (le *twan* veut dire) [1], développe le premier texte ou explication de la figure complète; il suit ce texte, section par section.

Le second, ayant en tête *Siang yuet* (la figure veut dire), a deux parties; l'une, générale, se rapportant à la forme de l'hexagramme, suit immédiatement le *twan*, et l'autre, expliquant chacune des six ou sept parties du second texte, forme un commentaire perpétuel accompagnant chaque membre de ce texte.

Le troisième, appelé *Wen yen tchouen* (exposé de l'explication des mots), se borne à développer de différentes manières, les sens et les vertus des deux premiers hexagrammes et suit le commentaire de ces deux sections.

Le quatrième, appelé *Hi-tze* (expliquant les sens), traite du Yih-king en général, de sa formation, de ses vertus et qualités, de ses sens divers, de son histoire, de son mode d'emploi et du sens de quelques mots en particulier.

Le cinquième, *shuoh kua* (explication des kouas), après quelques remarques générales, donne les sens multipliés d'un certain nombre d'hexagrammes.

Le sixième, *Su koua*, expose l'objet de chaque section, le sens du mot qui y est figuré et fait cela en suivant l'ordre des kouas et indiquant leurs rapports mutuels.

Le septième et dernier, *tsa koua tchouen* (exposé des kouas mêlés), donnent ces mêmes significations d'après un ordre logique et sans égard aux chiffres des hexagrammes.

[1] *Twan*, sommaire, sentence générale, désigne le premier texte.

Les commentaires 1, 2 et 4 sont divisés en deux sections, ce qui donne dix parties, ou, comme on les appelle, les dix ailes du Yih-king (shih-yih).

Les commentaires 3, 4 et 5 ont été rédigés sous l'empire du système divinatoire, ils ne peuvent le plus souvent qu'égarer le lecteur; aussi nous ne nous en servirons qu'accidentellement [1].

Les quatre autres, au contraire (1, 2, 6 et 7), ont conservé à peu près intact l'esprit de l'ancien Yih-king; les interpolations et remaniements y sont encore tellement visibles qu'il est très aisé d'en débarrasser le vrai texte. Nous en donnerons la traduction en leur lieu et place.

2. Nature du Yih-king.

Jusqu'à ces derniers temps, les interprètes, tant européens que chinois, voyaient dans le Yih-king un livre de divination servant exclusivement à indiquer le sort heureux ou malheureux des entreprises pour lesquelles on le consultait. A chacun des hexagrammes, à chacune des six lignes qui les composent, répondaient, à leurs yeux, un symbolisme et un pronostic.

Mais ces symbolismes étaient généralement des plus étranges. Ainsi la ligne 5 du koua L représentait « quelqu'un qui a le nez et les pieds coupés, mais qui n'en est pas moins joyeux et avance même tout à l'aise. » La ligne 6 du koua 44 montrait « quelqu'un recevant les autres sur ses cornes; il y aura lieu à regret, mais pas d'erreur, etc., etc. »

[1] Aux commentaires 3 et 4, de nombreux passages sont présentés comme des discours ou réponses de Kong-fou-tze. Nous croyons pouvoir affirmer qu'il n'en est rien, que le contenu ne laisse aucun doute à cet égard. En outre, deux passages du Lun Yu, rapprochés l'un de l'autre, prouvent que Confucius ne s'est jamais occupé spécialement du Yih-king. Au chapitre VII, le philosophe, parlant de ses études, dit ces paroles : « Si quelques années étaient ajoutées à ma vie, j'en passerais cinq ou (même) dix à étudier le Yih; je pourrais alors éviter les grandes fautes. » Il ne l'avait donc point fait jusqu'alors. Et le texte ajoute : Ce dont le Maître discourait étaient le « Sih, le Shuh et les rites. » (Voir VII, 16 et 17.)

Mais, comme les lecteurs le remarqueront dès l'abord, le second commentaire attribué à Tcheou-Kong ne fait guère que répéter le texte sextuple, en y ajoutant, dans la plupart des cas, des réflexions banales ou insignifiantes. Nous en donnerons partout le sens, à moins qu'il ne soit un hors-d'œuvre sans aucune valeur, ce qui n'est pas très rare, ou qu'il ne fasse que répéter le texte.

C'était, à les en croire, l'usage principal, originaire du livre sacré. On jetait les baguettes, on interrogeait le sort par d'autres pratiques et le koua, ou la ligne désignée par l'opération magique, indiquait les résultats de l'entreprise qui faisait l'objet de la consultation. On sentait bien, toutefois, qu'il y avait autre chose à découvrir sous ces apparences bizarres, car les commentaires chinois s'étendent en considérations philosophiques, souvent bien longues, et tout le monde vantait la haute et profonde sagesse des maximes du Yih.

Le professeur de Lacouperie osa, le premier, rompre avec la routine et sut trouver dans notre livre quelque chose de plus raisonnable. Il posa les bases de son système dans l'étude citée à notre première page. Mais il s'est surtout préoccupé des origines du Yih-king, des sources auxquelles ont pu être puisés ses éléments et de leurs variations; il a pensé pour cela à un vocabulaire Accadien, auquel on aurait ajouté des matières très différentes recueillies çà et là. Alors les kouas n'étaient encore que de simples numéros d'ordre. L'objet de ses travaux et celui de ce livre diffèrent donc essentiellement, mais ils viennent parfaitement se superposer l'un à l'autre. Conséquemment j'ai cru devoir présenter ici le fruit d'une longue étude qui ne me semble pas dépourvue d'utilité.

Quant à l'ancienne méthode, il n'y a pas à hésiter à la rejeter entièrement en ce qui concerne le Yih-king primitif, et cela pour les motifs suivants :

1. Tous les systèmes antérieurs au nôtre, sans exception, font des mots chinois qui accompagnent les hexagrammes, de simples représentants d'un son, dépourvus de toute autre valeur. C'est un nom propre sans signification d'aucune sorte. Or, c'est là un fait inouï dans l'histoire littéraire du monde, et le supposer ici c'est aller contre toute vraisemblance. Les signes horaires et cycliques des Chinois ont, eux-mêmes, ou du moins ont eu jadis une valeur lexicologique.

Cette hypothèse est, d'ailleurs, contraire aux traditions chinoises, comme le démontrent les commentaires ou « ailes » 6 et 7 dont nous parlerons plus loin.

Par contre, non seulement notre interprétation donne une signification quelconque aux hexagrammes, mais cette signification est toute rationnelle; c'est précisément celle qui leur convient et qui correspond aux explications du texte et des commentaires. Il en est ainsi depuis le premier jusqu'au dernier koua; il faudrait vraiment une sorte de miracle pour qu'une concordance si parfaite fût le fruit d'une erreur.

2. Le symbolisme et les indications divinatoires attribués aux kouas sont tellement peu rationnels, tellement tirés aux cheveux (qu'on nous permette cette expression) et si souvent inexplicables que les partisans les plus décidés de ce système sont, eux-mêmes, obligés d'en convenir. C'est à chaque pas que le savant traducteur des classiques chinois, le professeur J. Legge d'Oxford, répète des phrases du genre de celle-ci : « Le sens du texte ne peut se tirer des paroles de Wen et de Tan; mais il s'y trouve forcé et embarrassé, souvent d'une manière toute fantaisiste. » (Voy. Yih-king, p. 156, note.) Ou bien : « Voilà l'explication ordinaire; elle semble *far-fetched*, mais je ne puis en trouver ou en imaginer une autre. » (*Ibid.*, p. 157, note.) « Ce symbolisme est bien difficile à comprendre. » (*Ibid.*, p. 154), etc.

Tout l'ensemble est tellement obscur, tellement bizarre et dépourvu de sens, que le même docte interprète n'a pu retenir l'exclamation suivante : « *But it seems to me of no use trying to make any principle of reason in passages like the present* (Chin. Cl., p. 169). » (Il me paraît entièrement superflu d'introduire aucun principe rationnel dans des passages tels que celui-ci.) Et ailleurs, en parlant de la version du P. Regis : « Mais leur version est inintelligible et la mienne ne l'est pas moins. » (Préf., p. xv.)

Quel traducteur, en effet, pourrait ne point gémir, quand il se voit contraint de donner à ses lecteurs des phrases comme celles-ci :

« La seconde ligne représente quelqu'un qui, passant à côté de son grand-père, rencontre sa grand'mère; qui n'attente point contre son souverain et le rencontre comme son ministre. En cela, il n'y aura point d'erreur. » (*Ibid.*, pp. 202 et 203.)

Que dire, en outre, d'un symbolisme et de pronostics semblables à ceux-ci : — Il s'agit du koua 33, formé de quatre lignes pleines et de deux lignes coupées placées sous les premières ䷠ —

« La première ligne, coupée, montre une queue qui se retire; position périlleuse où l'on ne doit faire aucun mouvement. »

« La seconde ligne, de même nature, indique quelqu'un tenant ferme comme avec une lanière de cuir jaune qui ne se brise pas. »

« La troisième, pleine, montre quelqu'un qui se retire lié, en grand péril. Nourrissant un serviteur ou une concubine, cela sera heureux pour lui. »

Comment ces simples lignes peuvent-elles dire des choses si singulières et si différentes?

Posons un cas : Je veux consulter le sort sur l'issue d'un procès. Le sort indique la ligne 5 du koua XI; je consulte le Yih et j'y lis :

« Cette ligne nous rappelle le mariage de la sœur de Ti-Y. En agissant ainsi il y aura bonheur et grande fortune. »

Ou bien, c'est la ligne 5 du koua XXVI qui me donne cet oracle :

« C'est quelqu'un qui montre les dents d'un porc châtré. Bonne fortune.»

Pour le dernier pronostic, soit, cela peut passer; mais l'exhibition des dents du verrat châtré, indiquée, figurée par cette ligne, c'est fort, il faut en convenir.

Notre système supprime toutes ces singularités, tous ces non-sens, et nous fait voir dans le Yih un recueil mi-lexicologique, mi-philosophique de termes et de sentences, plein de raison et de sagesse. Et cette transformation s'opère tout simplement en donnant à chaque mot son acception naturelle, en traduisant comme on aurait pu le faire si l'on n'eût été trompé par des commentaires dont les auteurs s'inspiraient d'idées étrangères à la première rédaction du livre. Notre interprétation se poursuit ainsi généralement, sans effort, d'un bout à l'autre de ce mystérieux ouvrage. N'avons-nous pas le droit de voir, en ce fait, une garantie de son exactitude?

3. Ce n'est point tout. L'explication traditionnelle, et j'ajouterai toute autre que celle-ci, laisse subsister entre les différentes parties du texte un désaccord complet, ou du moins des différences de vue qui ôtent toute unité à l'ouvrage. Ce que l'un des auteurs a vu dans tel koua est contredit par l'autre, ou bien ce dernier y aperçoit toute autre chose.

Nous croyons, au contraire, avoir établi un accord satisfaisant entre toutes les parties; chaque section, chaque koua et son développement ont généra-

lement un seul et même objet; l'idée exprimée par le caractère mis en regard de l'hexagramme et pris jusqu'ici pour son nom.

Nous ne chercherons pas à démontrer qu'il en est réellement ainsi; la traduction, ce nous semble, le fera d'une manière suffisante, bien qu'implicite.

4. Ajoutons encore que notre système explique tout naturellement et tout historiquement les vicissitudes du Yih-king, l'erreur actuelle des commentateurs et ce singulier phénomène de leur méprise coexistant à un sentiment profond de la vérité qui se fait jour partout. Cet historique se retrace très facilement de la manière suivante. Le premier Yih-king achevé se composait de 64 sections ou chapitres ayant chacun, pour objet, une idée, un mot représenté par un hexagramme et par un caractère de la langue.

Ce mot était suivi d'une explication générale avec réflexions morales; à celle-ci on ajouta d'autres explications de détails, des exemples, des phrases extraites d'ailleurs et présentant des cas d'emploi d'un mot, parfois un passage entier, une petite poésie.

Tel était le Yih-king au dernier stade de son état primitif. Wen Wang, voulant en faire un livre de divination, ajouta d'abord des termes auguraux soit au mot fondamental, soit au premier texte; puis, pour pouvoir tirer des pronostics de chaque ligne des hexagrammes, il divisa le second texte en autant de parties qu'il y avait de lignes, c'est-à-dire en six et, à chacune des six phrases ainsi formées par cette dislocation du texte, il assigna une valeur augurale. Or, c'est bien là ce que l'histoire rapporte comme on le verra plus loin.

Le livre servit dès lors aux usages des devins sans que l'on perdit tout à fait le souvenir de son premier état et de sa première signification. Ainsi l'on eut à la fois et des explications philologiques, morales, etc., dignes de vrais sages, et des combinaisons magiques que Rotomagus n'eût point désavouées. Aussi, en élaguant les superfétations ajoutées par le prince de Tcheou, nous avons pu conserver les enseignements d'une saine tradition.

5. D'ailleurs, comme je le disais quelques lignes plus haut, les plus anciens commentaires, ceux qui font partie intégrante du Yih-king actuel, sont entièrement d'accord avec notre méthode. Il nous suffira de citer, par de courts extraits, deux des plus importants de la collection.

Le *su-koua-fou*, celui que Legge donne comme Appendice VI, indique les sujets des soixante-quatre sections, un à un et dans l'ordre des kouas [1]. Or, pour cela il prend les prétendus noms des kouas, non point comme des sons dépourvus de signification, mais, ainsi que nous l'avons fait, pour les mots correspondants, et leur assigne, comme nous, le sens que la langue chinoise leur attribue; de plus, ces significations données par le commentaire sont à peu près identiques à celles que nous avons adoptées. Le commentateur ne laisse pas soupçonner l'existence d'une recherche de pronostics.

Voici le commencement de ce commentaire :

Il y eut d'abord *ciel* et *terre* (kouas 1 et 2), puis les dix mille, tous les êtres naquirent. Tout ce qui croît entre le ciel et la terre compose les dix mille êtres, c'est pourquoi *ciel* et *terre* sont suivis par *tchun* pousser, acte producteur (3e koua); *tchun* c'est pousser, croître (comme un bourgeon); c'est le commencement de l'existence des êtres. Quand les êtres sont nés, produits, ils sont encore sans développement, *meng* (4e koua); ce qui est *meng* est jeune et délicat, c'est pourquoi il ne peut se passer de nourriture; aussi est-il suivi par *Su* (5e koua). *Su* est ce par quoi les boissons et les aliments sont produits.

Le manger et le boire sont les objets des contentions. C'est pourquoi *Su* est suivi par *Song* (6e koua), procès. *Song* est cause du soulèvement des hommes, c'est pourquoi il est suivi par *Sze* (7e koua) qui signifie troupes..., L'auteur continue ainsi jusqu'au dernier koua sans faire mention d'aucune autre valeur, d'aucun autre usage du texte.

L'autre commentaire appelé *Wen yên tchouen* (relation de l'explication des mots) ne s'occupe que des deux premiers caractères *k'ien* (1) et *kwen* (2), mais il le fait très longuement et s'étend, à perte de vue, sur leur nature et leur portée. Il commence ainsi, en expliquant les quatre caractères qui composent la première partie du premier chapitre : « *Yuen* est la croissance du bien; *hang* est la réunion des bonnes qualités; *li* est l'harmonie de tout ce qui est juste; *tchang* est la capacité d'agir. Le sage, personnifiant en lui ces quatre vertus, est capable de gouverner les hommes. La réunion des bonnes qua-

1 C'est ce que veut dire le nom de ce traité.

lités est propre à concilier tous les rites; faire prospérer toute chose suffit à harmoniser tout ce qui est juste; la fermeté suffit à posséder la capacité d'agir. Le sage pratique ces quatre vertus, c'est pourquoi il est dit : *k'iên yuên hâng lî tchâng* [1]. »

Suit l'explication des six premières sentences de la seconde partie. Elle est faite sous forme d'un dialogue entre Confucius et ses disciples. « Le dragon caché dans l'abime est sans action [2], » qu'est-ce que cela signifie?

Le maître répondit : cela veut dire : celui qui, doué des qualités du dragon, reste néanmoins caché, n'a point d'action dans le monde; il n'illustre pas son nom. Caché au monde, il n'en a point de regret. S'il ne voit pas opérer le bien, il ne s'en chagrine pas. Si quelque chose l'afflige (le mal), il l'évite.

« On voit le dragon dans les champs; »

Qu'est-ce que cela veut dire?

Le maître répondit : « cela désigne l'homme qui a les qualités du dragon et qui observe fermement le milieu, la justice. Ses paroles ordinaires sont sincères, ses actions ordinaires sont prudentes, il ferme sa porte à tout mal et conserve sa droiture. Portant le monde au bien, il ne lui nuit jamais; sa vertu est vaste et améliore (les autres); ce que le Yih dit ici se rapporte aux qualités nécessaires d'un prince. » Est-il besoin de dire que toutes ces paroles indiquent exclusivement une préoccupation morale et excluent toute recherche divinatoire? Le commentaire final *tsa koua tchouen* [3] (Legge, app. VII) est conçu dans le même esprit. Qu'on en juge par ce passage : « *kien* (1) est force, *kwen* (2) est faiblesse; *Pi* (8) indique joie, *Sze* (7) anxiété; *Lin* (19) a le sens de donner, *kwân* (20) celui de rechercher. »

Tsin se montre sans bouger de place, *Meng* (bourgeon poussant), se

[1] Il n'est pas besoin de dire que l'auteur dénature ici le vrai sens de ces mots pour donner une portée morale à ce passage, contrairement aux autres commentaires. *K'ien* n'a aucun sens qui se rapproche de cela. Notre exégète n'a pas vu que les deux parties de cette section ne concordent pas entre elles (voir plus loin, koua 1).

[2] Traduire : « Le dragon est caché dans l'abîme, ce n'est point le temps d'agir » est inexact. Pour cela il faudrait *lōng tsiên* et non *tsiên lōng*. *Wuh* est ici négatif et non prohibitif, comme le prouve la réponse.

[3] « Exposé des kouas mélangés ». Sujets des kouas rangés par ordre d'idées et non selon leur place dans le Yih.

manifeste confusément (intelligence non encore cultivée, ni développée), etc.

C'est donc le sentiment instinctif des Chinois eux-mêmes et les dernières lueurs de leurs traditions véritables que nous suivons ici, et non un système personnel sans fondement dans les faits.

La vraie nature du Yih-king perce si bien à travers les voiles dont on l'a recouvert que plus d'un commentateur la reconnait implicitement sans savoir faire une application logique et étendue des principes qu'ils établissent eux-mêmes.

C'est ainsi, pour n'en citer qu'un, que Tchang-tze en son livre du Tcheng-meng, au chapitre XII, Ta Yih-king, écrit textuellement ce qui suit : « Le Yih-king, dans ses kouas, expose et développe uniquement les vertus et, bien que ses lignes aient du grand et du petit, l'exposé de la signification de ces lignes explique exclusivement les principes moraux des Sages. » Puis, à la fin du chapitre, il ajoute : « Tomber, se perdre et ne pouvoir s'échapper, c'est ce qu'exprime le koua *ken*. Être tenu quand on s'appuie sur quelque chose et ne pouvoir se détacher, voilà le sens du koua *li*. »

Mais telle est la puissance de l'habitude et de l'enseignement traditionnel que, tout en apercevant la vérité, les lettrés chinois n'ont point su se dégager des préjugés et des erreurs.

6. En outre, l'explication que nous donnons ici aux sentences du Yih-king est entièrement conforme au caractère de la plus ancienne littérature chinoise et les fait rentrer dans le cycle de la poésie gnomique des premiers temps.

C'est dans le Shih-king, je puis l'affirmer, que j'ai trouvé les points de comparaison, les traits de ressemblance qui ont fait la lumière pour mes yeux.

Certes, il reste encore dans le vieux livre chinois bien des choses qui sembleront singulières à des lecteurs occidentaux et qui ne leur paraîtront rien moins que naturelles, mais elles ne sont ni plus bizarres, ni plus extraordinaires que les usages poétiques des Shih. Loin de là, elles y correspondent parfaitement. Il est même telle section du Yih-king qui prendrait sa place

parmi les Shih, sans qu'on pût soupçonner l'intrusion autrement que par l'absence de mètre.

Les passages du Yih dont nous voulons ici parler sont ceux qui ressortent du genre allégorique si fréquemment suivi par les vieux poètes de la *Terre des fleurs.*

Quiconque a une certaine connaissance du Shih-king a dû y remarquer ces allusions, ces phrases allégoriques qui commencent certains morceaux et parfois se répètent à chaque strophe. L'allégorie, l'allusion est parfois si lointaine qu'on a peine à comprendre le rapport qui l'unit au sujet de la pièce. Sans les commentaires indigènes, il serait fréquemment impossible de saisir, d'entrevoir même le lien. Les pièces légères, sententieuses, satiriques ou érotiques se distinguent sous ce rapport, et la première partie des Shih en est pleine.

Comment comprendre, par exemple, sans la connaissance du genre, les strophes suivantes du *Koue-fong*, VIII, 9 :

1. Brisés sont les filets placés à la digue
Et les poissons qu'ils avaient pris sont la brème et le *kwan*.
La fille de Tsi est retournée chez elle
Et ses suivants sont nombreux comme les nuages.

2. Brisés sont les filets placés à la digue
Et leurs poissons étaient la brème et la tanche :
La fille de Tsi est revenue chez elle ;
Ses suivants sont comme une pluie.

3. Brisés sont les filets placés à la digue
Et leurs poissons s'échappent à volonté
La fille de Tsi est retournée chez elle
Et ses suivants sont comme un large cours d'eau.

Et ces autres (I, II, 3) :

Yao, yao, fait le criquet ;
Çà et là, va la sauterelle.
N'ayant point encore vu mon noble Seigneur,
Mon cœur attristé est plein d'inquiétude.
Quand je l'aurai vu,
Oui quand je l'aurai vu,
Mon cœur alors se calmera.

Ou bien (*ibid.*, 7) :

1. Ces peaux d'agneaux et de moutons ont cinq tresses de soie blanche !
Ils sont partis de la cour pour prendre leur repas.
Qu'ils sont calmes, qu'ils sont maîtres d'eux-mêmes.

2. Ces peaux d'agneaux et de moutons, etc.
Calmes et maîtres d'eux-mêmes, graves,
Ils ont quitté le prince pour prendre leur repas.

On pourra comparer, à la même fin, les chants suivants :

Liv. I, I, 10, 3; II, 3, 6, 7, 9, 11; IV, 8, 9, 1; V, 1, 6, 7; VI, 4, 5, 6, 7, 8, 10; VII, 6, 10, 16; VIII, 8, 9; X, 2, 5, 7, 8, 11, 12; XI, 1, 4, 5, 6, 7; XII, 4, 6, 7, 8, 10; XIII, 3; XIV, 1, 2, 3, 4; XV, 6, 7.

Liv. II, I, 5, 7, 9; II, 1, 2, 3, 4; III, 2, 4, 7, 8, 10; IV, 2, 3, 7; V, 8; VI, 10; VII, 1, 5, 7, 10; VIII, 2, et d'autres encore.

Que l'on veuille bien enfin mettre en regard la section LII du Yih avec le chant II, III, 7 du Shih, et l'on se croira devant deux parties du même ouvrage.

Voici ce Shih :

1. Les oies sauvages, volant çà et là, font bruire (sou sou) leurs ailes.
Dans cette expédition nous nous donnons mille peines
Dans les champs déserts, dans ces vastes plaines.
Dignes de pitié ! Hélas ! ces veufs et ces abandonnés.

2. Les oies sauvages, volant çà et là, se posent réunies au milieu d'un marais.
Ces hommes construisant un mur, cent coudées s'en élèvent subitement.....

3. Les oies sauvages, volant çà et là, poussent leur cri plein de tristesse.
Ces hommes bons et sages ont déclaré notre travail pénible.
S'ils avaient été peu intelligents, ils auraient taxé nos dires d'insolence.

Outre ce genre d'allusions, de figures et d'énigmes posées en tête des sentences comme au commencement des strophes, il est encore dans le *Yih* beaucoup d'expressions figurées qui paraîtront, à première vue, bien singulières et peu naturelles.

Citons comme exemple :

« Un dragon sans tête » est « un grand sans arrogance » ; « marcher sur le verglas » veut dire « agir avec précaution » ; « des piliers de roc » sym-

bolisent « un avancement plein de difficultés » et « un sac fermé », soit « le contenu de la terre », soit « la sûreté dans la prudence ». On aura peut-être peine à croire à ces explications des lexicographes. Mais si l'on y fait une sérieuse attention, si l'on examine la chose de près, on trouvera sans peine que nos langues européennes abondent aussi en ce genre d'expressions et de métaphores, principalement dans le langage familier, qui n'est point étranger au Yih-king.

Nous disons en français : envoyer à la moutarde; moutarde de capucins; se faire tirer l'oreille; prendre la pie au nid; tuer la poule aux œufs d'or; vendre la peau de l'ours avant de l'avoir couché par terre; trouver les raisins trop verts; avoir du foin dans ses bottes; c'est le pot de fer contre le pot de terre; faire sauter la grenouille; battre la campagne; faire un four; un vrai sans-culotte; un soliveau; une moule; entre chien et loup; perdre la tramontane; un cul-de-jatte; boutefeu; timbre fêlé; chercher le poil à l'œuf; un panier percé; une manne sans fond; l'anse du panier, et cent autres choses qu'un étranger ne saurait comprendre sans le secours d'un regnicole.

Le chinois, d'ailleurs, contient encore une foule d'expressions qui ont la plus grande analogie avec celles du Yih-king, dont quelques-unes même s'y retrouvent, pour ainsi dire, entièrement. Voici quelques exemples :

Mà taó shīng kōng « achevé par ce qu'un cheval atteint » = rapidement fait.
Lōng wēi « siège du dragon » = le trône.
Lōng fi « dragon volant » est « l'empereur ».
Shīng long « monter un dragon » est « se marier ».
Shih tze « mordere umbilicum » = « se repentir ».
Fáh seū « nettoyer la barbe » exprime la servilité.
Ting fé « le chaudron bout » = être en insurrection, émeute.
Tshi-shú « la masse des branches » = les fils d'une femme secondaire.
Yih maō puh pā « ne point arracher un cheveu » = être avare.
Kù shit « battre la langue » (comme un tambour) = semer la discorde.
« Régler l'étoffe et la doublure » = composer son maintien et son cœur.
« Un loup dans l'herbe » = quelqu'un qui se remue rudement.
« Capturer un dragon, un tigre » = être adroit et brave.

Yih tsō « changer sa natte » = mourir.

P'i kō tshūn tsiū « le printemps et l'automne sous la peau » = juger en silence et justement.

Pa hū seū « tirer les poils du visage d'un tigre » = être courageux.

« Se lier la tête à une poutre » = étudier fort.

« Une perle sous le menton » = une chose difficile à atteindre, etc., etc.

Pour l'explication des figures, qui abondent au Yih-king, nous avions une ample moisson à faire dans ces mêmes commentaires; ils s'égarent, il est vrai, quand il s'agit d'interpréter les hexagrammes et les lignes, mais ils avaient pour ces métaphores une abondante source d'élucidation dans les faits de la langue et les usages dont leurs auteurs avaient une connaissance sûre encore, puisqu'ils leur étaient contemporains. (Comp. Appendice I.)

C'est seulement au cas où ils veulent donner un sens aux diverses lignes des hexagrammes qu'ils se perdent dans des recherches sans issue et des rapprochements impossibles, un symbolisme de fantaisie. (Comp. App. II.)

Le symbolisme n'était pas étranger au Yih primitif; on peut du moins l'admettre hypothétiquement. Mais, en tout cas, il y était d'une nature tout autre qu'on ne le suppose; on l'a complètement défiguré en voulant lui faire dire la *bonne aventure*. Les premiers kouas n'avaient, ce semble, que trois lignes, ce qui bornait nécessairement leur nombre à huit.

Ces huit kouas ou trigrammes représentaient le ciel et la terre, l'eau céleste, le soleil et la lune, le feu et le tonnerre, le vent, les montagnes et les eaux courant sur la terre; ils indiquaient, figuraient aussi les qualités essentielles de ces éléments et de ces corps.

1	8	6	3	4	5	7	2
Ciel.	Terre.	Eau céleste et courante. Lune.	Éclair. Soleil.	Tonnerre.	Vent.	Montagne.	Eau terrestre.

Combinés deux à deux, ces huit trigrammes ont formé les soixante-quatre hexagrammes dont la signification a quelque analogie avec l'idée représentée par les deux trigrammes superposés et leur position relative.

Ainsi, la figure du ciel répétée, le ciel au-dessus et par-dessous, ou six lignes pleines, représentent le principe actif, producteur de toutes choses. La terre, figurée deux fois de la même façon, ou six lignes coupées, figurent le principe passif, réceptif. Le feu sous l'eau représente la germination ou l'obstacle (koua 3), etc. Ce genre de symbole peut s'expliquer comme on le verra à la fin de cette introduction. Le second commentaire l'interprète à sa façon; nous le citerons aussi pour autant que cela pourra être utile.

Les qualités attribuées à ces divers éléments sont :

1. *Ciel :* puissance productrice, force inépuisable.

8. *Terre :* puissance contenant, réceptive et produisant par excitation, soumission.

6. *Eau céleste,* etc. : difficulté, péril.

3. *Soleil,* etc. : splendeur, beauté.

4. *Tonnerre :* puissance motrice.

5. *Vent :* flexibilité, perméabilité, élasticité, perméation.

7. *Montagnes :* stabilité, arrêt.

2. *Eaux stagnantes, amassées :* plaisir, contentement.

C'était là le seul symbolisme usité à la seconde époque du Yih-king, comme on le voit par l'usage qui était fait de ce livre.

La manière dont on consultait *le Yih* pour connaître le sort d'une entreprise nous est décrite plusieurs fois dans le *Tso Tchouen* de Tso k'iu-ming, commentaire du *Tchun tsiou* ou Annales de Lou [1] attribuées a Confucius.

Or, on n'y découvre point de trace d'une division du second texte correspondant à chaque ligne des hexagrammes ni de cette conception que les lignes représentaient une à une, chacune des phrases du second texte divisé en six parties. Nous y voyons, en outre, qu'il existait alors un livre de divination par hexagrammes très différent du nôtre.

En voici un exemple pris aux annales de l'an XV du Kong Hi de Lou, au 3e mois (645).

[1] Rédigées sous forme de simples éphémérides.

« Le Pe de Ts'in était résolu à attaquer l'état de Tsin. On consulta le sort par le moyen de la plante sacrée; la réponse donnée par le devin fut favorable (c'était) : « traversez le fleuve, les chars du Heou sont défaits. » La réponse à la demande d'explication concernant le sens de ces mots fut : « Il y a très bon augure; il y aura trois défaites et la capture du prince de Tsin. La recherche du diagramme a fait rencontrer *Ku* (18); il y est dit : « mille chars prennent trois fois la fuite; outre [1] les trois défaites on prend le valeureux renard ». Or le renard en *Ku*, c'est le prince. Le trigramme inférieur de *Ku* est le « vent », le supérieur est « montagne ». L'année en est à l'automne, nous détruisons ses biens et prenons ses ressources, ce pourquoi nous triomphons; si les fruits et les ressources sont enlevés, que n'osons-nous pas attendre? »

Un peu plus loin, il est rappelé que le Kong *Kien* de Tsin consulta le sort relativement au mariage de sa fille avec le Pe de Tsin. Le devin lui dit : « Mauvais augure! Voici l'interprétation de la figure désignée par le sort : « L'homme immole l'agneau et il ne coule point de sang; la jeune fille présente sa corbeille, mais il n'y a point d'offrande. Les voisins de l'Ouest nous accablent de reproches (ou demandes) et l'on ne peut y répondre (satisfaire).

Kvei-mei allant à kvei ䷵ ䷥ est comme le manque d'amitié, d'assistance. Le rapport de *li* ☲ à *ken* ☳ est le même que celui de *ken* à *li;* c'est le tonnerre, c'est le feu. Ying-tsin perd la sœur aînée; le char perd son essieu; le feu brûle son drapeau; il n'est pas bon de mettre l'armée en campagne, il y aura défaite à Tsong-kieu; etc. »

On voit ici comment on procède et ce qu'on cherche. Par le jet des baguettes on trouve le nombre ou l'indication d'un koua et l'une des explications de la section; alors, d'après la phrase qui s'y trouve on augure du résultat du projet en vue. De la première phrase « mille chars, etc. » on présage trois défaites et la capture du prince ennemi.

[1] *Tchī yū*, outre, en surplus de.

A la seconde consultation, « le sang qui ne coule pas, la corbeille vide » sont de mauvais signes; « les reproches qu'on ne peut rejeter, l'essieu brisé » et le reste ont la même signification.

Mais que les lignes figurent cela, c'est ce dont il n'est nullement question; les trigrammes seuls sont pris en considération. Ce passage suggère en outre une remarque importante. Les passages cités comme fournissant les pronostics et pris au livre de divination, ne se trouvent qu'en partie dans notre Yih-king et ce qui s'y trouve même n'est pas sous le même koua ou n'est point exprimé d'une manière identique.

Ailleurs nous trouvons une consultation du *Yih* de *tcheou;* ce qui est bien le nôtre. C'est en l'an 672, la 22ᵉ année du Kong Tchwang. Le Heou de Tchin consulte les devins de Tcheou sur l'avenir du jeune *King-tchong;* la plante sacrée désigne le *Koua Kwan* (20) ䷓ puis *p'i* (13) ䷋ et le devin cite le § 4 du Koua 20 « regarder la gloire d'un état, étant l'hôte d'un roi ».

Puis il cherche la portée de l'horoscope. Il remarque que le Koua *Kwan* représente, par ses deux trigrammes, le vent au-dessus de la terre; *p'i* représente de même le ciel sur la terre et par l'introduction de *Kwan* en p'i, les montagnes; il en conclut que l'enfant aura les biens des montagnes, il brillera de l'éclat du ciel. Dans ces conditions il demeurera sur la terre; c'est pourquoi il est dit : il verra l'éclat du royaume, heureux hôte du roi. En venant à la cour, on déploie les richesses, les étendards.

Enrichis de joyaux et de soie précieuse, produits admirables du ciel et de la terre, c'est pourquoi il est dit : « il sera l'hôte heureux du souverain ». Enfin il remarque que le mot « regarder » indique l'avenir, et le vent au-dessus de la terre, la possession d'un état étranger.

Comme on le voit, il n'est question que d'hexagrammes et de trigrammes, et nullement des lignes isolées figurant, chacune, un ou plusieurs objets constamment variés.

On se demandera, sans doute, comment l'intelligence du Yih a pu se perdre et une interprétation touchant à l'absurde se substituer au sens très simple et rationnel qu'il renfermait. Les historiens chinois et le Yih-king lui-même nous l'apprennent sans le savoir.

Nous devons des renseignements précieux sur l'historique du Yih-king à M. de Lacouperie, qui les a très savamment exposés dans l'ouvrage cité plus haut. Nous pouvons y renvoyer les lecteurs en ajoutant les remarques suivantes qui seules ont de l'importance pour notre cause.

Les textes de Lopi et du Hi-tze cités par le savant sinologue nous retracent suffisamment les fastes du Yih-king et me donnent, j'ose l'affirmer, complètement raison. Que nos lecteurs en jugent : Le Yih se développa, fleurit, dit l'auteur du Hi-tze (II, 11), aux derniers temps de la dynastie *Yin,* quand la vertu achevée de Tcheou fut mise à l'épreuve et que les rapports de Wen-Wang avec Sheou devinrent mauvais; ce que les commentaires modernes expliquent en rappelant que Wen-Wang [1] fut mis en prison par le tyran Sheou, le dernier des Yin.

L'historien des Songs, rapporteur soigneux des traductions antiques, fait des vicissitudes du Yih-king le récit suivant.

Après avoir dit qu'au temps de Fohi les kouas furent doublés (formés en hexagrammes) et expliqués par lui pour entrer dans l'usage commun, mais que ses explications n'ont point été transmises, qu'après cela les deux divisions du Yih et l'explication des figures furent complétées, Lopi ajoute : « Mais en cet âge elles ne furent point approfondies. Lorsque Wen-Wang eut été mis en prison à Yu-li, il en fit usage pour la divination, il introduisit en grand nombre et frauduleusement (comme un rat) les mots indiquant les pronostics; il altéra les nombres y afférents, pour fixer et régler le jeu des baguettes divinatoires, afin que ceux qui s'en serviraient pussent en tirer des pronostics. Après cela les explications commencèrent à être commentées. C'est pourquoi on l'appelle le Yih de Tcheou ou plutôt les changements faits par Tcheou. »

Certes il ne peut y avoir rien de plus clair et de plus explicite que ces paroles, et si j'avais voulu les inventer pour les besoins de ma thèse, je n'aurais su mieux trouver.

Ainsi les hexagrammes avaient été créés, les deux textes essentiels avaient

[1] Prince de Tcheou dont le fils Wuh-Wang vainquit Sheou et monta sur le trône du prince dépossédé.

été composés longtemps avant qu'on s'avisât de les faire servir à la divination. Mais ils étaient peu étudiés ; aussi Wen-Wang put aisément les altérer, y ajouter les termes auguraux et les faire servir à l'art magique pour lequel ils n'étaient faits ni peu, ni point. C'est exactement la supposition que j'avais formulée dans une première étude avant d'avoir fait l'attention voulue au texte de Lopi.

L'empereur Kang-hi avait un pressentiment de la vérité quand il disait au P. Visdelou : « peut-être que nos pères n'avaient point ces sorts en vue. »

Nous pouvons ainsi nous faire une idée exacte de l'œuvre de Wen-Wang et du remaniement qu'il fit subir au Yih-king.

Chaque section contenait un certain nombre de phrases et de maximes réunies sous un même chef, et ayant pour point de ralliement le mot qui faisait l'objet de la section et ses significations ou emplois divers. Il divisa cet ensemble en six ou sept parties, attribuant à chacune une valeur divinatoire qu'il exprima par un des termes consacrés à cet usage. En sorte que quand on avait tiré le numéro de la section et de la partie, on trouvait une sorte de réponse avec un pronostic.

Il ajouta, en outre, des phrases de sa façon et modifia certains termes, très peu avantageusement.

Le tout fut-il l'œuvre de Wen-Wang seul ? lui seul a-t-il mis le texte du Yih-king dans l'état où nous le voyons ? C'est ce que nous ne saurions dire et qui nous paraît peu probable. Et tout cas, il fut l'initiateur du système et son fils Tcheou Kong, le *perfectionna*. Mais à l'époque décrite par le *Tso Tchouen*, comme il a été vu plus haut, l'opération n'était pas encore entièrement terminée. Il n'y est parlé, par exemple, que des hexagrammes et des trigrammes, mais nullement des lignes séparées. Il n'y est jamais dit que telle ligne isolée figure telle ou telle chose.

D'autres faits historiques viennent confirmer la relation du Lou-sse. Le Shuh-king décrit, d'une manière aussi claire que précise et détaillée, les instruments de divination dont on usait alors, et les symboles indiquant les décisions du sort. (Voir L. V, sect. IV, 20-24.) Ces symboles sont au nombre de sept. Cinq sont donnés par la forme des lignes que l'encre ou la couleur traçait, après que l'écaille de la tortue avait été brûlée ; les deux

autres l'étaient par les dispositions des baguettes sacrées, jetées d'une certaine manière. On y retrouve des mots employés au Yih-king, mais dans une acception différente. Donc, à cette époque, c'est-à-dire à la fin du XII[e] siècle A. C. le Yih ne servait pas encore à la divination. D'autre part, les auteurs chinois et, avant eux, le Tcheou-li mentionnent deux autres méthodes et livres de divination appelés *Lien-shang* et *Kvei-tchang*. L'un paraît avoir appartenu à la dynastie des Hia (2205-1766), l'autre aux Shang-Yin (1766-1122). On voit d'ici le mobile qui poussa Wen-Wang à corrompre le texte du Yih-king et à le transformer en livre de magie; il voulut donner à sa dynastie un traité et un système propres, des rites particuliers, car c'était l'ambition de toutes les dynasties nouvelles, et pour cela, il ne trouva rien de mieux que de faire servir le Yih-king à ses desseins; c'était le plus simple et le plus aisé. La prison lui créa des loisirs pour cela. Quand son fils Wuh-Wang monta sur le trône impérial, le livre des Tcheous devint le formulaire de l'empereur. Son frère Tcheou-Kong compléta son œuvre. Tous deux appliquèrent à leur manuel transformé les expressions des anciens temps (*tchâng*, *hvei*) et en multiplièrent le nombre.

Dès lors, le Yih-king interpolé changea de nature, et c'est ce nouvel usage d'un texte, qui n'était point fait pour cela, qui l'a rendu si bizarre et si obscur et a dérouté tous les interprètes.

Pour rendre au Yih-king sa forme primitive, il faut en retrancher tout ce qui ne cadre pas avec le fond essentiel, tout ce qui exprime des pronostics, et rechercher dans le texte antique les sentences, les énonciations qui pouvaient servir, dans les pensée de ses auteurs, aux usages généraux.

C'est ce que nous avons tâché de faire ici en traduisant purement et simplement le texte tel qu'il est, dégagé des formules de l'art occulte que nous réléguerons dans des parenthèses.

Voici, comme conclusion et conséquence dernière, de quoi se compose le Yih-king original :

Chacune de ses 64 sections contient : 1° un hexagramme (formé de deux trigrammes superposés et généralement significatif) qui en est la base et l'objet, hexagramme (ou koua) accompagné d'un caractère chinois ordinaire qui en donne la valeur et le sens; 2° deux textes successifs, dont l'un forme

un seul ensemble d'observations, l'autre est divisé en différentes parties variant de nombre à l'origine [1], mais comptant aujourd'hui six membres, comme l'hexagramme compte six lignes.

Ces deux textes ont pour objet et pour but de présenter une ou plusieurs réflexions relatives aux divers sens du mot désigné par le koua, à sa valeur philosophique, morale, politique, ou de donner des exemples de son emploi dans le langage; en un mot, nous y trouvons des remarques lexicologiques, politiques, philosophiques, etc.

C'est comme un répertoire des pensées qui préoccupent le sage ; des notes écrites sur le carnet d'un lettré, penseur et politique.

Fréquemment les réflexions et sentences sont, comme dans le Shih-king, précédées d'une expression allégorique, d'une allusion plus ou moins obscure et lointaine qui constitue, en même temps, un exemple d'un des cas d'emploi du terme commenté.

Chacun de ces points sera expliqué en son lieu.

3° Un double, ou plutôt un triple commentaire, le premier traitant du premier texte ou des réflexions générales; le second indiquant la composition de l'hexagramme, les trigrammes et leur symbolisme; le troisième expliquant successivement chacune des six parties actuelles du second texte.

Comme ce troisième commentaire répète, en général, chaque membre du second texte en y ajoutant seulement quelque explication ou réflexion, je me contenterai de joindre ces dernières au texte en les distinguant de celui-ci. On pourra de la sorte éviter de constantes répétitions.

[1] Cela est prouvé par le texte lui-même. En effet, la division en six parties de toutes les sections est souvent tellement factice que son introduction tardive ne peut faire aucun doute; souvent elle n'a pas de raison d'être. Son auteur a dû, en maints cas, répéter jusqu'à trois fois la même idée, pour obtenir le chiffre voulu. (Cp. Section XX, § 3, 5, 6. Voir mon opuscule : *Le texte originaire du Yih-king*, etc.) Notons en outre que, d'après les traditions chinoises elles-mêmes, Wen-Wang, en remaniant et interpolant le Yih, en a altéré les nombres. Ces observations répondront suffisamment à ceux qui voudraient objecter que le nombre constant des six parties de chaque section prouve que cette division existait à l'origine et que les kouas étaient expliqués ligne par ligne, dès la première rédaction du livre. Plus d'une fois des sentences sont coupées en deux et leurs membres séparés par une autre.

Ces trois commentaires seront désignés par les mots : Com. I, II; Symbolisme.

Com. seul indiquera globalement les commentaires chinois plus récents que j'invoquerai à l'appui de mes observations.

Les « ailes » 6 et 7 du Yih semblant avoir conservé le souvenir de la nature première de l'ouvrage, sont également reproduites ici et placées à la fin.

Le Yih-king a été traduit quatre fois en Europe, par le P. Regis [1], les Rév. Mac. Clatchie [2] et Legge [3], et, partiellement, par M. Philastre [4]. Mais comme *ils s'en sont tenus au livre altéré de Wen-Wang* et aux commentaires chinois subséquents, ils sont entièrement en dehors de notre terrain.

Les lettrés chinois ont rivalisé de zèle dans l'explication des mystères du Yih; ils ont fourni aux curieux plus de 1,400 essais d'élucidation, nécessairement infructueux à cause de leur vice radical et originaire. Nul ne peut penser à les explorer tous. Heureusement, leur contenu essentiel a été résumé dans différentes collections, qui forment en quelque sorte des éditions *cum notis variorum* et dont la connaissance suffit amplement à celui qui veut avoir une idée complète de leur valeur et des secours qu'ils peuvent fournir au traducteur.

Nous nous sommes servi spécialement, outre le commentaire de Tchou-hi et la paraphrase impériale, des ouvrages suivants :

— *Wu king tching wei*, avec double paraphrase.
— *Kai tze yuen tchong ting kien pen wu king.*
— *Yih-king ta tsiuen hoei i kiai*
et *Tcheou-Yih-pi-tchi-neng-kiai.*

Nous n'avons point cherché au delà parce que ces innombrables

1 *P. Regis. Yi-king.* Antiquissimus sinarum liber, etc.

2 *A Translation of the Confucian Yi-king*, etc. Shanghaï, 1874.

3 *Sacred books of the East.* Vol. XVI.

4 *Annales du Musée Guimet*, t. VIII. Nous nous plaisons à rendre hommage à l'érudition de ces savants; mais ils se sont contentés de traduire le texte métamorphosé avec les commentaires analogues, sans chercher au delà.

commentaires ne font que se répéter ou ne disent que des choses insignifiantes.

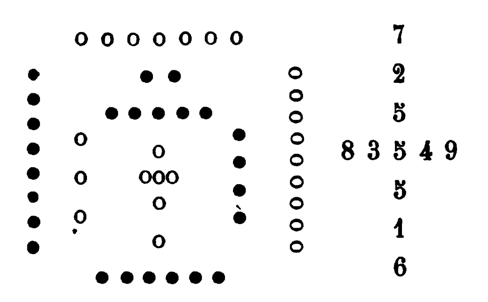
On trouvera encore dans le Yih-king, tel que nous le présentons ici, quelques passages obscurs ou d'interprétation difficile ; pour quelques autres, on ne voit pas bien le motif qui les a fait mettre à la place où ils se trouvent. On ne doit point s'étonner de les rencontrer dans un livre aussi ancien, qui a subi tant de remaniements. Il doit s'y trouver, en effet, des lacunes et des altérations, comme aussi des interpolations qui ont rendu le texte incohérent ou inintelligible. On verra, toutefois, que cela se réduit, en somme, à peu de chose.

Ces préliminaires suffiront amplement, je pense, pour faire connaître la vraie nature du Yih-king et la méthode suivie dans cette traduction. Les sinologues pourront aisément constater que nous n'avons guère fait autre chose que de rendre le sens des phrases chinoises tel qu'il se présente à l'esprit, dès qu'on reste en dehors de ces préoccupations d'art divinatoire, étrangères, comme l'atteste Lo-pi, à la première rédaction du livre.

Un fait analogue à l'oubli du sens du Yih-king montrera comment, en Chine, la valeur d'un monument antique a pu s'effacer du souvenir du peuple.

Les textes du Yih-king sont généralement précédés de l'explication de deux tableaux formés par les dix chiffres fondamentaux, disposés d'une façon mystique, en apparence, et sur lesquels les commentateurs ont épuisé toutes les ressources de leur imagination. On leur a attribué une origine surnaturelle. Deux animaux mystérieux, un dragon et une tortue, les ont apportés, tracés sur leurs dos, aux souverains Fo-hi et Yao. Leur signification doit être cherchée dans les profondeurs de l'ontologie. Les deux principes y sont représentés : le principe actif par les nombres impairs, le passif par les nombres pairs; les différents nombres représentent leurs combinaisons. « Le principe de tout nombre est renfermé dans un Yin et un Yang, la forme du Yang est ronde ; les objets ronds que l'on traverse donnent un ; ceux que l'on contourne, donnent trois. Le Yin est carré; traversé, il donne un; contourné, il donne quatre; le Yang, ajouté à un, donne trois, etc., etc. » (Voir *Yih-hio-ki-meng*, P. I.)

Or, l'un de ces deux tableaux a déjà été reconnu comme un simple jeu d'arithmétique. Le second, resté inexpliqué, est absolument la même chose, comme on va le voir :



Il s'agit tout simplement d'additionner le 5 central avec les chiffres les plus rapprochés et l'on obtient les nombres les plus éloignés dans la même direction :

$$5 + 2 = 7$$
$$5 + 3 = 8$$
$$5 + 1 = 6$$
$$5 + 4 = 9$$

Et c'est un problème aussi simple qui a été transformé en une tablette mystérieuse, contenant des secrets insondables de philosophie, révélés du ciel.

Il en est de même du Yih-king; de l'aveu de tous les sinologues, les Chinois en ont perdu le vrai sens.

Puissions-nous avoir trouvé la clef de ces énigmes qui composent l'antique recueil dont le caractère altéré au XII[e] siècle de l'ère ancienne, est resté si longtemps méconnu.

Nous osons l'espérer parce que cette explication n'est, en somme, que la reproduction simple et naturelle du texte que le fondateur de la dynastie des Tcheous a transformé et rendu méconnaissable.

Mais pour que nos lecteurs non sinologues puissent mieux en saisir l'esprit, nous devrons ajouter ici les notions fondamentales de la philosophie chinoise, dont quelques principes règnent dans tout le Yih-king, comme ils constituent encore la base des systèmes de tous les penseurs chinois qui se sont écartés des anciennes croyances nationales. Nous ne ferons, en effet, en ceci, que résumer pour ainsi dire le *Tcheng-meng* de Tchang-tze, le *Tai-kih-tù*, le *T'ong-shou* de Tcheou-tze, le *Hoang-kih* de Shao-tze, le *Sing-ming*, du *Sing-li-tsing-Y* et autres ouvrages philosophiques de la même école, qui se répètent le plus souvent et ne diffèrent entre eux que par des principes accessoires.

Voici ce résumé :

« Au commencement était le principe suprême ou principe sans origine

(*ta kih* ou *kih puh kih*); invisible, insaisissable et plongé pour ainsi dire dans l'abîme, il se révèle par ses deux énergies [1] immanentes. Ces énergies sont non point le principe actif et le principe passif, comme on dit généralement, mais le principe actif spontané, initiateur et le principe réceptif, actif par réaction. Les Chinois assimilent leur mode d'activité dans la production à celui du père et de la mère [2].

Ces deux principes isolés ne produiraient rien; mais s'étant mis en contact et se combinant, ils engendrèrent l'homme et toutes les choses d'ici-bas.

D'abord, ils formèrent le ciel et la terre, les deux grands agents directs de l'univers en qui se sont comme incarnés les deux principes originaires et qui les représentent. C'est par leur intermédiaire que tout a été produit.

Aussi le ciel et la terre sont-ils également appelés le père et la mère des hommes et de toutes choses.

L'action combinée de ces deux agents universels est soumise à des lois constantes et perpétuelles; elles se manifestent dans l'ordre régulier du mouvement des astres, de la succession des temps et des saisons, comme aussi dans l'ordre moral dont la beauté révèle le caractère naturel et nécessaire [3].

C'est par l'action dominatrice du ciel et la correspondance soumise de la terre, comme par la stabilité de leurs lois, que tout s'engendre, se développe, s'affermit, se perfectionne et atteint sa fin dans le monde. Pour que les êtres parcourent heureusement ces quatre stades de leur existence, il faut qu'il y ait action constante et ferme, initiative maîtresse, d'un côté; de l'autre, soumission constante et inébranlable; en outre, harmonie, droiture, justice de part et d'autre.

La nature est bonne en elle-même, celle de l'homme l'est également. Son cœur est essentiellement bon; il naît tel, il reste tel jusqu'à ce qu'entraîné par l'impression que font sur lui les choses extérieures, il se laisse détourner de la voie droite. Il doit donc contenir son cœur dans cet état qu'on appelle le

[1] Un seul être ayant deux formes substantielles, tel est le premier principe (Tcheng-Meng, ch. II). Ces deux principes ont quelque analogie avec la forme et la matière des scholastiques. Le principe suprême n'est pas mentionné au Yih.

[2] Le *K'ien* est père, le *Kven* est mère, premiers mots de *Ssi-ming* du Tchang-tze.

[3] Cf. ma *Siao-Hio* traduite complètement pour la première fois, p. 27 et *passim*.

milieu *Tchong*, ou plutôt l'intérieur, où il se domine lui-même et ne se laisse pas vinculer, traîner à la remorque des appétitions extérieures.

Ainsi, fermeté constante dans l'action, stabilité, soumission et respect, union, harmonie, droiture et justice, paix intérieure, répression des passions, milieu, sont les principales vertus que la nature, que les principes originaires de toutes choses observent et enseignent par leur exemple et qui constituent les fondements de la morale. C'est leur ensemble qui forme ce que le Yih-king appelle les sentiments du ciel et de la terre.

Pour se maintenir en cette fermeté et soumission constante, pour dominer sans cesse ses désirs et conserver la paix intérieure comme l'harmonie universelle, l'homme doit régler non seulement son intérieur, mais aussi ses actes extérieurs, son maintien, tous ses mouvements. De là, la nécessité, l'importance des rites qui règlent non seulement les actes du culte et des vertus, mais aussi tout ce qui tient aux convenances, à la civilité, à tout acte qui se fait par et dans le corps humain, regards, marche, gestes, etc. Le ciel (cf. *Siao-Hio*, p. 128) comprend le principe actif spontané [1], la lumière, les astres et aussi les esprits. Il est constamment supérieur à la terre. Le ciel en sa partie matérielle est noirâtre; la terre, toujours soumise et inférieure, est par essence de couleur jaune [2]. Elle est comme la jupe du vêtement dont le ciel forme la taille. Le ciel donne à chaque homme sa part de destinée qu'il peut perdre par ses fautes, comme le Shuh-king le répète constamment. Les maux terrestres frappent le coupable; mais celui-ci peut, en se corrigeant, faire revenir pour lui la fortune et le bonheur. Le ciel change ainsi ses décrets [3].

[1] Le principe actif spontané règne depuis le printemps jusqu'à l'automne; à l'automne il s'affaiblit sous l'action du principe réceptif qui l'arrête et finit par triompher au solstice d'hiver avec la gelée et la mort apparente de la nature. Peu après le principe actif reprend son action et la germination se prépare. (Comp., entre autres textes, l'Encyclopédie *Ku sse Kiong-lin*, f° 1.)

[2] Les anciens Chinois la croyaient carrée. Le *Li-Khi* proteste contre cette thèse impossible pour ce motif que « la terre est sans limite, tandis que tout objet carré a des bornes. » (Voir le *Li-Khi*, f° 8.) Mais Shao-tze dit encore au *Hoang-Kih*, ch. II, 4 : « La terre est carrée, c'est pourquoi en délimitant les terrains on les a distribués en carrés. »

[3] Il est faux qu'il y ait deux décrets célestes, l'un réglant les biens et les maux physiques et l'autre, ceux de l'ordre moral : les uns et les autres dépendent d'un seul et même principe, dit le *Sing-ming*.

Les sujets, les notions que l'auteur a choisies pour en faire la matière de son livre et l'objet de ses observations, devront être sans doute celles qui lui paraissaient avoir le plus d'importance. Dans l'état actuel de l'ouvrage, ces sujets sont dispersés sans ordre, ni méthode. Des thèmes analogues sont séparés et placés très loin l'un de l'autre, d'autres qui n'ont point de rapports entre eux sont réunis. Nous croyons donc devoir présenter un tableau de ces idées rangées d'après l'ordre que comporte leur nature et sous quatre chefs.

1. *Philosophie naturelle.* Principe actif (1). Principe réceptif (2). Pénétration mutuelle, développement (3, 11). Croissance (35). Éducation, développement de la nature intelligente (4).

2. *État social.* Autorité nécessaire (6, 7). Soumission des inférieurs (15). Bienveillance, bonté et justice des chefs (17, 23). Soin des intérêts du peuple (58). Augmentation de la population favorisée (45). Qualité des lois (60). Excellence du mariage (31, 53, 54). Sacrifices (50). Fonctions (19). Entretien de la famille (9, 26, 27, 37). Désordre (25). Arrangement, disposition sage (56). Utilité du puits dans la cité (48).

3. *Règles de conduite.* Incertitude de l'éclat, des grandeurs (22, 30, 36). Succès et insuccès (63, 64). Dignité (16). Décorum (20). Vie retirée (33). Supériorité (28,62). Procès à éviter (6, 43). Conduite à tenir dans l'élévation et l'abaissement (41, 42, 46, 47), dans l'abondance et la richesse (55, 59). Force et grandeur (14, 34). Opposition (38).

4. *Vertus à pratiquer.* Milieu à garder (61). Union et concorde (8). Douceur et bienveillance (17, 57, 58). Prudence, prévoyance (10, 18). Constance, fermeté, noble hardiesse (5, 32, 39, 52). Amitié, dévouement (29, 40). Correction, amendement, restauration (24, 49).

On retrouvera, à la table des matières, ces divers sujets mis dans l'ordre du livre.

Note. — On trouvera à la fin de cet ouvrage, dans deux appendices successifs, des extraits des commentaires qui justifient, par des exemples nombreux, notre manière de comprendre les expressions chinoises. Nous les avons réunies en ce lieu pour ne point surcharger notre traduction de notes encombrantes qui augmenteraient la difficulté de la lecture du texte. Ceux de nos lecteurs qui voudront comparer la version avec les exemples justificatifs devront recourir à l'appendice I, indiqué par le mot abrégé (App.).

Comme il est très difficile de distinguer les termes divinatoires : « heureux, mauvais, pas de regret, etc. » des jugements moraux formulés par les mêmes termes, nous traduirons généralement ces expressions sans nous prononcer sur leur nature. C'est, du reste, sans aucune importance.

Nous avons, pour le même motif, conservé la division du second texte en six paragraphes, à chaque section, bien que souvent deux ou plusieurs même doivent être réunis et ne forment qu'une même explication ou citation. Nous l'indiquerons généralement en son lieu.

Pour terminer ces préliminaires, assez longs déjà, il nous reste à examiner une question qui ne manque pas d'importance. On se demandera, sans doute, quel rapport il y a entre les figures linéaires et les mots chinois qu'elles représentent. Nous ne pouvons mieux répondre à cette question qu'en mettant sous les yeux de nos lecteurs un tableau des hexagrammes avec la signification des deux trigrammes qui les composent et leur relation avec les termes chinois dont ils semblent être la représentation figurée. Cette correspondance échappe quelquefois à la vue, mais généralement on peut la déterminer avec une certaine précision. Mais, pour comprendre ce tableau, on doit se rappeler la signification des trigrammes tels qu'ils sont donnés page 19.

Koua I. *K'ien*, $\frac{\text{principe actif}}{\text{principe actif}}$ = principe actif par essence; ciel; souverain.

— II. *Kwūn*, $\frac{\text{principe réceptif}}{\text{principe réceptif}}$ = principe réceptif, terre.

— III. *Tchùn*, obstacle, arrêt $\frac{\text{eau}}{\text{tonnerre}}$ = tonnerre arrêté par l'eau, obstacle.

Koua IV. *Mēng*, croissance, intelligence non développée $\frac{\text{montagne}}{\text{eau courante}}$ = montagne arrêtant l'eau.

— V. *Sū*, danger, arrêt $\frac{\text{eau, danger}}{\text{principe actif}}$ = principe arrêté, danger.

— VI. *Sóng*, procès, recours au prince $\frac{\text{principe actif, prince}}{\text{eau, caverne, danger}}$ = danger près du prince, à la cour, procès.

— VII. *Ssē*, chef, supérieur; troupe, $\frac{\text{principe réceptif, terre}}{\text{eau du ciel, de source}}$.

— VIII. *P'i*, concorde, union $\frac{\text{eau courante, source}}{\text{terre}}$ = eau entrant en terre, union.

— IX. *Siaò tchuh*, petit développement $\frac{\text{vent}}{\text{ciel}}$ = vent élevé, ne produisant que peu d'effet.

— X. *Lì*, marcher, fouler $\frac{\text{principe actif}}{\text{eau stagnante}}$ = force opérant au-dessus.

— XI. *T'ái*, pénétration $\frac{\text{principe réceptif}}{\text{principe actif}}$ = le second se portant naturellement en haut, pénètre le premier.

— XII. *P'ei*, opposition, fermé $\frac{\text{principe actif}}{\text{principe réceptif}}$ = le principe réceptif tenu en dessous, enfermé.

— XIII. *Tōng*, union $\frac{\text{ciel}}{\text{feu céleste}}$ = ce feu pénètre le ciel, y est uni au principe actif.

— XIV. *Tá*, grandeur $\frac{\text{feu}}{\text{ciel}}$ = le feu au haut du ciel symbolise la grandeur suprême.

— XV. *K'iēn*, respect, modestie, bienveillance $\frac{\text{terre}}{\text{montagne}}$ = grandeur s'abaissant; douceur, bonté s'élevant; l'un et l'autre s'accordant.

— XVI. *Yú*, puissance, majesté, satisfaction $\frac{\text{tonnerre}}{\text{terre}}$ = tonnerre sur la terre, en sortant; terreur et grandeur, majesté.

— XVII. *Sūi*, soumission, fidélité $\frac{\text{eau stagnante, joie}}{\text{tonnerre, mouvement}}$ = la force sous l'eau, indique soumission; l'eau stagnante, tranquilité, mouvement tranquille, satisfaction.

— XVIII. *Kú*, trouble, soucis; délibération $\frac{\text{montagne}}{\text{vent}}$ = le vent sous la montagne produit agitation, trouble.

— XIX. *Lin*, autorité $\frac{\text{terre}}{\text{eau stagnante}}$ = la terre s'élevant au-dessus de l'eau stagnante, représente l'homme en dignité.

Koua XX. *Kuên,* apparence extérieure, regard, maintien $\frac{\text{vent}}{\text{terre}}$ = vent se manifestant au-dessus, en dehors.

— XXI. *Shih hòk,* mordre, langage méchant $\frac{\text{feu, éclair}}{\text{tonnerre}}$ = ce qui brûle et fait mal; langue méchante comparée à la flamme.

— XXII. *Pi,* éclat, rayon; orner $\frac{\text{montagne}}{\text{feu, éclair}}$ = feu s'échappant d'une montagne, éclat.

— XXIII. *Poh,* opprimer, etc. $\frac{\text{montagne}}{\text{terre}}$ = mont pesant sur la terre, oppression.

— XXIV. *Fuh,* retour, réparation, correction $\frac{\text{terre}}{\text{tonnerre}}$ = tonnerre sous terre, répression.

— XXV. *Wū Wāng,* non caché, apparent, sincère $\frac{\text{ciel}}{\text{tonnerre}}$ = tonnerre se manifestant dans le ciel.

— XXVI. *Tá tchuh,* grand entretien, répression, accumulation $\frac{\text{montagne}}{\text{ciel, principe actif}}$ = principe actif formant les montagnes, accumulation.

— XXVII. *I,* entretenir, soutenir $\frac{\text{mont}}{\text{tonnerre}}$.

— XXVIII. *Tá Kouó,* grande transgression, défaut $\frac{\text{eau stagnante}}{\text{vent}}$ = le vent soulevant l'eau, la fait grandement sortir de son lit (*ta Kouo*).

— XXIX. *Tsah K'àn,* danger $\frac{\text{caverne, danger, (k'àn)}}{\text{caverne, danger, (k'àn)}}$ = danger suprême.

— XXX. *Li,* éclat $\frac{\text{feu, éclair, (li)}}{\text{feu, éclair, (li)}}$ = éclair, éclat partout.

— XXXI. *Hiēn,* concorder; harmonie $\frac{\text{eau stagnante, satisfaction, complaisance}}{\text{montagne, repos, tranquilité}}$ = concorde, harmonie.

— XXXII. *Hāng,* constance, fermeté, activité continuelle $\frac{\text{tonnerre, force, puissance}}{\text{vent, docilité}}$ = la puissance servie par la docilité a une action forte et continuelle ?

— XXXIII. *T'ún,* retraite, obscurité $\frac{\text{ciel}}{\text{mont}}$ = un mont élevé dans le ciel, lieu de retraite, de vie obscure.

— XXXIV. *Tá tchuáng,* grande force $\frac{\text{tonnerre, force}}{\text{ciel, principe fort}}$ = force soutenant la force.

Koua XXXV. *Ts'in,* avancer, grandir, s'élever $\frac{\text{ciel}}{\text{montagne}}$ = montagne s'élevant dans le ciel.

— XXXVI. *Ming-ī,* lumière faiblissante $\frac{\text{terre}}{\text{lumière}}$ = lumière des astres baissant, entrant sous terre.

— XXXVII. *Kiā,* famille $\frac{\text{vent}}{\text{feu}}$ = vent s'élevant du feu.

— XXXVIII. *Kuèi,* opposé; contraire, discorde $\frac{\text{feu}}{\text{eau}}$ = opposition.

— XXXIX. *Kièn,* difficulté, danger, courage $\frac{\text{caverne, danger}}{\text{montagne}}$ = mont dangereux.

— XL. *Kieh,* délivrer, échapper, disperser $\frac{\text{tonnerre}}{\text{pluie}}$ = pluie après tonnerre, délivrance.

— XLI. *Sùn,* diminuer, abaisser, réprimer $\frac{\text{montagne}}{\text{eau stagnante}}$ = mont pesant sur l'eau.

— XLII. *Yih,* augmenter, grandir $\frac{\text{vent}}{\text{tonnerre}}$ = tonnerre augmentant par le vent.

— XLIII. *Kuaì,* diviser, disperser, eau divisée en branches $\frac{\text{eau}}{\text{ciel}}$ = eau se divisant dans l'atmosphère.

— XLIV. *K'eú,* épouser, unir, rencontrer $\frac{\text{ciel}}{\text{vent}}$ = vent pénétrant le ciel, uni aux forces célestes; le faible uni au fort.

— XLV. *Tsui,* réunion, agrégation $\frac{\text{eau stagnante}}{\text{terre}}$ = eaux réunies, agrégées sur la terre.

— XLVI. *Shāng,* monter, s'élever $\frac{\text{terre}}{\text{arbre}}$ = arbre s'élevant de la terre.

— XLVII. *Kuán,* détresse, dureté $\frac{\text{eaux amassées}}{\text{péril}}$ = péril, détresse dans les eaux.

— XLVIII. *Tsing,* puits $\frac{\text{eau courante, source}}{\text{pénétration}}$ = puits.

— XLIX. *Koh,* changer, se contrarier; cuir $\frac{\text{eau}}{\text{feu}}$ = se contrarier, le feu change l'eau.

— L. *Tìng,* chaudron $\frac{\text{feu}}{\text{bois}}$ = bois brûlant et chauffant le chaudron.

— LI. *Tchán,* tonnerre, effroi $\frac{\text{tonnerre, (tchan)}}{\text{tonnerre, (tchan)}}$.

— LII. *Kán,* ferme, droit $\frac{\text{montagne, (kan)}}{\text{montagne, (kan)}}$

KOUA LIII. *Tsién,* avancement, progrès, s'élever peu à peu $\frac{\text{vent}}{\text{montagne}}$ = vent soulevé sur une montagne.

— LIV. *Kuēi,* marier $\frac{\text{tonnerre}}{\text{eau stagnante}}$ $\frac{\text{puissance}}{\text{docilité, plaisir}}$. Ces deux termes caractérisent l'homme et la femme.

— LV. *Fāng,* abondance, richesse, éclat $\frac{\text{tonnerre}}{\text{feu}}$ = symbole d'éclat.

— LVI. *Lù,* étranger, passager $\frac{\text{feu d'éclair}}{\text{montagne}}$ = éclair brillant un instant dans le désert.

— LVII. *Sún,* douceur, flexibilité $\frac{\text{sun, même sens}}{\text{sun, id.}}$.

— LVIII. *Túi,* réjouir $\frac{\text{tui, id}}{\text{tui, id.}}$.

— LIX. *Huán,* abondance débordant $\frac{\text{vent, pénétration}}{\text{eau coulante}}$ = eau débordante.

— LX. *Tsieh,* règles, lois $\frac{\text{eau coulante}}{\text{eau stagnante}}$.

— LXI. *Tchóng,* milieu, juste milieu, droiture; le milieu est représenté par la figure qui a deux lignes coupées au milieu ☴☱

— LXII. *Siaò Kuó,* petit défaut, dépasser peu $\frac{\text{tonnerre}}{\text{montagne}}$ ☳☶ Excès en ce qui est petit. Les petites lignes sont au deçà et au delà des grandes et les dépassent en nombre.

— LXIII. *Ki tsi,* traversée achevée $\frac{\text{eau courante}}{\text{feu}}$.

— LXIV. *Wei tsi,* traversée non achevée $\frac{\text{feu}}{\text{eau courante}}$.

On voit l'opposition des deux sens (LXIII et LXIV) dans les formes opposées des deux figures. Le feu qui est naturellement au-dessus, se trouvant en dessous, a donc traversé l'eau « traversée achevée. » A LXIV c'est le contraire. Cette section devait originairement précéder la section LXIII.

En parcourant ce tableau, on constatera aisément que, dans un certain nombre de cas, l'analogie entre la figure et le sens du mot qu'elle représente

est lointaine et ne se saisit pas facilement; dans l'immense majorité des kouas, cette analogie se présente d'elle-même à l'esprit. Il est donc difficile de nier les rapports existant entre les termes chinois et les hexagrammes correspondants. Il semble donc certain que l'auteur de ces figures avait ces rapports directement en vue. Cela est d'autant plus probable que les mots identiques à ceux que représentent les huit trigrammes, sont figurés par ces mêmes trigrammes doublés [1]. Il sera bon, en parcourant la traduction du Yih, de revoir ce tableau au commencement de chaque section.

Quant à l'origine de cette écriture trigrammatique *i. e.* au moyen de trois lignes pleines ou coupées, les Chinois l'attribuent à une source surnaturelle. Un dragon sorti du Ho se montra à Fuh-hi, portant sur son dos ces lignes mystérieuses. Pour nous, nous y voyons une transformation des cordelettes nouées qui formèrent le premier mode d'écriture usité en Chine, selon la traduction antique et constante. La coupure remplaça le nœud. M. de Lacouperie préfère les bâtons taillés qui servirent au même usage chez certains peuples.

[1] Voir dans le tableau, les kouas I, II, XXIX, XXX, LI, LII, LVII, LVIII.

N. B. Beaucoup de mots chinois, homophones aujourd'hui, ont des origines et des sens très différents, comme les divers mots français qui s'écrivent uniformément : « son, ton, salut, etc. ». Plusieurs étaient représentés par un seul et même caractère. De nos jours encore, les Chinois emploient, en certains cas, un caractère pour un autre de prononciation identique. On ne sera donc pas étonné de retrouver cet usage dans le Yih-King, par exemple aux sections II, XXXI et autres encore.

YIH-KING.

Koua I.

☰ 乾 *Kiên :* principe actif, force vitale universelle.

Texte I. — (C'est) l'origine, le progrès, l'affermissement et l'achèvement des êtres [1].

Texte II. — 1. Le dragon caché, enfoncé dans l'abîme est sans action [2]. (Voy. App. I.)

2. Mais il apparaît, on le voit dans les champs [3]. Les bienfaits font voir l'homme vraiment supérieur. — L'influence de la vertu se répand au loin avantageusement. Com. II. (App. I.)

3. Le sage est ainsi actif et vigilant tout le jour; le soir même il est attentif, veillant et ne se repose pas. S'il survient un danger, une difficulté, il n'en éprouvera aucune suite fâcheuse. (Le sage rétablit toujours la voie de la justice, la foule et refoule sans cesse. Com. II.) (App.)

4. Le dragon se remue (saute) dans l'abîme; c'est bien [4]. (Le prince sage exerce son action sur le monde.) — Il se répand au dehors et avance. Com. II. (App.)

5. Il s'élève volant dans le ciel. Le principe actif s'élève et produit dans

[1] Termes philosophiques indiquant toutes les phases de la vie des êtres. Cp. mon opuscule : *Le texte originaire du Yih-King*, pp. 11-14.

[2] C'est-à-dire le principe producteur, plongé et se dérobant dans le chaos, ne produisait encore rien. Premier état de l'univers. — Ou bien : le prince, le sage enfermé dans sa demeure et ne se produisant nulle part, ne sert pas le monde, l'humanité.

[3] Le principe actif commence à agir, il sort des ténèbres primordiales comme le principe universel, le *tad* des Brahmanes, et se montre par ses actes.

[4] Le principe actif agissant en tous sens, atteignant tout.

le ciel. (App.) — Ainsi le grand homme s'élève à la hauteur de sa mission et de ses œuvres. Com. II.

6. S'il devient trop fort et dominant, il y aura lieu de le regretter. — Trop de bonne fortune ne peut durer si l'on n'est prudent et modéré en tout. Com. II. Le principe actif doit céder au principe réceptif à certains moments ou bien les êtres ne se produiront pas. (App.) Cp. p. 30.

7. Voir de nombreux dragons sans tête c'est bonheur. — Lorsque le grand, le fort, sait être doux et complaisant, c'est un dragon sans tête; c'est là une condition de succès et de bonheur. La hauteur, l'obstination, l'arrogance, représentées par la tête, sont des sources de grands maux. (Com.) Les propriétés du ciel ne doivent pas toujours prédominer (Com. II) (et étouffer toute influence de la terre ou de l'homme. La prospérité du monde dépend de la combinaison des forces de ces trois puissances). Ceci est une interpolation.

Com. I. — Grand est vraiment le principe originaire, le *K'ien!* Toutes choses en proviennent. Il est l'origine du ciel et le comprend tout entier. Les nuages s'y produisent et la pluie s'en répand, tous les différents êtres en tirent leurs formes. Pour expliquer l'origine et la fin de tout, on emploie six lignes en six positions convenables (les kouas). Par leur moyen, comme par un char attelé de six dragons, on parcourt le ciel (on en sonde les mystères). L'action régulière du *K'ien* est de former et de transformer les êtres. Chacun a sa nature et son emploi fixés; ainsi il maintient l'union et l'harmonie suprêmes. Ainsi toute chose progresse, reçoit ses bienfaits et se perfectionne.

Les chefs s'élèvent au-dessus de tous et, de la sorte, les états ont paix et prospérité. Le ciel se meut et agit avec grande puissance. Ainsi le grand, le sage exerce son activité sans jamais se reposer complètement.

Explication de l'hexagramme; symbolisme. — Ciel en action, puissance suprême. Le sage met toute sa force en action et ne se repose jamais.

Note. — Il n'est pas besoin de faire remarquer que le texte et les commentaires voient unanimement en ceci des idées philosophiques, ontologiques

ou morales, et nullement des pronostics à tirer, soit de lignes différentes, soit même d'une figure complète [1].

Le dragon est, ou bien le principe actif originaire, producteur, d'abord invisible, renfermé en lui-même et sans action extérieure comme le *tad* brahmanique (1), puis sortant de lui-même et formant successivement tous les êtres (2, 4), s'élevant jusqu'à produire le ciel (5), lequel, bien que supérieur à tout, n'absorbe point en lui toute l'activité (6).

Pour d'autres c'est le sage, le grand qui ne fait rien d'utile s'il reste renfermé en sa demeure, mais qui peut être le salut du monde s'il agit avec sagesse et zèle prudent, sans abuser de sa puissance, de sa supériorité.

Ces deux idées semblent mêlées; le § 3 ne se rapporte évidemment qu'à la seconde. Il peut n'être, du reste, qu'une phrase ajoutée à un premier texte.

Koua II.

☷ 坤 *Kwūn : a.* Principe passif, réceptif. 1. Terre étendue et portant; 2. Femme, femelle; 3. Soumission, complaisance; 4. Support, appui. — *b. Kwun*, fermer, lier. — *c. Kwun*, vêtement impérial [2].

TEXTE I. — *Kwūn :* Terre recevant l'action du principe actif et portant, produisant; femelle portant et produisant, concourant à la série des quatre actes de la vie des êtres. (Cp. koua I, p. 39, n. 1 [1].) Le grand, en ce qu'il fait, ne doit point prévenir l'action des forces naturelles; s'il le fait, il échouera; s'il agit après et la suit, il réussira. S'il met son propre avantage au-dessus

[1] Que ces mots aient bien ce sens et ne soient pas des expressions augurales, c'est ce que prouve, outre les textes philosophiques donnés dans ma première étude, le commentaire même ou l'aile III du Yih-king, qui porte ceci :

Le *Yuēn* est le commencement, la naissance des êtres; *hāng* en est le développement; *li* en est le fleurissement arrivant aux fruits; *tchāng* est la formation complète du fruit. *Shih tchī shīng.*

D'après *Tchou-hi, yuén* et *hāng* sont l'expansion extérieure; *li* et *tchāng*, l'affermissement et le perfectionnement intérieurs.

[2] Les phrases 4 et 5 semblent se rapporter à ces mots, qui ont le même son que *kwun*, principe passif réceptif. Voir p. 38, note.

de tout, il pourra acquérir des amis d'un côté, mais il les perdra de l'autre. S'il cherche la paix, la concorde de toutes les puissances, il réussira et sera heureux.

TEXTE II. — 1. Quand on marche sur le verglas c'est que la forte gelée arrive à son point extrême. (Cette phrase est une expression consacrée, peignant l'arrivée de l'hiver et le commencement des gelées. D'après la cosmologie chinoise, c'est le moment où le principe passif, réceptif, entre en action, commence à dominer et produit le fort hiver qui est son triomphe [1]. Il va ainsi du verglas à la glace. La forte gelée commençant par un fin verglas est aussi le type du principe producteur terrestre qui commence par l'atome pour produire les plus grands corps. Nous avons donc en cette phrase la plus forte expression du principe *Kwūn*, objet de la section.) (App.)

— COM. II. Lorsque le principe passif commence la période de froid, suivant son cours naturel il en vient aux fortes gelées.

2. Droite, carrée, vaste [2] (la terre), d'elle-même et sans travail, procure toujours des biens à l'homme. (App.) — COM. II. La voie de la terre est brillante, produit de grandes choses.

3. Celui qui maintient les lois (du ciel et de la terre) peut espérer le succès. — COM. II. Il brillera à l'occasion.

— Quand on s'applique au service du prince, si on ne le fait pas parfaitement, on devra le quitter [3]. — Savoir se conduire est glorieux et grand (COM. II).

— Bien qu'on ne le fasse pas d'abord parfaitement, on pourra réussir à la fin (COM.)

Note. — Ceci se rapporte au sens : soumission, docilité.

[1] « Marcher sur le verglas » termes consacrés. Voy. LI-KI, chap. *Ts'i-Y*, init.; ils signifient aussi marcher avec prudence (Cf. W. Williams, p. 520) *hō-ī li shuāng*. (Cp. *Introduction*, fin et l'Encyclopédie *Ku tze Kiong lin*, fol. 1.)

[2] Forme que les anciens Chinois attribuaient à la terre, un vaste rectangle solide. D'autres commentaires y voient les qualités du serviteur du prince. (Cp. *Introduction*, p. 31, 2.)

[3] Ceci illustre les sens 3 et 4 du mot. COM. *Kiai tze*, etc. « Si on ne fait pas parfaitement, on doit cesser. » Tout ceci est interpolé.

4. (Sens *kwun*, fermé [1]). Sac lié, fermé, ne peut être loué ou blâmé (quant à son contenu). — Com. II. La prudence évite toute injure, tout dommage. — (Ce sac fermé est la terre, dont le contenu est inconnu et caché. C'est aussi l'image de la prudence nécessaire à celui qui sert le prince.) (App.)

5. *Kwun*, vêtement impérial [2]. Ou : « vêtement de dessous jaune. » Figure de la terre qui est *jaune* et *sous* le ciel. — Com. II. La beauté, le bel arrangement est en elle — et se montre au dehors (Com.). — Le texte ajoute : honneur, bonheur suprême. (App.)

6. Le dragon combat dans l'espace; son sang est noirâtre et jaunâtre. (Reprise du koua précédent : le principe actif lutte dans l'immensité pour produire; il produit le ciel qui est noirâtre et la terre qui est jaunâtre, selon la terminologie chinoise). (App.)

(Cette phrase finale s'applique à la fois aux deux premiers kouas).

7. Le nombre six est un nombre heureux; s'en servir assure le succès. (Phrase interpolée, expliquant l'usage des six lignes de chaque figure.)

Com. I. — Suprême est le principe passif de la terre, tous les êtres en reçoivent leur naissance, mais il est complètement soumis au principe actif du ciel. La terre en son amplitude porte toutes choses; sa vertu est sans limite comme (celle du ciel). Contenant immense, son éclat est grand. Tous les êtres s'y développent ensemble. L'animal femelle (la jument) a la nature de la terre; elle la parcourt sans terme ni fin. Douceur et soumission (qui sont ses qualités) procurent le bonheur; le sage doit les pratiquer. Le bien résultant de la fermeté paisible et durable correspond à l'immense vertu de la terre. (La jument est passive et active comme la terre qui reçoit et produit.)

Symbolisme. — Le double trigramme de la terre, la terre partout, indique la vertu caractéristique de celle-ci : supporter, entretenir tout. Le sage, s'y conformant, entretient et soutient tous les êtres par sa vaste vertu.

[1] *K'wun*, lier, fermer. Ceci est un proverbe où est employé le mot *k'wun*, fermer.

[2] La couleur impériale est jaune : *hoang*. — On voit que les derniers rédacteurs ont réuni ici des choses disparates, les unes à cause des différents sens de *k'wun*, terre; les autres à l'occasion des différents mots qui se prononcent *k'wun*. Cp. p. 31, l. 19.

Note. — Dans cette section, texte II, nous avons des exemples ou cas d'application des divers sens du mot *kwun,* principe passif en son expression suprême (1); forme de la terre (2); qualités de la terre (3); *kwun,* fermer, lier (4); *kwun,* vêtement impérial (5); ou bien : emblème de la terre et de ses secrets (4); figure de la terre (5); production de la terre (6). D'après le *Tso tchouen* du *Tchun tsieou,* an XII de Tchao, § 8, le vêtement jaune désignerait la vertu nécessaire pour obtenir les hautes charges et leurs insignes, les costumes brillants!!

Koua III.

䷂ 屯 ***T'un*** **et *tchun* : *A*. 1. Bourgeon, pousse; 2. Croissance, activité; 3. Grandir, avancer; *B*. Difficultés, arrêté dans son avancement, échec [1].**

Texte I. — C'est le commencement se développant, mais non affermi, achevé; arrêté au contraire. Par l'activité, le succès s'établit heureusement en tout ce qu'on peut faire.

Texte II. — 1. Pour s'établir solidement [2] il faut se maintenir en fermeté et droiture. (Pour maintenir le royaume) il est bon de constituer des chefs féodaux (2) (sens *B*). Bien qu'on ait des difficultés, la volonté doit toujours s'attacher au devoir. Si, bien qu'élevé, on condescend aux besoins des petits, on s'attachera fortement le peuple. Com. II. (App.)

2[a]. *Tchun* est comme « arrêté par les difficultés, » comme un cavalier dont le cheval veut reculer (ou : un cheval monté qui veut...) (App.)

6. L'avancement, arrêté comme un cheval monté qui recule, fait répandre des larmes amères et abondantes. (App.)

[1] Com. *Yih-king hoei*, etc. fº 17. Vie commençant; bourgeon non développé; difficulté non extrême.

[2] Litt., arranger, disposer d'une manière durable. Ou bien : « Quand on avance, grandit avec difficulté. » Le Com. II le prend en ce sens. Il s'agit d'une affaire que l'on commence, d'un état naissant. *T'un* se rapporte à tout cela. — Com. *pvān hvan*, avancer avec difficulté.

2^b. C'est comme la jeune fille que veut épouser un brigand ravisseur, elle doit rester inébranlable et attendre (plutôt) dix ans. (Malgré cela), elle pourra alors se marier et être mère.

(Il est ici question de difficultés. — Un équipage solide, l'enfantement après dix ans indique le retour à la prospérité, à l'avancement. Com. II.)

4. Si elle est demandée en mariage selon les rites, qu'elle y aille et ce sera bien. Cela lui sera avantageux. — Il en est de même de l'équipage arrêté qui reprend sa course. (Com.) (Suite du § 2, séparée pour faire nombre.)

5. Dans le développement de la sève (sens 1, 2) des bourgeons, si elle se répand modérément, la croissance sera heureuse; si elle se répand trop, la croissance sera empêchée. (Com.) Il en est ainsi si elle se répand avant d'être suffisamment riche et forte. Com. II. Al. « obstacle au développement : s'il est petit, l'issue peut être heureuse; s'il est grand, fin malheureuse. » Com. (App.)

3. Lorsque le gibier poursuivi s'enfonce inopinément dans une forêt profonde, le sage aime mieux l'abandonner que de s'exposer au danger. S'il l'y poursuit, il aura lieu de s'en repentir. (App.) Il sera réduit à l'extrémité. Com. II.

Note. — Cette section se rapporte presque tout entière à *tchun* « difficultés entravant l'avancement, la réussite » ; 1, 2, 3, 4, 6 s'y réfèrent; § 5 semble se rapporter aux deux mots : *t'un* et *tchun*. L'ordre originaire des phrases a été troublé ici : § 6 doit suivre 2^a, et 4, 2^b... § 6 ne semble être qu'une interpolation destinée à compléter le nombre 6. Le § 4 semble être dans le même cas. Le § 3 indique la conduite à tenir dans une difficulté imprévue.

Symbolisme. — Le tonnerre sous les nuages [1], entravé par eux, figure les difficultés. Le sage arrange les choses selon les exigences de celles-ci. Com. II.

Com. I. — (Les deux premiers kouas ont représenté séparément les deux principes.) Ici commencent leur mélange et les difficultés. C'est l'activité dans

[1] Ici et dans tous les symbolismes suivants, il s'agit du sens des trigrammes. Voir p. 39 ss

ces difficultés qui mène au grand succès. Quand le ciel envoie (un temps de) troubles et de ténèbres, il est bon d'établir des chefs féodaux et de ne point se livrer à la sécurité et au repos. (Ceci semble ajouté par Wuh-Wang ou Tcheou-Kong pour justifier leur conduite. Wuh-Wang créa plus de cent fiefs).

Koua IV.

䷃ 蒙 *Meng :* Intelligence non encore développée; être non encore formé (App.).

TEXTE I. — Pour le développement (de l'intelligence) ce n'est point au maître (à venir à nous), il n'en a pas besoin, mais au disciple inexpérimenté à aller au maitre. — Quand quelqu'un consulte le sort, le devin lui en dit une première fois l'oracle ; si à une deuxième ou troisième fois on n'est pas écouté [1], on ne l'annonce plus, on n'enseigne plus. (Interpolation.)

COM. I. — L'ignorant progresse quand on le fait avancer en temps opportun..., l'entretenir et rendre bon est l'office du sage.

TEXTE II. — 1. Pour dissiper l'ignorance il faut user des châtiments (pour maintenir les règles en vigueur. COM. II.) Il faut user d'avertissements et de punitions pour écarter toute cause de regret.

2. Il est bien de se préoccuper de l'ignorant et de soutenir la jeune fille. Ainsi ils pourront triompher de leur ignorance. (L'enfant fait durer la famille; il faut en avoir soin. COM. II. Le fort et le faible doivent s'entr'aider.)

3. N'épousez pas une fille si elle ne considère que l'or, si elle ne se possède pas elle-même [2]; cela ne serait pas heureux. (Ce ne serait point agir convenablement. COM. II.) C'est-à-dire une fille ayant la qualité dont il s'agit n'est pas à épouser.

[1] « On est méprisé, » ou bien : « On ennuie, » si on lasse l'ignorant. COM. I. — On le fait une première fois parce qu'on peut croire à la sincérité du consultant. COM. I.

[2] Ou bien : En épousant... ne considérez pas l'or, la fortune, etc.

4. L'ignorance pauvre et abandonnée est chose funeste. (L'abandon, l'isolement tient éloignée la possession de la vérité [1]. Com. II.)

5. L'ignorant, tout jeune encore, peut arriver à bien [2] (être instruit). (Le bien de son état est la docilité, la douceur. Com. II.)

6. Si l'on châtie l'ignorant en le formant, on ne doit point lui faire du tort [3], mais au contraire l'en préserver.

Symbolisme. — Trigramme supérieur : montagne; inférieur : précipice; fermeté devant le danger. Com. I.

En haut : montagne; en bas : source jaillissant. Le sage agit avec fermeté courageuse et développe la vertu [4]. Com. II.

Koua V.

需 *Su :* **Arrêt forcé, empêchement, obstacle, danger. Résistance aux forces nuisibles.**

Texte I. — L'homme droit et ferme aura un succès brillant, s'affermira, se complétera heureusement; il saura traverser les difficultés. (Litt. : Le grand fleuve; moyen de briser les obstacles, etc.)

Texte II [5]. — 1. Obstacle, danger dans un pays désert, éloigné. Avec de l'adresse, de la persévérance et de la fermeté, on en sortira sans dommage. — (Le sage) ne veut pas briser violemment les difficultés; il suit les principes sans faillir. (Com. II.)

2. Obstacle, danger dans un récif, sur un banc de sable, une île qui obstrue la voie; avec un peu de peine on peut en sortir. (*Siao yeu yuen* indique généralement les méchants propos.)

[1] Seul on ne peut y arriver.

[2] Plutôt : le jeune homme est ignorant, non encore formé.

[3] Agir en voleur. Le châtiment doit produire du bien et non faire un tort quelconque.

[4] On voit que l'accord entre les deux commentaires n'est point parfait.

[5] Tous ces paragraphes donnent des cas d'emploi du mot *su*, danger, difficulté; des dangers de différentes natures en gradation ascendante. — Le 6e montre une difficulté et la manière de s'y conduire. (App.)

3. Arrêt, danger dans les terrains marécageux, fondrières. Si des voleurs surviennent, ils saisiront (les gens ainsi arrêtés). Danger extérieur; avec prudence et circonspection on ne périra pas.

4. Danger, dans le sang, en sortant d'une caverne (d'être tué par des brigands).

5. Danger en des festins; issue heureuse si l'on est modéré. (*Ngân-i taitchī.*) Les banquets seront d'heureux effet si l'on y garde le milieu. (COM. II, *Medium tenuere beati*; nécessité de la modération dans les plaisirs.)

6. Danger que court celui qui est entré dans une caverne. S'il survient des hommes inattendus, trois même, et qu'on les traite avec respect, le bonheur s'ensuivra. (COM. II. Bien que la situation ne convienne pas, il n'y aura pas grande faute.)

Note. — Ce paragraphe est interpolé : la première phrase équivaut à § 4. La seconde, « s'il survient, etc. », est du symbolisme postérieur, inspiré par la vue des trois lignes pleines du trigramme inférieur. Ce sont là les trois hôtes.

SYMBOLISME. — COM. I. *Su* est : droiture en face du péril, fermeté inébranlable ne se laissant ni abattre, ni surprendre, et dont la justice ne s'affaiblit, ne s'épuise jamais. Celui qui occupe par sa dignité la place du ciel doit maintenir la justice, la fidélité au devoir; il pourra alors triompher des difficultés, quelque chose qu'il entreprenne. (Ap.)

COM. II. — *Su* est formé du trigramme « nuage » au-dessus du trigramme « ciel ». Ce sont les nuages s'élevant dans le ciel; ainsi le sage goûte joie et plaisir.

Koua VI.

䷅ 訟 *Song* : Recours au prince, procès, affaires publiques. (App.)

TEXTE I. — L'homme droit les empêchera; même en y procédant avec crainte et prudence, si le milieu en est heureux, la fin en sera funeste. On pourra aborder les grands, mais on ne traversera pas les grandes difficultés.

Com. I. — Un procès ne doit pas être poussé jusqu'à sa fin; on ne triomphera pas des difficultés et l'on tombera dans un abîme. Le sage met au-dessus de tout le juste milieu et la droiture (et non le triomphe).

Symbolisme. — I. Force au-dessus, péril au-dessous (pour le petit qui plaide) représentent le procès. — II. Le ciel (au-dessus), l'eau (au-dessous) forment le koua (d'où danger). Le sage, entreprenant une affaire, délibère mûrement sur son commencement (avant de commencer). (App.)

Texte II. — 1. Si l'on se désiste (d'un procès) entrepris [1], bien qu'il y ait quelque bruit (à ce sujet), le résultat final sera heureux. — Si le procès ne se poursuit pas malgré les pourparlers, l'affaire s'éclaircira. Com. II.

2. Si celui qui se désiste d'un procès (ou l'abandonne) retourne chez lui et cache l'affaire aux gens de son endroit, il n'en aura pas de désagréments. — Si le petit conteste contre le grand, les maux viendront comme pris à la main. Com. II.

4. Celui qui succombe dans un procès doit s'amender, retourner à la justice et reprendre son calme; alors il s'affermira heureusement.

5. D'un procès le commencement (seul) est heureux. Il conduit aux querelles, haines, etc. (App.)

6. Bien qu'on réussisse dans les affaires publiques [2] et qu'on obtienne à la Cour une distinction honorifique, celle-ci pourra être enlevée jusqu'à trois fois [3]. — Com. Le succès final n'est jamais assuré. (App.)

3. *a*) Si l'on entretient en soi les vertus des anciens, on prospérera; la fin sera heureuse.

b) S'appliquer aux affaires du prince ne suffit pas pour faire l'homme parfait [4] (3e sens). Com. II. L'un et l'autre sont choses heureuses (*a* et *b*).

[1] *Song* est, d'après Tchou-hi, un procès entamé, mais non encore décidé, réglé complètement.

[2] Ou : qu'on l'emporte en un procès.

[3] Ou : avant le 3e jour terminé. Cette marque de distinction est une large ceinture, insigne de dignité.

[4] Ou : ne permet pas la perfection de ces vertus. — Com. 3 *a*) semble interpolé.

Note. — Il serait superflu de faire ici, de nouveau, la remarque qu'il s'agit non d'une recherche divinatoire, mais d'une leçon donnée pour éloigner des contentions et des procès. Le premier commentateur l'avait parfaitement compris, comme le démontrent ses explications, telles que celles-ci : « les contentions ne doivent pas être poussées à l'extrême. »

Le docteur Legge le reconnaît également puisqu'il dit : « They are, general protests against all contentions and strife. » (Voy. p. 71 de sa traduction.)

Koua VII.

䷆ 師 *Sze* : chef; troupes, armée; peuple, foule.

Texte I. — Le chef expérimenté (âgé) est heureux et ne commet pas de fautes.

Com. I. — *Sze* est « le peuple. » La droiture ferme rend bon. Par elle on peut rendre le peuple bon; par elle on peut exercer le pouvoir souverain. Agissant ainsi, le fort atteint son but, et s'exposant même au péril dans des expéditions guerrières, il pourra ravager (conquérir) le monde. Le peuple le suit et il réussit. Comment en aurait-il du regret?

Symbolisme. — « Eau sous terre, eau au milieu de la terre. » Se conformant à cette image, le grand entretient le peuple (comme l'eau entretient les produits de la terre) et forme l'éducation de la foule [1].

Texte II. — 1. Si une armée fait la campagne selon les règles (la justice et l'art militaire), tout lui réussira (2e sens). Ou bien : que l'armée se mette en campagne selon les règles..., ou il lui arrivera malheur. (App.)

[1] En tout ceci nous voyons appliquées les différentes acceptions du mot *sze*, mêlées et sans ordre précis.

Sinon, il arrivera malheur. Com. Si elle viole les règles de la justice et de l'art militaire, elle aura un sort malheureux.

2. Si le roi est au milieu de ses troupes, tout ira bien et il ne se commettra pas de faute. Le chef doit répéter ses ordres jusqu'à trois fois, pour s'assurer d'être bien compris.

3. Qu'une armée ait plusieurs chefs [1] c'est une chose funeste. Les assistants du chef doivent le suivre et lui obéir sans commettre de faute. — Un commentaire [2] explique ceci autrement : l'armée (en présence des difficultés qui s'opposent à sa marche) doit céder et s'arrêter pour éviter toute faute.

4. Si l'armée se trouve dans un pays à gros gibier, elle fera bien de le chasser et de le prendre (pour subvenir à sa subsistance) [3]. Ou bien : elle fera bien de prendre les ordres du chef pour ne pas faire de ravages inutiles. (App.)

5. Si le roi ne commande pas en personne, le fils aîné doit conduire l'armée; si ce sont les fils cadets qui commandent, comme ils sont plusieurs, il y aura (division), faute et insuccès [4].

6. Un grand prince qui a obtenu le mandat céleste crée heureusement un puissant état et donne la stabilité à sa dynastie. Un homme ordinaire ne sait pas y réussir (ne doit pas être employé).

Note. — Nous ne pouvons ici que renouveler la remarque faite à la fin de la section précédente. Il n'est pas un seul mot qui fasse la moindre allusion aux pronostics. Tout, au contraire, en exclut l'idée. Aussi Legge dit très justement : « La conduite des opérations militaires est exposée dans l'hexagramme *sze.* »

C'est bien cela et nullement ce qu'il y a dans la traduction elle-même.

1 Chefs. Litt. corps de char. Expression usuelle. Cp. « quartier de l'est » = maître de maison.

2 *Yih pi tchi neng Kiai.*

3 Ou pour s'exercer à mener la campagne. La chasse a toujours été considérée en Chine comme un exercice préparatoire à la guerre.

4 La même pensée se retrouve dans le *S'ing-li ts'ing-i* dernier traité.

Koua VIII.

☷☵ 比 *Pi* : union, harmonie, rapprochement, aide.

Texte I. — Union, chose excellente, commencement heureux que l'on doit porter à sa perfection, sans faillir. Si l'on n'obtient pas la paix, la concorde, il en adviendra ultérieurement de grands maux.

Com. I. — *Pi* est « concorde, secours; le petit suivant le grand avec soumission. » Si le puissant étant à sa place, la concorde n'en résulte pas, la loi morale dépérira.

Symbolisme. — C'est l'eau par-dessus la terre figurant la concorde. C'est l'eau qui pénètre la terre et s'y unit sans laisser aucun intervalle. Animés de cet esprit, les anciens rois consolidaient leurs états et s'attachaient les princes.

Texte II. — 1. À l'homme sincère on s'unit aisément. L'homme droit et ami de la concorde doit être plein de cet esprit comme un vase de terre rempli (de vin ou de fruits). Il lui en viendra toujours de nouveaux avantages.

2. Si l'amour de la concorde provient du cœur, elle s'établira heureusement. — Com. II. Elle ne faillira pas de soi-même.

3. S'unir à quelqu'un qui ne le mérite pas est une source de maux. — Il en résultera du dommage. Com. II.

4. Être uni à celui qui nous est supérieur est chose heureuse. Com. S'unir aux sages; suivre les grands est bien.

5. (Modèle d'une union parfaite). Le roi chasse en trois saisons; chaque fois il permet que le gibier en vue lui échappe [1] et le peuple ne l'avertit pas (de sa fuite du parc) parce qu'il sait que le roi le fait exprès par bonté. — Cela prouve que le roi a instruit et formé ce peuple parfaitement. Com. II.

[1] Le gibier étant concentré en un parc fermé, on ouvre un côté pour qu'un certain nombre d'animaux puissent échapper aux flèches; le peuple, sachant cela, les laisse fuir.

6. S'unir à ceux qui ne reconnaissent pas leur chef, ne lui sont pas soumis (ou s'unir sans reconnaître un chef), est chose mauvaise. — Il ne peut en naître rien de bon. Com. II.

Note. — Cette section est toute consacrée à des maximes relatives à la concorde, comme Legge le reconnait sans hésiter.

Koua IX.

☴☰ 小畜 *Siao tchu :* petit entretien; éducation, correction; arrêt.

Texte I. — L'entretien, l'éducation est comme un gros nuage venant sans pluie des contrées occidentales et contribuant au développement des êtres.

Com. I. — Le peuple est entretenu quand la bonté occupe le pouvoir et que grands et petits s'y accommodent entre eux. Avec bonté ferme chez les uns et soumission chez les autres, la puissance atteint son but, les desseins utiles s'exécutent. La figure du premier texte représente la prospérité, comme le nuage avançant, mais non encore répandu largement.

Texte II [1]. — 1. Restaurer sa nature [2] est la loi de la raison; elle est sans erreur, c'est une source de bonheur. (App.)

2. Exhorter, amener à cette correction est une œuvre excellente; cela est le juste milieu qui ne peut faillir de soi-même.

3. Comme un char dont les roues sont détachées (ne peut marcher), ainsi le mari et l'épouse qui, détournant leurs regards l'un de l'autre ne vivent pas en concorde, ne pourront affermir leur maison. (3e sens.) Cp. Com. II.

4. Chez l'homme sincère le sang jaillit (les bons sentiments se font jour). Le respect se manifeste. Les supérieurs s'unissent à lui de sentiments. (App.)

[1] Ici *tchu* est pris dans le sens d'éducation, correction.

[2] La nature est originairement bonne; les désirs auxquels on cède la pervertissent. Il faut se corriger et revenir à l'état originaire. Voir p. 30 c. fin.

5. L'homme droit et sincère s'attache les autres et communique ses biens à ses voisins. — Com. II. Il n'est pas riche pour lui seul.

6. Comme après une pluie tout est remis en bon état, ainsi la vertu encouragée se parfait. Une femme, même accomplie, peut être surexcitée et difficile, comme la lune sur le point d'être pleine. Le sage doit corriger les défauts et les fautes, quand il y a quelque vice. (Effets du *Tchu.*) Com. II. (App.)

Symbolisme. — Le vent soufflant au-dessus du ciel. Ainsi le grand et sage élève et fait briller la vertu.

Note. — Cette section, comprise ainsi et selon les commentaires, a pour objet unique la correction des fautes, la restauration de la nature. La femme la meilleure a des défauts qui demandent correction.

Koua X.

☱ 履 *Li :* Marcher sur, se conduire, agir, suivre un chemin.

Texte I. — L'homme qui sait marcher sur la queue d'un tigre sans le faire crier [1], réussira. (Comp. la fig. 19, p. 4, l. *pa hū seū.*)

Com. I. Symbolisme. — Ciel au-dessus d'une eau stagnante. C'est la faiblesse, la douceur soumise marchant sur la force; la joie répondant à la force. C'est le fort juste et modéré occupant la dignité souveraine; exempt de faute, il est glorieux et brillant. Le grand et sage distingue le haut et le bas et donne satisfaction assurée aux désirs du peuple.

Texte II. — 1. Quand on se conduit avec droiture, on va sans commettre de faute. — Une conduite droite et pure est seule approuvable. Com.

2. Quand on suit la voie de la morale, on marche sur un terrain égal et facile; l'homme paisible et retiré s'affermit heureusement. — Gardant le milieu, il ne tombe pas dans le désordre. Com. II.

[1] Figure d'une habileté, d'une adresse extrême. Exemple de l'emploi du mot *li.*

3. L'homme privé d'un œil peut encore voir; boiteux, il peut encore marcher, quoique mal [1]. Si dans cet état d'imperfection corporelle on marche sur la queue d'un tigre [2] (on fait un faux pas), on sera mordu, il en arrivera malheur. L'homme de guerre même peut faire un grand prince, s'il suit la bonne voie. — Il réussira si sa volonté est énergique. Com. II. (App.)

4. Si même on est exposé à marcher sur la queue d'un tigre [2] (à de grandes difficultés) et que l'on agisse avec une crainte prudente, l'issue finale de l'entreprise sera heureuse. — On atteindra le but. Com. II. (App.)

5. Si l'on marche avec fermeté, le progrès sera fort et solide (sera poussé en avant). — Si la position est gardée convenablement. Com. II.

6. Si l'on a les yeux ouverts sur sa propre conduite et que l'on fasse attention aux pronostics, tout l'ensemble des actes sera spécialement heureux. — Quant aux chefs, il y aura lieu de les louer hautement. Com. II.

Note. — Tout ceci se compose de maximes relatives aux règles de conduite. — Aux paragraphes 1, 2, 3, 4, 5 et 6 il y a aussi des cas d'application des divers sens de *li.*

Koua XI.

☷☰ 泰 *T'ai :* union, pénétration; libéralité, générosité.

Texte I. — Le petit va au grand; le grand va au petit; de là heureux développement des choses. (La matière va à la force; la terre au ciel; les petits vont vers les grands.) (App.) Cp. 30, I, 7, ss.

Com. I. — 1. Quand cette pénétration réciproque s'opère, le ciel et la terre s'harmonisent et tous les êtres se produisent. Le haut et le bas s'harmonisent et leurs intentions et fins sont identiques.

[1] On ne peut marcher avec lui. Com. II.

[2] Expression consacrée, signifiant rencontrer de grandes difficultés, se trouver dans une situation délicate, pleine de périls.

2. Le trigramme inférieur représente le principe actif et le trigramme supérieur, le principe passif. Le premier figure la puissance constitutive et le grand; le second représente la soumission, la réceptivité, et le petit, l'homme vulgaire.

La voie du grand s'élève; celle du petit est pleine de tristesse et silencieuse.

TEXTE II. — 1. (Image de l'union.) Les plantes dont les racines s'entremêlent ne peuvent être arrachées l'une sans l'autre (ainsi l'union multiplie les forces). (App.)

2. Si l'on supporte la rudesse des autres (pour rester unis) et que, s'étant éloigné [1], on n'oublie pas ceux qui sont restés en arrière, que l'on traite amicalement ses égaux (*pih*); grâce à cette union, on se maintiendra glorieusement dans la voie du milieu. (App.)

3. Sans surface plane, point de déclivité; sans allée, point de retour [2]. Les difficultés dont on se garde [3] n'ont point d'effet funeste et ne donnent point lieu de regretter une conduite droite; la félicité s'ensuivra. — COM. II. La première phrase représente les rapports du ciel et de la terre.

4. Celui qui est flottant et peu ferme dans sa droiture ne gagnera pas ses voisins par ses richesses et ne deviendra pas digne de confiance, par cela seul qu'il aura été averti (union empêchée par des défauts). (App.)

5. Ti-Y, mariant sa jeune sœur [4], assura la prospérité, un succès supérieur (l'union des époux). — COM. II. Il assure la réalisation de ses désirs, en restant juste.

6. Les murs d'une ville tomberont dans la boue, si elle n'a pas un chef (qui maintienne l'union); elle se fait alors elle-même son sort et n'aura que la honte à attendre. — COM. II. Ainsi l'ordre qui doit y régner, se trouble.

[1] Litt. ayant passé le fleuve, *hō*.

[2] Expression de rapports réciproques, d'alliance, union nécessaise.

[3] COM. 守 = 貞. Ou : dans lesquels on reste droit et juste, pur.

[4] Ti-Y est donné comme l'avant-dernier souverain des Shang-Yin (1191). Il prescrivit que les princesses impériales (mariées à des grands de rang moindre) perdraient leur qualité princière. Il assura ainsi leur soumission à leurs époux et la bonne harmonie du ménage. (Voy. T'ong tao tang Yih-king, f° 37.)

Symbolisme. — *T'ai* exprime les rapports, la perméation réciproque du ciel et de la terre. Le prince, par sa puissance, complète les actes réguliers du ciel et de la terre ; aidant, assistant leurs convenances, il soutient en même temps le peuple.

Note. — Cette section développe par des exemples l'idée de perméation, rapports, assistance mutuelle, union.

Koua XII.

☷☰ 否 *P'i* : 1. Opposition, fermé ; 2. Nuisance, méchanceté ; 3. Blâmer ; 4. Exclamation ayant un sens négatif.

Texte I. — Le méchant ne réussit pas, le sage prospère ; le grand va, le petit vient à lui. (Exemples d'opposition.)

Com. I. — *P'i* désigne le méchant. Quand *p'i* domine, le ciel et la terre sont sans rapport, les êtres ne se produisent pas. Quand le haut et le bas sont désunis, l'empire est sans gouvernement digne de ce nom. (Id.)

Symbolisme. — L'obstacle aux relations du ciel et de la terre forme *p'i*. En ce cas, le sage restreint son action et évite les difficultés. Les sages ne tirent pas d'honneur de leurs émoluments ; ils retiennent leurs vertus en leur cœur.

Texte II. — 1. Les plantes dont les racines sont entremêlées (résistent et) ne peuvent être arrachées l'une sans l'autre [1]. (Voir koua XI, texte II, 1.) — Com. II. Ceci concerne les princes. (App.)

2. Si par la patience et la constance l'homme vulgaire même réussit, l'homme supérieur ne le pourrait-il pas ? (*p'i*, 4e sens). — Il ne troublera pas le peuple. Com. II. (App.)

3. La patience fait avancer. — Mais il ne convient pas que l'on avance en dignité, uniquement parce qu'on supporte patiemment les oppositions et méchancetés. Com. II.

[1] Il s'agit de la résistance qu'opposent des racines entremêlées.

4. Quand on a pour soi le décret du ciel, on réussira certainement; les champs mis en ordre prospéreront (malgré les oppositions, etc.). Les désirs s'accompliront. Com. II.

Ces deux paragraphes 3 et 4 sont la suite de 2 et n'ont été séparés que pour avoir le nombre 6.

5. *Heū-p'ì*[1]. Faisant cesser les oppositions méchantes, l'homme supérieur prospérera, ses amis seront comme entourés de branches luxuriantes de laurier. Le bonheur de l'homme supérieur est dans une fonction exercée avec justice et convenance. (App.)

6. *Kīng-p'ì*[2]. Détruire, renverser les obstacles et nuisances. On fait succéder ainsi la joie, la satisfaction. Avant peine, après plaisir (dicton populaire). Si les obstacles cessent, étant abattus comment pourraient-ils durer? Com. II.

Note. — Nous avons ici un exemple d'obstacle, § 1; le moyen de les vaincre §§ 2, 3, 4, et trois expressions dans lesquelles entre le mot *p'ì*, 2, 5, 6.

Symbolisme. — La position des trigrammes figure la voie du petit s'élevant; celle du grand s'abaissant.

Koua XIII.

☰☲ 同 *T'ōng :* union, harmonie.

Texte I. — Si les hommes vivent en concorde dans un pays, il prospérera; on y traversera les grandes difficultés. Le sage atteindra aisément sa perfection. (App.)

Com. I. — Nous voyons ici l'effet de l'action du ciel. La force mêlée d'habileté et de perspicacité, observant la justice. Ainsi l'homme supérieur est bon et juste, et pénètre la pensée de tout ce qui est sous le ciel. Ainsi règne l'union.

[1] Aussi : « encourir la honte » de la méchanceté qui veut nuire et n'y parvient pas.

[2] Voir p. 26, l. 6.

TEXTE II. — 1. Unis, à la maison, les hommes ne commettent pas de faute. S'ils en sortent même (restant tels) [1], ils n'encourront pas de blâme. COM. II. (Effets de l'union domestique.)

2. L'union d'hommes par cabale est chose très funeste et dont on aura à se repentir. — COM. II. C'est la voie du regret.

3. (Moyen de garder l'union.) Cacher ses armes tout en restant vigilant (sur son élévation) et ne point les relever de longtemps (lit. trois ans). — Agir toujours pacifiquement. COM. II. (App.)

4. Bien que monté dans une forteresse, le bon prince ne cherche pas à dominer par la force (la violence et les attaques); son gouvernement sera heureux. — COM. II. Dans les difficultés mêmes il retourne à la justice. Il se retire en sa forteresse quand le droit ne règne pas. (App.)

5. L'union fait succéder la joie aux pleurs. Par elle l'armée du prince a triomphé (elle rentre triomphante), on va à sa rencontre, les peuples se soumettent. L'homme de concorde met au-dessus de tout la modération et la justice. — Ses adversaires mêmes reviennent à lui en esprit de paix. COM. II.

6. L'union s'étendant dans les parties même les plus éloignées du pays dissipera toute peine, toute cause de regret.

SYMBOLISME. — La bonté, obtenant les dignités, gardant le milieu et s'accordant avec le ciel, forme le *T'ong Jin*. Le feu sous le ciel forme l'hexagramme. Par leur vertu, le sage connaît la nature des choses et en saisit le tout harmonique (*Shan y erh tchi t'ong*). Le feu éclaire le ciel, le fait connaître.

Note. — Legge reconnait encore que l'union, la concorde et les moyens de l'obtenir, bonté, justice, etc., §§ 4, 5, sont le sujet de cette section et qu'elle forme opposition à la précédente. Mais cette opposition est dans les idées et non dans les figures hexagrammiques. On voit une fois de plus qu'il ne s'agit ni de pronostics, ni de caractères à interpréter.

[1] Cela indique la conduite au dedans et au dehors.

Koua XIV.

☲☰ 大 *Tá :* grand, grandeur, grandir, développement.

Texte I. — Grandeur, commencement développé.

Com. I. — La vraie grandeur c'est la bonté possédant les honneurs; le grand gardant le milieu, et petits et grands restant en harmonie. Force et fermeté avec habileté et intelligence forment sa vertu. Il est d'accord avec le ciel, agit à son temps et prospère grandement. (App.)

Texte II. — 1. L'homme vraiment grand n'a pas de rapport avec les méchants, et, bien qu'il rencontre des difficultés, il ne commettra pas de faute.

2. (Grandeur matérielle, ses avantages.) Ce qu'on transporte dans un grand (*tá*) chariot, quelque part qu'on aille, arrivera sûrement. Com. II. Ce qu'on y entasse ne subira pas de dommage.

3. La grandeur est le partage des seuls Kongs. Eux seuls peuvent faire des dons convenables au Fils du ciel. Un homme inférieur [1] ne le peut pas. L'homme vulgaire blesserait (le Fils du ciel s'il s'avisait de lui faire un don).

4. L'homme grand ne commet pas de faute concernant ce qui ne lui appartient pas, — n'est pas son droit. Com. — Il le distingue clairement. Com. II.

5. Le grand apporte toute sincérité dans ses rapports; majestueux et grave, il est heureux. Il exprime sincèrement ses pensées. Com. II. Il est cru en ce qu'il dit; même quand il change d'avis on a confiance en sa sagesse.

6. Il reçoit le secours du ciel. Tout tourne à son avantage.

Symbolisme. — Le koua représente le feu au-dessus du ciel. Ainsi l'homme supérieur réprime le mal, répand le bien et se conforme en tout au décret du ciel.

Note. — Cette section indique les qualités et avantages de ce qui est grand au moral, §§ 1, 3, 4, 5, et au physique, § 2. Ce dernier peut encore n'être qu'une comparaison.

[1] *Siao* « petit » opposé à *tá* « grand. »

Koua XV.

☷☶ 謙 *K'ïen :* respect, condescendance, bienveillance, modestie.

Texte I. — Si cette vertu grandit en lui, le sage aura un heureux sort.

Com. I. — La règle du ciel est de répandre en bas ses bienfaits et de faire briller la lumière; celle de la terre est de porter son activité de bas en haut. La voie du ciel est de dépouiller l'arrogant et de combler l'humble de biens. Celle de la terre est de renverser la fortune du superbe et de faire surabonder l'humble. Les Esprits abattent l'orgueilleux et favorisent l'humble. La voie de l'homme est de haïr le superbe et d'aimer l'humble. La modestie honorée brille; abaissée, elle ne prévarique point. C'est la fin suprême du sage.

Symbolisme. — L'hexagramme représente la terre ayant sous elle une montagne. Ainsi l'homme supérieur diminue l'abondant et augmente ce qui est en indigence et, arrangeant proportionnellement toutes choses, il établit la paix et répand ses faveurs.

Texte II. — 1. Là où l'on respecte le sage on sortira heureusement des difficultés. — On doit se maintenir par l'abaissement de soi-même. Com. II.

2. Le respect qui se manifeste au dehors est du plus heureux effet, (quand il est établi au milieu du cœur. Com. II.) (App.)

3. Le sage diligent et respectueux sera heureux jusqu'à la fin. — Tous se soumettront à lui. Com. II.

4. Il est toujours avantageux d'agrandir son respect, sa modestie, et de ne point passer la mesure de la modération.

5. Même sans richesse on sera aimé et aidé de ses concitoyens, si l'on est respectueux et bienveillant. Mais à l'égard des insoumis (Voy. Com.) il est bon d'user de la contrainte et des armes même. (App.)

6. Si la bonté n'est pas comprise, on doit alors mettre ses troupes en mouvement et châtier les villes et les états [1]. — Si la bonté ne réussit pas. Com. II. (App.)

[1] C'est une suite du § 5, séparée pour avoir les six paragraphes obligés.

Note. — Le respect, la déférence pour tout le monde, la modestie, sont des vertus fondamentales chez les moralistes chinois. Cette section en expose les lois, la mesure et les avantages, comme les cas où il faut agir durement.

Koua XVI.

☷☳ 豫 *Yü :* 1. Dignité, majesté; 2. Aise, satisfaction, jouissance.

Texte I. — La dignité fera établir avantageusement les chefs féodaux et conduire les armées. (Un prince plein de dignité y réussira.)

Com. I. — La puissance forte, qui fait triompher convenablement ses volontés et agit avec condescendance, a la vraie majesté. Sa condescendance est semblable à celle du ciel et de la terre; elle agit comme eux. Comment ne pourrait-elle pas établir solidement ses vassaux et guider ses troupes? Le ciel et la terre agissent avec condescendance. Aussi le soleil et la lune ne s'arrêtent point et les quatre saisons ne sont point troublées dans leurs cours. L'homme grand et sage agit de même; aussi ses lois et châtiments sont justes et le peuple se soumet. C'est une chose bien grande que la dignité noble!

Texte II. — 1. Une dignité qui se manifeste bruyamment (ou bien : une jouissance bruyante, 2ᵉ sens) est chose funeste. — La volonté s'épuise. Com. II. (App.)

2. La puissance qui s'appuie sur le roc aura bientôt d'heureux succès. (ppA.)

3. Si quelqu'un porte des yeux cupides sur les jouissances et s'y attarde, il aura à s'en repentir. (App.)

4. Par la dignité on acquiert la grandeur, de grands biens, qu'on n'en doute pas. Les amis viendront nombreux et pressés. — Les désirs s'accompliront complètement. Com. II.

5. Le plaisir est une maladie chronique qui se perpétue et grandit bien qu'on n'en meure pas. (App.)

6. Si celui qui est livré aux jouissances se corrige complètement, il évitera les maux qui en sont la suite. — S'il continue, cela ne pourra durer. Com. II. (App.)

Symbolisme. — Le koua est formé par le tonnerre sortant de la terre avec fracas. Les anciens faisaient leur musique en conséquence et honoraient la vertu. Offrant leurs adorations suprêmes à Shang-ti, ils faisaient des libations à leurs ancêtres.

Koua XVII.

䷐ 隨 *Sŭi :* 1. Respect, soumission, conformité à ce qui doit être; 2. Complaisance; 3. Fidélité au devoir; 4. Conséquemment, en ce cas.

Texte I. — Cette vertu fait parcourir heureusement les quatre stades de l'existence (voir koua 1) sans défaillance ni erreur.

Le fort cédant au faible, l'action dans la satisfaction constituent *sŭi.*

Com. I. — Le succès en est grand; le monde a, par elle, tout en son temps. L'importance d'agir conformément aux besoins des divers temps [1] est des plus grandes.

Symbolisme. — Cet hexagramme est formé du tonnerre sous une eau stagnante. Le sage à l'approche des ténèbres (de la nuit ou de l'orage) rentre chez lui tranquillement et se tient en repos [2].

Texte II. — 1. Le magistrat, s'il s'est commis des fautes et qu'il les corrige, sera heureux. Dans ses rapports avec les hommes, au dehors, il acquerra des mérites par sa belle conduite.

2. S'il fréquente les jeunes gens et laisse de côté les gens âgés (et sages), il n'est pas digne qu'on ait des rapports avec lui. (App.)

[1] C'est là l'expression de cette vertu de conformité que désigne le mot *sŭi.*

[2] Comparez *Sia-hio*, p. 139.

3. S'il fait le contraire, *en ce cas* (4[e] sens, *sūi*), il arrivera au bien, à la position désirée; il restera ferme et droit, sa pensée abandonnera toute bassesse.

4. Ce qu'on obtient par complaisance (blâmable) [1] est d'un profit funeste; quand on est sincèrement droit et qu'on reste dans la voie de la vérité, on acquiert de grands mérites. — Com. II. Quel regret pourrait-on craindre?

5. La conduite droite, se tenant toujours à ce qui est bon, donnera le succès. Com. II. Il en sera ainsi de l'homme en fonction gardant toujours le milieu.

6. Quand le lien de l'attachement et de la soumission (chez les sujets) est fort, le roi peut offrir des sacrifices sur les montagnes de l'ouest. Il peut communiquer avec les Esprits; l'union entre les hommes et les Esprits est alors parfaite [2]. — Les sacrifices sont exaucés. Com. (App.)

Koua XVIII.

☶☴ 蠱 *Kù :* délibération, embarras, trouble, soucis.

Texte I. — La délibération, chose éminemment utile, fera triompher des difficultés. On doit délibérer trois jours avant d'agir; puis trois jours après (sur les conséquences). (App.)

Com. I. — Si l'on délibère sagement, le monde sera bien gouverné. Quand on va à une affaire on doit délibérer trois jours avant et trois jours après.

Symbolisme. — C'est le vent sous la montagne. Le fort au-dessus, le petit au-dessous; soumission chez l'un, droiture ferme chez l'autre; c'est ce que représente le koua *kú*. Ainsi le grand doit encourager le peuple et développer les vertus.

[1] Et non par ses mérites.

[2] Cet accord était aux yeux des anciens Chinois la perfection de l'état social. Cp. *Siao-hio*, p. 40.

Texte II. — 1. Le fils qui prend en considération les soucis (*ku*) de son père et y pense, ne commettra point de faute. — Les difficultés auront pour lui une solution heureuse, s'il considère tout avec soin. Com. II.

2. Celui qui considère les soucis de sa mère (gardera le juste milieu. Com. II [1]. App.)

3. Il n'aura jamais grande faute à regretter, ni grand reproche à subir, (et cela jusqu'à la fin. Com. II.)

4. S'il a une indulgence funeste (pour les défauts de son père) et craint de le troubler (par des remontrances respectueuses) [2], il en aura du regret. (App.)

5. Le fils qui fait état des soucis de son père méritera des louanges (1) (par ses vertus. Com. II).

6. Quand on ne veut pas servir le souverain ni les princes, c'est que l'on a trop de souci de ses propres affaires et qu'on ne veut s'occuper que d'elles. Les visées doivent être modérées. (App.)

Note. — Tout ceci se rapporte aux soucis, préoccupations, fonctions : ***Ku.***

Koua XIX.

䷒ 臨 *Lin :* autorité, surintendance, fonction.

Texte I. — L'exercice de l'autorité ne sera pas huit mois sans désagrément.

Com. I. — L'autorité ferme grandit peu à peu. Bonne et complaisante, elle gardera le milieu et observera ses devoirs. Par la ferme droiture on obtiendra grand succès; c'est la voie du ciel. Au bout de huit mois, il pourra survenir quelque mal; mais il ne durera pas (si l'on est sage).

[1] Le texte dit le contraire, mais il doit être altéré; une négation en est tombée, comme le prouvent les commentaires. Le § 3 doit être joint à § 2, et § 5 à 1.

[2] Le fils qui voit son père commettre des fautes, est tenu de l'avertir avec respect et d'insister sur ses remontrances. Cp. ma *Siao-hio*, p. 109.

Symbolisme. — La terre au-dessus des eaux stagnantes. Le sage instruit sans se relâcher; il forme et protége le peuple sans y mettre de bornes.

Texte II. — 1. L'autorité procédant avec sentiments de concorde est une cause de succès certain. — Elle atteindra son but sûrement. Com. II.

2. Si elle agit ainsi, les avantages en résulteront certainement [1].

3. Se plaire [2] au pouvoir pour lui-même est sans autre avantage et agrément. Si on rejette ce vain sentiment, on exercera l'autorité heureusement.

4. La suprême autorité doit être sans défaillance, — exercée convenablement. Com. II.

5. Savoir bien exercer l'autorité est nécessaire au grand prince et chose très heureuse. — Le prince doit suivre la voie du milieu. Com. II.

6. L'autorité généreuse et sincère est une source de bonheur sans ombre (sans cause de regret). Ces dispositions doivent se maintenir dans le cœur. Com. II.

Note. — Tout ceci indique les conditions de l'exercice heureux de l'autorité et de ses succès, les qualités du prince, etc.

' Le § 2 n'est qu'une répétition du § 1, pour parfaire le nombre 6 des membres du commentaire.

Koua XX.

䷓ 觀 *Kwēn :* 1. Regarder, contempler, regard; 2. Apparence extérieure, maintien; 3. Gravité, dignité.

Texte I. — Maintien, gravité comme celle de quelqu'un qui est purifié et prêt à offrir le sacrifice et ne fait point l'offrande [3]; il est plein de droiture, de dignité sévère.

[1] Répétition de 1 pour faire le nombre.

[2] Le commentaire explique ce mot par 說 .

[3] Ne se remue point. Com. Sacrifier en présentant liqueurs et aliments.

COM. I. — Id. Ses inférieurs le contemplent et se modèlent sur lui. Contemplant la voie spirituelle du ciel et les saisons (se succédant) sans changement, le Saint s'y conforme et établit en conséquence son enseignement.

TEXTE II. — (Emploi des divers sens de *kwēn*) : 1. Un jeune garçon regardant; maintien du jeune garçon; non blâmé chez un homme vulgaire; digne de blâme chez un *Kiun-tze* (homme élevé et sage). — C'est la manière de l'homme vulgaire. COM. II. (App.)

2. Regarder, épier d'une porte entr'ouverte; ce qui est bon pour une femme. Mais cela peut attirer la honte [1]. COM. II. Regarder une femme, d'une porte ouverte. (App.)

3. Regarder sa propre vie (pour diriger) ses actes (ses allées et venues), — afin de ne pas perdre la voie droite. COM. II.

4. Venir contempler la majesté de l'empire [2]; être un heureux hôte du Souverain. — (Se dit d') un hôte illustre. COM. II.

5. Contempler sa propre vie [3]. Le *Kiun-tze* est par là sans reproche. — Regarder le peuple. COM. II.

6. Contempler sa vie; le *Kiun-tze* est par là sans reproche.

SYMBOLISME. — Vent passant, soufflant sur la terre. Les anciens rois observaient (les caractères) des lieux et du peuple pour établir leur enseignement.

Le grand observateur (figuré par le trigramme du vent) se tient en haut lieu; l'homme bienveillant et conciliant (représenté par le trigramme de la terre) se tient au milieu pour inspecter, contempler le monde. (COM. I, *initio.*)

[1] Il peut s'agir ici d'une femme qui surveille son époux ou regarde par curiosité. Je pense toutefois, en comparant le COM. II, qu'il faut retrancher *li* du texte et lire : regarder une femme d'une porte entr'ouverte. COM. C'est honteux chez un mari.

[2] Expression consacrée pour dire : faire visite au souverain, en parlant d'un chef féodal.

[3] Les §§ 3, 5, 6 sont à peu près identiques; au § 6 le pronom *khī* remplace *ngo*. Le transformateur du texte a dû multiplier les paragraphes pour en avoir six. Il faut effacer §§ 5 et 6.

Koua XXI.

䷔ 噬嗑 *Shih hok :* 1. Bavardage mordant, méchant; 2. *Hok :* mordre, mâcher.

Texte I. — Si ce parler méchant se développe, il produira querelles et procès.

Com. I. — *Shih* « mordre » veut dire qu'on a quelque chose entre les dents.

Symbolisme. — Tonnerre et éclair forment le koua. Les anciens rois, en montrant les châtiments, établissaient fermement les lois. Le fort et le faible ayant leurs places distinctes et agissant avec intelligence, c'est le tonnerre et l'éclair unis et brillant ensemble. Le faible est en dessous et agit vers le haut [1].

Texte II. — 1. Si (le bavard méchant) a les pieds pris dans les bois et les oreilles coupées, cela évitera les maux. — S'il ne peut marcher, *puh hing*. Com. I. (App.)

2. Si on lui mord les chairs et coupe le nez, c'est bien. — On doit user de violence. Com. II. (App.)

3. Mordre de la viande sèche et dure et rencontrer des malveillants, c'est peu de chose si l'on ne fait rien de blâmable. (I. e. avoir des difficultés et des peines, être décrié est un moindre mal que de faire des choses blâmables.)

4. Celui qui ronge les os pour manger la viande séchée (*labor improbus*) acquerra les flèches d'or (aura le prix, le bonheur). Ses difficultés lui seront avantageuses, il grandira et s'affermira heureusement. (App.)

5. Il acquerra de l'or pur; bien que son avancement se fasse au milieu des périls, il ne faillira pas. Il obtiendra une récompense convenable (suite du § 4 séparée pour faire nombre).

[1] Suit ce pronostic, véritable hors-d'œuvre : « Quoique ce ne soit pas la place, on peut avantageusement entamer un procès. » Cp. Texte I. L'interpolateur prend *li* dans un autre sens que celui du texte.

6. Les pieds aux fers et les oreilles coupées, châtiment terrible n'est-ce pas? Mais (le méchant calomniateur) entend (ces menaces) et ne comprend pas. Com. II. (Suite du § 1 séparée pour avoir six paragraphes. (App.)

Note. — Les §§ 1, 2, 6 stigmatisent le calomniateur, le méchant. Les §§ 3, 4, 5 contiennent des sentences qui se rattachent à la section par le mot « mordre ».

Koua XXII.

☶ 賁 *Pi* : 1. Éclat, rayon; orner; 2. Exercer, rendre fort. (App.)

Texte I. — L'éclat, même développé, s'affermit peu généralement, quoi qu'on fasse. (La gloire, la fortune, ne sont pas durables.)

Com. I. — L'art et l'intelligence forment la beauté, l'éclat de l'homme. C'est d'après l'ordre du ciel que nous envisageons les changements des saisons. C'est d'après le beau humain que nous formons et perfectionnons le monde.

Texte II. — 1. On fortifie ses pieds, on les orne en quittant son char et allant à pied (par vertu). Com. *Kang teh.* (App.)

2. (Autre exemple du mot.) Orner, arranger sa barbe, la mettre en ordre, la rendre belle et luisante. Image du bel arrangement, de la vertu. (App.)

3. Ce qui est bien en ordre (*pi*) et bien disposé intérieurement aura un développement constamment heureux, ne subira aucun tort (*pi*). (App.)

4. Belle, simple comme un griffon blanc, la jeune fille n'épousera pas un ravisseur, un brigand [1], (mais restera sans tache. Com. II).

5. L'éclat (*pi*) qui orne le haut des montagnes et des collines est d'abord mince comme un rouleau de soie jaune (à l'aurore), mais il finit par répandre la lumière et la joie. (Peinture de l'aurore, d'un bonheur naissant.)

6. Le rayon (*pi*) blanc est complet et parfait (n'excède en rien). Il retourne à la racine de la lumière et est sans couleur spéciale (Com.); c'est

le terme suprême. Com. II. (C'est la lumière fondamentale essentielle; sans teinte ni nuance spéciale.)

Note. — Cette section présente divers cas d'emploi du mot *pi* et de ses différentes significations.

Symbolisme — Le feu sous une montagne forme le koua. Le sage fait briller tous les principes, mais ne croit pas pouvoir trancher toutes les discussions.

Koua XXIII.

☶☷ 剝 *Poh :* opprimer, renverser, traiter durement.

Texte I. — Traiter durement ne réussit en rien.

Symbolisme. — Montagne (pesant) sur la terre figure l'oppression. C'est aussi le grand affermissant le petit pour donner sécurité à son propre domaine. (Quand les sujets sont en sécurité, ils travaillent, restent en paix et font prospérer le domaine.)

Com. I. — *Poh,* renverser, abattre. Le petit [1] (parfois) renverse le fort; l'homme vulgaire grandit. On cède devant lui, mais on cherche à l'arrêter.

Considérant la forme du koua, le sage fait une attention particulière aux successions d'accroissement et de décroissance des êtres, de plénitude et de dépouillement (vide), — semblables aux mouvements du ciel (tels que l'hiver succédant à l'été, la nuit au jour, etc.).

Texte II. — 1. *Poh,* « renverser, faire crouler » son lit en en brisant un pied et le détachant ainsi, (suites funestes). C'est le grand, le prince qui se nuit à lui même en appauvrissant, affaiblissant son peuple (Com.). (Cette phrase et les suivantes forment des expressions figurées et consacrées à ces allégories, figurant les ruines matérielles et morales. App.)

[1] Figuré par la montagne qui pèse sur la grande terre.

2. Id., renverser son lit en en brisant la forme; ruine, issue destructive. C'est celui qui se perd lui-même en perdant ses auxiliaires; un roi, ses ministres; un grand, ses employés et amis. (Dicton.) — Il n'aura pas de compagnons. Com. II. (App.) C'est la ruine s'étendant, gagnant le haut.

3. Renverser, faire crouler quelque chose sans suite regrettable. C'est quand on le fait légitimement et pour bonnes raisons [1]. C'est que cela atteint également grands et petits (ou abandonne). Com. II.

4. Renverser son lit en s'écorchant, en se nuisant à soi-même, destruction certaine, calamité proche. Com. II. Suite de la gradation, en renversant on se blesse. (App.)

5. Le prince généreux envers les gens du palais (litt. qui enfile des poissons pour en faire présent) en retirera des avantages certains. (Maxime opposée à la précédente 3°. (App.)

Peut-être devrait-on admettre déjà ici l'élément figuratif et symbolique, et voir dans l'hexagramme la figure du prince (ligne pleine supérieure) au-dessus de ses officiers rangés comme des poissons séchés ䷖ et traduire : avoir des officiers comme des poissons enfilés. Alors il s'agirait de *p'o*, gens du palais.

6. Fruit tout formé qu'on ne mange pas (bien acquis qui se détruit). Le sage, l'homme supérieur, conquiert la terre (ou acquiert un char, le peuple qui le porte sur ses bras); l'homme bas et vulgaire fait crouler (*poh*) jusqu'à sa demeure (le fruit formé qu'il ne peut manger). (App.) (Phrase proverbiale dans laquelle entre le mot *poh*, renverser, et insérée ici pour cette cause, comme les précédentes 1, 2, 3, 4.) — Il ne pourra plus en user. Com. II.

Koua XXIV.

䷗ 復 *Fû* : réparation, correction, amendement, retour à l'état originaire.

Texte I. — Si dans ses rapports, ses actes, on n'offense pas, les amis viendront et l'on ne faillira pas. Si l'on *corrige* sa conduite dans ses actes journaliers, pendant sept jours, on réussira dans tout ce qu'on entreprendra.

[1] Quand, par exemple, on renverse les cabales.

COM. I. — *Se corriger* est chose heureuse quand on s'amende fermement. Il en arrivera comme il est dit au texte, si l'on agit avec condescendance et soumission aux règles. Se corriger, comme il est dit, est la manière d'agir du ciel. On réussira; la force, la fermeté grandira. En cela ne voyons-nous pas le cœur du ciel et de la terre?

TEXTE II. — 1. Celui qui s'amende promptement, qui se repent sans résistance sera spécialement heureux. (Ou : le prompt amendement, le repentir sans résistance est suprêmement heureux.) — S'il s'amende et se réforme. COM. II. (App.)

2. Renoncer au mal et se corriger est chose excellente. — Ainsi l'on cède à la vertu. COM. II. (App.)

3. L'amendement fort et persistant, même au milieu des difficultés, évitera tout mal. — En suivant le droit. COM. II.

4. Celui qui suit le chemin du juste milieu est le seul qui sache *restaurer* sa nature. — Il suit la droite raison. COM. II.

5. *L'amendement* généreux est sans regret; — il se règle selon le juste milieu. COM. II.

6. L'illusion, l'erreur quant à sa propre *correction* est un grand mal; une cause de désastres. Le chef d'armée, dans ce cas, subira une grande défaite et causera à son roi des maux que dix années ne pourront pas réparer complètement. — C'est contraire aux règles à suivre par le prince. COM. II. (App.)

SYMBOLISME. — La terre au-dessus du tonnerre. Les anciens rois, au jour du solstice [1], fermaient les frontières. Les marchands et les voyageurs ne pouvaient plus passer; les princes ne pouvaient inspecter les régions. C'était une sorte de repos, d'inaction forcée, comme celle du tonnerre enfermé, tenu sous terre dans l'hexagramme. De là cette citation.

[1] D'après Legge. Al. simplement ce jour, le septième, ce qui semble peu probable. La chose est encore incertaine.

Koua XXV.

☰☳ 无妄 *Wu wāng* : sans blâme, irréprochable, honnête.

Texte I. — Conduite irréprochable; absence d'inconduite, de manque de droiture, etc. Si l'on n'est pas droit et juste, il arrivera des malheurs; tout sera sans avantage quoi que l'on fasse.

Texte II. — 1. Quand la conduite est irréprochable, toute démarche est heureuse. (App.)

2. On récolte sans labourer, on moissonne sans avoir semé; tout réussit en tout ce qu'on fait (quand on est intègre). Suite séparée du § 1. (App.)

3. Celui dont la conduite est parfaite peut cependant avoir quelque malheur immérité; c'est comme un bœuf (innocent) attaché; son conducteur le traîne; les gens de l'endroit le maltraitent. (App.)

4. La bonne conduite (seule) peut prospérer sans revers. — Elle aura une prospérité sûre. Com. II.

5. L'honnête homme malade n'a pas besoin de médecine pour être content. (Il l'est par le témoignage de sa conscience.) — Il ne doit pas en essayer. Com. II.

6. Si les actes de l'honnête homme entraînaient des malheurs, il n'y aurait plus d'avantage à rien. — Ses actes entraînent parfois le mal de l'épuisement[1]. Com. II. (App.)

Com. I. — Par la droiture on prospère grandement, c'est l'ordre du ciel. Si l'on n'est pas juste, on sera malheureux, on ne réussira en rien. Quelle est la conséquence de la droiture? Quel acte de l'homme irréprochable le ciel ne secondera-t-il pas par son ordre?

Symbolisme. — Le tonnerre roulant sous le ciel. Toute chose est droite en sa nature. Les anciens rois, conséquemment, dans leurs efforts, se conformaient aux saisons pour entretenir leurs peuples. Com. II. — Le fort du dessus domine tout. (Trigramme du ciel.) Agissant fortement, il établit solidement. Il garde le milieu, il est ce qu'il doit être. Com. I.

[1] Par la fatigue.

Koua XXVI.

䷙ 大畜 *Tá tchu :* 1. Grand entretien; 2. Dompter, conduire.

Texte I. — Grand, bon entretien. Il affermit et perfectionne. Si l'on ne ruine pas sa maison (la dévore), ce sera bien; on traversera heureusement les difficultés. (App.)

Texte II. — 1. Quand il survient quelque danger, il est bon de s'arrêter (se vaincre), de céder aux circonstances et de ne point vouloir l'emporter de force. Com. II. (App.)

2. (Comme, par exemple, quand) un char a perdu le cuir qui le maintient en place (droit). (App.)

3. Celui qui chemine avec des chevaux *bien entretenus,* sortira heureusement des difficultés. S'il s'exerce chaque jour à conduire et combattre, tout réussira pour lui. (Suite de la bonne éducation.) (App.)

4. Le joug, la planchette que porte le jeune bœuf est d'un usage très heureux pour le *dompter* et le former au labourage (second sens). (App.)

5. Lorsqu'un sanglier est châtré, *dompté,* ses défenses sont exemptes de danger (et sont plutôt un instrument utile). — Arracher les dents à un sanglier, c'est priver un méchant des moyens de nuire. (App.)

6. Combien la voie du ciel est étendue! Qu'elle est immense à parcourir! Com. II. — (Allusion à la forme de l'hexagramme qui représente une montagne ☶ ☰ au-dessus du ciel. Se rapporte à l'expression *tchu kih.* Com.)

Com. I. — Le grand entretien, c'est le fort affermissant sa droiture, sa justice, répandant un brillant éclat; renouvelant chaque jour ses vertus. Fort et élevé, il met la sagesse au-dessus de tout; il peut s'établir fermement en une droiture extrême. Il entretient surtout la sagesse; il répond aux ordonnances du ciel.

Symbolisme. — C'est une montagne dans le ciel (le ciel au milieu). Le sage, comprenant toute chose, discute d'abord, puis agit, pour *entretenir* ainsi sa vertu.

Koua XXVII.

☶☳ 頤 ī : 1. Entretenir, soutenir; 2. Menton, côtés de la bouche; 3. Profond.

Texte I. — Entretenir : achève heureusement. (Il faut) examiner soigneusement comment on entretient. On doit chercher soi-même ce qui est bon pour sa bouche.

Com. I. — Entretenir sa rectitude est cause de bonheur. On doit examiner ce que l'on entretient et ce qui doit nous entretenir. Le ciel et la terre entretiennent tout; le Saint entretient la sagesse pour atteindre par eux tous les peuples [1]. Grande est l'opportunité de l'entretien. (App.)

Texte II. — 1. Laissant là votre tortue merveilleuse (l'une des quatre espèces d'êtres surnaturels [2]), vous me regardez remuant le menton (2e sens) (pour manger [3]). — (Expression consacrée, signifiant négliger les biens supérieurs pour s'attacher aux biens matériels.) C'est mal. — La tortue céleste qui indique l'avenir ne se peut manger; aussi on la néglige. (App.)

2. Baisser le menton, c'est renverser les lois morales. Le lever vers les hauteurs, c'est aller au mal, au malheur. (Ces deux expressions désignent ceux qui font les parasites près des petits et près des grands [4].) (App.)

4. Celui qui cherche la nourriture (ī) [5] comme un tigre avançant pas à pas et regardant fixement [6], réussira en ses désirs. (App.)

5. Si l'on viole les règles (allusion, suite à 1), quand même on serait en voie de prospérité, on ne réussira pas définitivement dans les grandes difficultés.

1 Et les rendre également sages.

2 Animaux célestes indiquant par leurs apparitions les volontés du ciel et l'avenir. Les autres sont la licorne, le dragon et le phénix.

3 Figure du désir de manger, des jouissances matérielles. Négligeant (n'entretenant pas *puh* shih. Com.) les êtres célestes, les volontés du ciel. Vous pensez uniquement au plaisir de la table, aux jouissances sensibles; vous cédez aux désirs *tóng yu yuk*.

4 Ou plutôt : ceux qui s'avilissent ou visent trop haut.

5 Pour soi ou pour les autres. Com. II. Ainsi le grand répand l'éclat.

6 Avec prudence, circonspection.

3. Celui qui agit mal dans la recherche de son entretien déchoira certainement. En dix ans il ne fera rien qui lui soit avantageux. (Litt. qu'il ne fasse rien.) — Il rencontrera de grands obstacles. Com. II. (App.)

6. Rechercher les moyens d'entretenir les hommes (Com.) est une excellente chose quoique difficile; elle réussira avantageusement (si l'on s'y applique). On en retirera l'approbation universelle. Com. II. (App.)

Symbolisme. — Une montagne au-dessus du tonnerre (image de celui qui réprime ses désirs, restreint ses tendances). Le sage s'observe ainsi en ses paroles et modère l'usage des aliments.

Koua XXVIII.

☱☴ 大過 *Tá kvoh* : 1. Grand excès, défaut, manquement; 2. Traverser, dépasser.

Texte I. — Grandeur défectueuse. Appui faible qui, en s'affermissant en toute manière, peut devenir utile. (Un défaut peut se réparer.)

Com. I. — Grandeur défectueuse, colonne faible dont le haut et le bas le sont aussi. La force défectueuse au milieu de gens faibles et doux peut, si elle agit en cherchant à satisfaire, s'affermir et prospérer en tout. La grandeur excessive ou défectueuse est une chose funeste.

Texte II. — 1. Ceci est susceptible de deux explications: *a*) « s'appuyer sur des joncs » est un grand défaut; ils plient et ne soutiennent pas. (App.) *b*) Pour placer un objet comme natte à offrande, se servir de mao blanc est fautif [1]. (Le mao blanc représente la pureté, la droiture, *kiet tche*. Com. Ceci d'après le commentaire représente un *excès* de précaution. *Kwéh hu wéi shin* [2] (1er sens).

2. (Autres exemples de choses qui dépassent l'ordinaire.) Un vieux saule, dépérissant, qui produit des bourgeons; un vieillard qui épouse une jeune femme.

1 Au lieu de gratter simplement la terre et l'aplanir. C'est un excès de précaution.
2 Avec mesure et prudence.

3. Une poutre, un pilier trop faible (voir texte 1) sont mauvais (ils ne peuvent supporter) (grand défaut).

4. Une colonne haute et forte est bonne; toute autre est dangereuse (opposition à ce qui précède). (App.)

5. Un vieux saule produisant une fleur, une vieille femme épousant un homme encore jeune, quoique non blâmables, ne peuvent être loués. (Com.), La fleur du vieux saule ne peut durer, l'époux d'une vieille femme peut s'en dégoûter. (Faits qui passent les règles ordinaires.)

6. *Traversant* un fleuve, y entrer jusqu'au sommet de la tête est chose dangereuse, (mais peut n'être point blâmable, si on le fait pour aider quelqu'un, d'après le Com.) (3e sens). (App.) Force défaillante.

Symbolisme. — Marais couvrant des arbres. Le sage, devant un pouvoir vicieux, se tient seul sans crainte et fuit le monde sans regret.

Note. — Nous avons ici une collection d'expressions proverbiales dont plusieurs se rapportent à la forme même du koua. Celui-ci peut, en effet, à à la rigueur, figurer une poutre entamée en haut et en bas, donc très défectueuse.

On voit ici une fois de plus combien ces divisions en six parties sont arbitraires. Le § 3 n'est que la répétition du texte; les §§ 2 et 5 se confondent.

Koua XXIX.

☵☵ 習坎 *K'àn :* danger, précipice, caverne. — *Tsa k'àn :* courir de grands risques; s'exposer au danger pour un autre.

Texte I. — La droiture, le cœur fidèle et attaché, réussit; ses actes ont de l'éclat s'il persévère malgré le danger. (App.)

Com. I. — *Tsa k'àn* est un danger grave. L'eau débordant, mais ne remplissant pas tout (que figure le koua), représente les dangers courus sans qu'on perde sa fidélité constante. Le cœur attaché réussit; quand la force

garde le milieu, tout ce qu'on fait est bon et méritoire. Le ciel a ses dangers qu'on ne peut surmonter. La terre a les siens dans les montagnes, les fleuves et les ravins. Les rois et princes arrangent les choses dangereuses de manière à sauvegarder leurs états. Le moment du danger est bien grave!

SYMBOLISME. — L'eau s'étendant au loin (deux fois « eau ») forme le koua. Le sage, d'une vertu constante, agit vertueusement et s'applique à l'enseignement. Il répand ses biens comme l'eau.

TEXTE II. — 1. Courir des dangers, comme entrer dans une caverne d'un défilé dangereux, est chose redoutable.

2. Dans les écueils périlleux, si on sait modérer ses sentiments, on pourra en sortir heureusement. — COM. II. Si on garde la modération. (App.)

3. Si en tout et partout on ne rencontre que danger, que les périls, les sujets de crainte s'accumulent, alors dans un tel danger il n'y a plus d'expédient qui puisse servir. — Il n'y aura plus de secours possible. (App.)

5. Mais si le danger n'est pas inéluctable, si une caverne où l'on se trouve n'est point pleine d'eau et qu'on puisse encore aplanir le terrain, on en sortira sans faute. — Il n'arrivera pas malheur. (App.)

4. Si l'on offre des sacrifices avec simplicité (sans ostentation), avec un vase de spiritueux et une corbeille de grains, tandis que les assistants n'ont que des vases de terre, si par cette modération on se forme à la vertu, alors qu'on aurait d'abord des difficultés et des écueils, on deviendra irréprochable. (App.) (Moyen d'éviter les dangers).

6. Danger de celui qui, lié, vinculé de triples liens, enfermé dans un cachot, ne peut de longtemps parvenir à se délivrer. Sort funeste! — Tel est celui qui a perdu la voie de la sagesse.

Koua XXX.

☲ 離 *Lî* : éclat, brillant, bel extérieur, succès.

TEXTE I. — Beauté « bel extérieur, » se développe et s'achève comme dans l'élève d'un animal domestique (qui, bien soigné, est gras, beau, luisant).

COM. I. — Le soleil et la lune brillent dans le ciel; les grains, les plantes brillent sur la terre. Un double éclat brille dans tout ce qui est droit et juste et transforme, en le perfectionnant, tout ce qui existe ici-bas.

TEXTE II. — 1. Lorsque la conduite est fautive, mais qu'on cherche avec soin à la rectifier, on évitera tout blâme [1]. — Si l'on cherche à éviter toute faute. COM. II. (App.)

2. Le plus bel éclat est celui du jaune. — C'est la couleur qui tient le milieu entre toutes. COM. II.

3. Lorsque l'éclat du soleil est à son déclin, ce n'est plus la joie qu'il inspire, mais la tristesse. (Litt. on ne fait plus de musique au moyen des instruments de terre, ni en chantant, mais c'est le gémissement d'un vieillard. Le tout indique la déchéance et le chagrin qu'elle cause). (COM.) — L'éclat du soleil ne peut toujours durer. COM. II. (App.)

4. La lumière du feu apparait subitement; elle brûle, donne la mort; on ne peut la supporter (App.)

5. Quand le prince se met en expédition, on verse des larmes et pousse des gémissements. Et cela doit être, car il sort pour aller châtier les rebelles et les méchants [2]; dans ses *brillants* exploits il brise les têtes des chefs et reçoit à merci ceux qui ne se sont point associés à leur révolte. Ainsi il n'encourt aucun blâme. — Ceci illustre la puissance, l'éclat des rois et des princes. (COM.) Ces expéditions ont pour but de rétablir l'ordre et la justice. COM. II.

SYMBOLISME. — La lumière du soleil doublée (en dessus et en dessous) forme le koua. Le grand homme fait ainsi briller ses qualités de plus en plus dans les quatre régions.

[1] La belle conduite est qualifiée généralement de *ming*, brillante, éclairée. Cette conduite brillante fait l'objet des §§ 1, 5 et 6.

[2] Aux premiers temps de l'empire chinois, les peuples nouvellement soumis se révoltaient constamment. Chaque printemps, le souverain chinois avait quelque expédition à faire pour dompter les révoltés; c'était devenu comme une institution.

Koua XXXI.

☱☶ 咸 *K'an* et *hien* : 1. Réunir, accorder, ensemble; 2. 感 Mouvoir, émouvoir le cœur, exciter le sentiment (excitation physique et morale); être en mouvement, remuer; 3. 諴 Harmonie, droiture, sincérité. (Comp. p. 38, note 2.)

Texte I. — Le sentiment d'union, d'affection conduit à prendre femme.

Symbolisme. — Un marais au-dessus d'une montagne; ainsi l'homme supérieur s'abaisse pour accueillir tout le monde (comme l'eau sur la montagne).

Com. I. — *Hiên* a le même sens que *k'an* (2[e] sens). Le fort en dessus, le faible en dessous (selon la figure), leurs influences s'unissent et s'harmonisent. C'est la stabilité et la satisfaction. L'homme s'inclinant vers la femme, c'est la condition d'un mariage prospère. Le ciel et la terre mettent tout en mouvement et tout se forme, naît. Le Saint meut le cœur des hommes et le monde alors connait la paix et la concorde. En voyant ces divers mouvements on peut comprendre les sentiments du ciel et de la terre.

Texte II. — 1. Prendre et *mouvoir* le gros orteil; s'abaisser par condescendance. (Com. II). — Figure signifiant aussi se mouvoir pour prendre quelque chose placé plus bas. Com. (App.)

2. *Remuer* les chairs en marchant est une mauvaise contenance. (I. e. marcher avec tant de hâte et de trouble que la chair de la jambe se remue. Mouvements contraires au juste milieu et à la gravité.) (App.)

3. Marcher en réunissant les jambes et se serrant contre la personne que l'on suit est une manière blâmable. (On ne pourra se garer contre les coups. Com.) — Ce qui en résulte est l'abaissement. Com. II. Cp. Siao-Hio, livre II, § 156, prescrivant de marcher un peu en arrière d'une personne honorable (App.)

4. La droiture ferme est cause de succès (sens 3) et éloigne tout regret. — Une conduite douteuse éloigne tout le monde; les amis à peine (但 *tan*, Mandchou : damou) restent attachés. — Com. II. Tout est bien tant qu'on ne se laisse pas porter au mal; la conduite douteuse est sans grandeur. (App.)

5. « Être *ému* jusqu'en la chair des épaules, » cela indique des pensées généreuses et vives. (Com. Tchoug-tao, II°, f. 3.) — Dicton figurant une émotion profonde. (App.)

6. « *Remuer* les mâchoires et la langue » signifie parler trop. — Com. II. Cela désigne une bouche avide de paroles. (Dicton. Cp. p. 18, l. 30.)

Note. — Nous avons ici une série d'expressions consacrées et familières, dont l'idée de *remuer* forme la base commune. Le § 4 se rapporte seul à *hiēn*, concorde, et le § 3 à « réunir en se mouvant. » Le Com. I parle des mouvements généraux de la nature d'après l'ontologie et la morale chinoises. Les §§ 1 à 3 signalent des manières d'agir de se tenir contraires aux règles de la bienséance, de ces rites qui font la base de l'organisation sociale et de la morale en Chine.

Koua XXXII.

䷟ 恒 *Hāng :* 1. Constance, permanence, stabilité; 2. Partout, complètement; 3. Lune presque pleine.

Texte I. — La vertu ferme, se développant sans défaillance, arrive à sa perfection et procure de l'avantage en tout et partout.

Symbolisme. — Tonnerre et vent forment le koua. Le sage reste ferme et ne change pas de conduite.

Texte II. — 1. Celui qui fait des efforts extrêmes pour rendre sa position ferme réussira difficilement. C'est celui qui fait des efforts immodérés et prétentieux. (App.)

3. Celui qui ne rend pas sa vertu constante perpétuera sa honte et ne parfera que ses erreurs.

2. En éloignant toute faute on s'assure la stabilité (et non par des efforts). Ou : la constance éloigne toute faute. — Ceci n'est qu'un composé de termes auguraux pour faire nombre. (App.)

4. (Un homme sans vertu est) un terrain sans gibier [1]. (App.)

5. On doit perpétuer ses vertus; mais à chacun les siennes, celles du mari ne sont pas celles de l'épouse. — La femme sert un homme et c'est tout jusqu'à sa mort. L'homme décide du droit. Servir une femme ne lui convient pas. Com.

6. Une excitation continuelle (*hang*) est chose funeste. Chercher la stabilité par ses efforts est une erreur. — Elle dépend d'en haut (du ciel). Ces efforts seront sans résultat ni mérite. Com. II. Ceci est une répétition du § 1. Il s'agit de la position d'un homme dans le monde, de son lot en ce monde. Cela dépend du ciel et non des efforts des hommes.

Com. I. — *Hang* indique constance, permanence. C'est le fort en haut, le faible en bas (voir le koua), le tonnerre et le vent en communication et concorde. C'est le moteur et le mû docile, la constance heureuse et la stabilité dans sa voie. La voie, les procédés du ciel et de la terre se perpétuent et ne cessent jamais. Le succès gît dans la persévérance en ce qu'on a commencé.

Le soleil et la lune, participant au ciel, perpétuent leur éclat. Les quatre saisons changeant et se succédant peuvent se perpétuer parfaitement. Le Saint persévérant en sa voie, le monde se transforme et se perfectionne. En cette perpétuité on peut voir les sentiments, les tendances du ciel et de la terre et de toutes choses.

Note. — Tout se rapporte ici (à part § 4, voir la note) à l'idée de permanence, stabilité des lois générales, de la position sociale, etc.

Koua XXXIII.

䷠ 遯 *T'ün :* 1. Retraite, obscurité; 2. Retirer.

Texte I. — La vie retirée a des avantages; le petit s'y affermit et se perfectionne.

[1] Ceci n'est qu'une suite du § 3; cela se rapporte à l'absence complète, permanente de gibier; à « partout, entièrement » (2e sens); ou à l'image de la lune qui est comme une terre déserte.

Com. I. — Id. Le fort, dans une position convenable, agit conformément au temps. Le petit (dans l'obscurité) avance et grandit. Grande est l'importance de la retraite.

Texte II. — 1. Retirer sa queue uniquement [1] (se tenir en arrière) en présence du danger sert peu quoi qu'on fasse, il faut se retirer en un lieu obscur et tranquille. — Com. II. Si l'on ne fait rien, il n'y aura pas de danger. (App.)

2. Si pour retenir une chose on emploie une lanière de cuir de bœuf, personne ne pourra l'arracher (sens figuré). — On sera ferme en son propos. Com. II. Si l'on se garde et retient bien, on réussira. (App.)

3. Pour celui qui vit retiré et a une maladie dangereuse, il est bon d'entretenir des serviteurs ou une épouse secondaire (pour le soigner). (App.)

4. Aimer la retraite est bon aux yeux du sage, mais point pour l'homme vulgaire (qui cherche à paraître). — Le sage l'aime, le vulgaire point. Com. II.

5. Se plaire dans l'obscurité, c'est un gage de bonheur. — Car alors on peut diriger toutes ses pensées vers le bien. Com. II. (App.)

6. La retraite dans l'abondance procure tous les biens. Point de doute. (App.)

Symbolisme. — Le ciel sur une montagne. Le sage s'éloigne des gens vulgaires non par haine, mais par dignité.

Koua XXXIV.

䷡ 大壯 *Tá tchuáng :* grande force.

Texte I. — Elle donne succès et achèvement.

Com. I. — *Tá tchuáng* est le grand devenu fort, le mouvement dirigé par la force; c'est aussi le fort juste et droit. La rectitude et la grandeur manifestent les sentiments du ciel et de la terre.

[1] C'est comme nous dirions : mettre la tête sous son aile, en faisant allusion à l'autruche.

TEXTE II. — 1. Si la force est dans les doigts de pied [1], on avancera mal, eût-on même toute volonté. — La force dans les doigts de pied indique son épuisement, celui de la vertu. COM. II. Ou plutôt la force dans les choses inférieures, accessoires. COM.

2. La force employée sagement (*ts'ong*) donne le succès final. — Quand on garde le milieu. COM. II. (Encore une expression purement augurale à supprimer.)

3. L'homme vulgaire emploie la force, le sage ne le fait pas. Le développement, l'emploi de la force est dangereux; il arrive à qui en use comme au bélier qui butte contre une clôture et y fait prendre ses cornes enfoncées.

4. Force employée avec succès comme au cas d'une clôture percée par les cornes d'un bélier sans que celles-ci y restent prises. C'est la force, par exemple, des essieux d'un grand char. — Il avance malgré tout. COM. II. Le texte est altéré comme le prouve le commentaire. *Yong* a été répété par erreur.

5. La perte d'un bélier qui a perdu toute force [2] n'est pas regrettable. (App.).

6. Le bélier butteur qui, voulant frapper une clôture, ne sait plus ni avancer ni reculer, sans moyen de s'en tirer, trouvera dans cette difficulté même un moyen de salut. Ne pouvant plus frapper, il ne prendra plus ses cornes dans un obstacle; il a péché par manque de précaution, cela lui servira de leçon. — Le bon côté de l'accident est qu'il ne prolongera pas sa faute. COM. II. (I. e. l'expérience rend prudent.) (App.)

SYMBOLISME. — Le tonnerre au-dessus du ciel représente la plus grande force. Ainsi le sage ne fait pas un pas, un acte contrairement aux règles.

Note. — L'objet de cette section est le danger de l'emploi de la force brutale et aveugle et le moyen de profiter de ses fautes.

[1] Autre expression proverbiale expliquée dans le commentaire.
[2] Litt. dans l'inutilité, devenu inutile.

Koua XXXV.

☲☷ 晉 *Ts'in :* avancer, croître, grandir.

Texte I. — *T'sin,* croissance de la nature, joie et vigueur comme celle d'un prince se servant de chevaux donnés, maître d'une population toujours croissante et recevant chaque jour de nombreux dons [1]. (Prospérité croissante.)

Com. I. — *Ts'in* est avancer, progresser. C'est la lumière s'élevant au-dessus de la terre [2]; la soumission à la grandeur éclatante; le faible, bon, avançant, s'élevant. C'est ainsi que le prince prospérant reçoit des dons de chevaux, etc.

Symbolisme. — C'est le soleil s'élevant au-dessus de la terre (le matin). Ainsi le sage fait briller ses vertus d'un grand éclat.

Texte II. — 1. Que l'on avance, grandisse ou diminue, si l'on est droit on sera heureux. Si l'on n'a pas encore mérité une confiance absolue, que l'on soit ferme et juste, et il n'arrivera rien de fâcheux. — Que l'homme reste seul, ferme et juste, même sans obtenir de fonction. Com. II. (App.)

2. Qu'on ait succès ou chagrin, la droiture ferme donnera le bonheur; on recevra une large prospérité de ses aïeux. (Les ancêtres veillent sur leurs descendants et les protègent.) (App.)

3. Quand tout le monde vous applaudira, se fiera à vous, vous serez à l'abri de tout reproche (suite au § 2). — Si l'on suit la voie générale (Com.), l'avantage en sera une conduite noble. Com. II. (App.)

4. Avancer comme un rat (plein de cupidité et de crainte) est chose dont on doit se garder. — C'est quand on cherche une position qui ne convient pas. Com. II.

[1] Trois fois par jour donnant audience et recevant des dons.
[2] Figurée par l'hexagramme.

5. Quand on est à l'abri de tout reproche (par sa bonne conduite), on ne doit point se préoccuper de perte ou de profit. On avancera heureusement, on ne sera point sans avantage. — On sera loué de tous. Com. II.

6. On ne doit avancer ses cornes [1] que pour châtier une ville coupable. Il est bien alors de s'exposer au danger. Mais le succès lui-même n'est pas sans regret. (On doit être triste d'être obligé de sévir.) — Com. II. Ces actes ne sont pas éclatants. (On ne doit pas en tirer gloire, mais le faire avec peine).

Symbolisme. — Soleil sortant de la terre. Ainsi le sage fait briller ses vertus d'un grand éclat. (C'est cette image du « soleil levant » qui donne l'idée fondamentale du koua, l'avancement, le progrès, etc.)

Koua XXXVI.

☷☲ 明夷 *Mîng î :* 1. Lumière blessée, faiblissante, entrant sous la terre; 2. Lumière sortant de l'orient, bourgeonner, î.

Texte I. — *Mîng-î* indique un progrès dont l'affermissement est difficile. (Termes divinatoires interpolés.) Profiter des difficultés pour se parfaire, être droit et juste. (App.)

Com. I. — *Mîng-î* est la lumière entrant sous la terre [2], brillante et docile. Cruellement traité (*î*) [3] et dans de grandes difficultés, c'est ce que fut Wen-Wang [4]. — Dans de grandes difficultés et restant droit et ferme en son cœur, c'est ce que fut Khi-tze [5].

[1] Expression consacrée signifiant « employer la force. » Ici nous voyons un emploi du mot avancer au sens propre et une maxime relative à l'avancement, au succès obtenu par la force. Tout le reste a rapport à la prospérité ou à la vertu.

[2] L'hexagramme représente la lumière sous la terre; il est mis en rapport avec le mythe ou la figure de *Ming-î*, lumière faiblissante, attaquée. C'est le prince des ténèbres occupant la position supérieure et la lumière paraissant comme abattue. (App.)

[3] î signifie aussi maltraiter.

[4] Prince de Tcheou, maltraité et emprisonné par le tyran Sheou. Son fils Wuh-Wang abattit le tyran et régna à sa place, 1122 A. C.

[5] Khi-tze; voir plus loin, note.

Symbolisme. Le soleil entré sous la terre (la nuit). Le sage, gouvernant les hommes, de l'obscurité même sait encore briller.

Note. — Ce texte semble dépeindre la lutte de la lumière contre l'obscurité (comme une sorte de mythe), du principe lumineux, actif, contre le principe réceptif et obscur. Il se réfère, semble-t-il, à la figure du koua qui représente la lumière sous la terre. C'est surtout le § 6 qui indique ce sens. Mais ce n'est peut-être aussi qu'un chant de louange en l'honneur de Khi-tze. Tout le commencement serait allégorique; ce qui serait plus conforme au genre du Shih-king.

Texte II. — 1. La lumière faiblissante (le jour finissant) dans son vol abaisse ses ailes (descend sous terre). Le sage dans sa route sait jeûner plusieurs jours (plutôt que d'abandonner la voie droite [1]); où qu'il aille, les grands parlent de lui (App.)

2. La lumière (dans sa route) est attaquée du côté gauche [2] et repousse l'assaut avec la force et la rapidité du cheval. (Ou bien : elle se répand à gauche avec la force et la rapidité d'un cheval qui sauve son cavalier.) (App.)

3. Elle va dans le sud et y fait prisonnier le grand chef (des ténèbres [3]). Elle ne peut souffrir aucun mal. (App.)

4. En allant du côté gauche (voir 2), on s'associe à la pensée du principe lumineux [3], lorsqu'il sort de son palais (pour se répandre sur le monde). (App.)

5. Khi-tze s'avance, la lumière l'emporte et triomphe définitivement. Ou bien : l'éclat répandu par Khi-tze est bienfaisant et assuré. (App.)

6. Lorsque la lumière ne brille pas encore et que les ténèbres règnent, la lumière s'élève d'abord dans le ciel, se répand, puis s'incline vers la terre. (Com. II. — Elle éclaire les quatre plages et entre en terre perdant sa mesure. Marche du soleil et du jour. (App.)

[1] C'est ce qui arriva à Kong-fu-tze; peut-être aussi à Khi-tze. Le sage rejeté par les insensés est comparé ici à la lumière qui s'abaisse vers la terre; de même celui dont la sagesse diminue, s'obscurcit. Il y a ici allégorie comme au Shih-king.

[2] La gauche représente les ténèbres d'après le commentaire *Tcheou-Yh,* etc.; l'occident.

[3] C'est un principe chinois que l'homme doit se conformer, s'associer non seulement aux pensées, mais aux mouvements physiques du ciel.

Note. — Cette section peint l'idée opposée à celle de la section précédente, la lumière faiblissante opposée à la lumière croissante. Tout y correspond à la figure. Mythe ou allégorie, ce chant a vraisemblablement pour objet principal, Khi-tze, le prince illustre à qui Wuh-Wang avait donné les provinces de l'est vers la Corée, après la chute du tyran Sheou. Oncle de celui-ci, il avait en vain cherché à l'arrêter dans ses déportements; Sheou l'avait mis en prison et il y resta jusqu'à ce que Wuh-Wang, triomphant, parvint à l'en délivrer. Ne croyant pas pouvoir se soumettre au vainqueur, il se retira à l'est, dans des régions que Wuh-Wang lui abandonna. Notre chant fait allusion aux événements de sa vie. C'est lui qui, dans le Shuh-King (p. V, l. IV), donne à Wuh-Wang le grand enseignement que Dieu avait révélé à Yu.

Koua XXXVII.

☲ 家 *Kiā* : famille, maison.

Texte I. — L'homme lui donne la prospérité, la femme la complète et la consolide.

Com. I. — La femme remplit les fonctions à l'intérieur; l'homme à l'extérieur. L'observance des règles dans leurs actes et leurs rapports, c'est le suprême droit du ciel et de la terre. Le chef de maison a la dignité, l'autorité suprême; il est appelé père-mère. Quand le père et le fils, les frères aînés et cadets, les époux, sont ce qu'ils doivent être, la maison est bien réglée et le monde est en ordre parfait.

Symbolisme. — Vent sortant du feu. Le sage parle selon la réalité et tient une conduite toujours bien réglée.

Texte II. — 1. Celui dont la maison est bien protégée n'aura rien à craindre. — C'est celui dont la volonté ne varie point. Com. II.

2. Si l'on n'a pas besoin d'aller au dehors, mais que les provisions soient accumulées dans l'intérieur de la maison, elle sera prospère. — Il faut douceur dans la prospérité. Com. II.

3. Si les gens de la maison sont graves et attentifs, craintifs et sachant regretter une erreur, tout ira bien. Si l'épouse et les enfants sont légers et bavards, la fin ne sera pas heureuse. — Si les uns ne faillissent pas, les autres manqueront aux lois de la famille. Com. II.

4. Pourvoir abondamment sa maison est une assurance de grands succès. — Ce sera quand la complaisance (des chefs) et la docilité (des subordonnés) seront en leur lieu. Com. II.

5. Avoir une maison puissante est pour le roi une source de sécurité (il ne devra pas craindre, etc...). — C'est quand il y a mutuelle affection entre ses membres. Com. II.

6. Droit, juste et plein de majesté, le roi aura une fin heureuse. — La vraie dignité restaure la nature en son état d'intégrité primitive. Com. II.

Koua XXXVIII.

䷥ 睽 *Kwèi* : 1. Différent, opposé, éloigné [1], étrange ; 2. Regarder fixement.

Texte I. — *Kwèi,* temps mauvais où les petites affaires seules réussissent et les grandes point. (App.)

Symbolisme. — Feu au-dessus, eau en-dessous ; désunion [2]. Ainsi le sage cherche l'union et la distinction (juste et convenable de ce qui doit être distingué).

Texte II. — 1. Quand (il n'y a pas d'opposition, mais concorde que), toute cause funeste disparaît, (on revient à l'union comme) un cheval perdu qui revient de lui-même sans qu'on le cherche [3] (Com.). Si l'on rencontre

[1] Cp. *Kwāi-ī, kwēi lí, k'wēi kū* (out cast).
[2] Le feu et l'eau juxtaposés forment le symbole de la désunion, de l'opposition.
[3] Ou : Regarder au loin comme un cheval perdu qui revient de lui-même.

un méchant même, il n'en surviendra rien de fâcheux (on saura se préserver de ses coups ou éviter son contact corrupteur).

2. Si l'on s'accorde en route avec son chef, tout réussira. Com. II. On ne se trompe pas de chemin. — Ou : Si l'on rencontre son chef c'est qu'on ne s'est pas trompé de chemin. Com. Si l'on a un différent et qu'on se cherche et s'accorde, on se rencontrera sans effet funeste. (App.)

3. (Effets de la discorde, des luttes). On voit un char entraîné par la force, son bœuf saisi et arraché, son conducteur maltraité [1] et le nez coupé. Mais un commencement fâcheux peut avoir une bonne fin, si l'union se rétablit. (App.)

4. Seul au milieu de la désunion, si le banni rencontre ensuite un honnête homme, il pourra avoir des rapports pleins de droiture et les difficultés antérieures n'engendreront plus d'inconvénient (pour ces deux hommes).

5. Par l'union toute cause de souci disparaît, les parents sont unis. (Lit. se mordent la peau. Ce qui indique pénétration, union de sentiments. Com.). Où qu'on aille, plus de cause de regret. — On est approuvé de tous. Com. II. Le grand est sincère envers le petit. *Tcheou-Yih,* etc. Sens : Quand la désunion a disparu, les familles sont dans la joie, mangent abondamment. (App.)

6. Seul dans la désunion, le banni est comme quelqu'un qui voit un porc immonde ou un char plein de mauvais esprits. Il tend d'abord son arc pour tirer, puis le lâche. Si ce n'est point un méchant, un brigand ravisseur et que le sort lui soit favorable [2], le bonheur reviendra [3].

Com. I. — Le feu, se mouvant au-dessus et l'eau en dessous, forment l'opposition; de même deux sœurs vivant ensemble, mais ne s'entendant pas. L'attachement joyeux et intelligent fait que le faible et bon avance, s'élève et atteint le milieu, s'accordant ainsi avec le fort. Ainsi les petites affaires réussissent. Le ciel et la terre, bien que séparés, sont unis dans leur action. L'époux et l'épouse le sont également et doivent n'avoir qu'une seule volonté.

[1] Lire *yāo*, disgracié, ou plutôt *t'ièn*, accablé de maux : 夭 忝

[2] Litt. la pluie tombe, il la rencontre en chemin. Au premier moment l'honnête homme surpris veut user de violence; puis il se ravise et va travailler à rétablir l'union.

[3] Ou : l'aversion fuit. Phrase interpolée.

Tout ces êtres sont distincts et leurs opérations identiques. Le principe, l'opportunité de la distinction sont choses bien graves.

Koua XXXIX.

☵☶ 蹇 *Kién :* difficulté, danger, noble hardiesse.

Texte I. — Énergie dans les difficultés; peut réussir d'un côté et pas de l'autre. Par son succès se montre le grand homme. Sa perfection est heureuse et peut sauver des périls.

Symbolisme. — L'eau sur une montagne. Par la vertu de l'énergie, l'homme sage se corrige et perfectionne sa vertu.

Com. I. — *Kién* est difficulté, danger se présentant en face; si, voyant le danger, on sait rester ferme, quelle grande sagesse! Le succès ou l'insuccès vient de ce qu'on garde la voie droite ou que la sagesse est à bout. On reconnaît à cela l'homme vraiment grand et plein de mérites. Il faut rester ferme dans la justice et la bonté pour établir fermement un état. Oh! que le moment des difficultés a d'importance!

Texte II. — 1. Si l'on va (courageusement) aux choses difficiles, on reviendra comblé de louanges. — Com. II. Il convient d'être ferme.

2. Si le prince et ses ministres ont difficultés sur difficultés, ce n'est point (nécessairement) parce qu'ils recherchent leur propre avantage (ou : cela ne dépend pas nécessairement d'eux-mêmes). (App.)

3. L'un va aux difficultés et revient après au repos. Ou : qui va aux difficultés (courageusement) revient aux profits (en obtient). Dicton.

4. Un autre y va et revient uni à ceux qui les ont partagées. — Il faut être fidèle dans ses fonctions. Com. II. — C'est dans les difficultés que les amis se montrent. (App.)

5. Un autre y va également et revient plus éclairé et intelligent. — Il a la juste mesure. Com. II.

6. Un dernier y va de même et revient plein de mérite et de succès. Il atteint les qualités du grand homme.

Tout ceci peut s'expliquer d'une manière un peu différente. Par exemple : § 1. Si une entreprise est difficile, en revenir mérite les louanges. § 2. Si l'on va aux difficultés (sans crainte), on reviendra après au repos, etc.

Le tout illustre la première phrase du texte I : Les difficultés ont des issues variées selon la conduite.

Koua XL.

☳☵ 解 *Kieh* : 1. Délivrer, faire échapper, échapper au danger; 2. Disperser; 3. Ouvrir, séparer, s'ouvrir. Se dit du mouvement de la germination. (Cp. Aprilis.) 4. Résoudre une difficulté, une complication.

Texte et Com. I. — Si l'on réussit à faire échapper aux dangers, on gagnera les gens à soi et l'on aura des relations heureuses; on gardera le milieu. En tout ce qu'on fait, l'activité est chose utile et fait acquérir des mérites. *Kieh* est : se trouvant en danger, savoir agir et échapper. Quand le ciel et la terre ouvrent les pores (3e sens) des êtres, le tonnerre et la pluie se produisent. Alors les plantes et les arbres à fruit bourgeonnent. Bien important est le temps où tout s'ouvre.

Symbolisme. — Le tonnerre et la pluie forment le koua *Kieh*. Le sage est indulgent pour l'erreur, et traite les coupables avec douceur.

Texte II. — 1. Délivrer quelqu'un est chose excellente. — Quand le fort et le faible s'entendent selon la justice, il n'y a pas de faute à craindre. Com. II. (App.)

2. Délivrer est aussi heureux que, pour le chasseur, prendre trois renards et obtenir le prix, la flèche d'or. — Celui qui résout une difficulté, fait sortir d'une position difficile, est comme le chasseur qui prend, etc. (App.)

3. Si un porteur se met dans un char et qu'il survienne des voleurs, il sera attaqué et échappera difficilement; s'il abandonne sa charge, il pourra se sauver. (Com.) Pour un porteur aller en char c'est honteux; c'est attirer

sur soi les voleurs. Com. II. (App.) Il n'appartient pas à des gens du commun d'aller en char.

4. Échappez d'abord [1], et après cela les amis viendront témoigner leur fidélité (sinon ils vous abandonnent).

5. C'est au sage d'écarter (les maux) et de résoudre (les difficultés); s'il y réussit, il gagnera la confiance du vulgaire.

6. Si le prince est assez habile pour atteindre d'une flèche un faucon posé sur le haut d'un mur élevé, il aura le succès et saura disperser (*kieh*) les rebelles. (3e sens, Com. II.) (App.)

Koua XLI.

䷨ 損 *Sün :* diminuer, abaisser, réprimer.

Texte I. — Si l'on s'abaisse, se réprime sincèrement, on obtiendra la félicité, on réussira en tout. On réprimera l'orgueil et l'amour du luxe, par l'exemple, en présentant des offrandes simples (deux corbeilles de grain); ce sera avantageux.

Com. I. — Pour cette offrande simple il y a un temps convenable; il y a un temps pour agrandir le faible et diminuer le fort. Diminuer le plein et remplir le vide doivent se faire conformément aux circonstances.

Texte II.— 1. Laisser ses propres affaires et aller promptement (au devoir) est une conduite qui sera sans regret; mais on doit bien considérer comment on doit ainsi s'abaisser, se réprimer (*sün*). — On doit estimer surtout l'union des volontés. (Com. II.)

2. L'utilité générale, la prospérité requiert que l'on châtie le mal sans le diminuer ou l'augmenter (en appréciation) et en observant la stricte vérité et la justice. Com. II. (App.)

[1] Le mot qui signifie ordinairement gros orteil est expliqué par les commentateurs comme ayant ici le sens de *tchū* commencement, d'abord.

3. Si trois hommes marchent ensemble, qu'un d'eux quitte [1] (ses compagnons) et l'homme qui vient seul après eux en trouvera un. (Ainsi il y aura deux couples d'amis.) — Quand trois hommes sont ensemble, il y a des différends, des soupçons. Com. II.

4. Diminuer le mal chez quelqu'un c'est précipiter le moment où il sera joyeux et content.

5. Augmenter les biens de quelqu'un par de riches présents [2] qu'il ne peut refuser [3], ce sera un avantage capital, une bénédiction d'en haut. Com. II. (App.)

6. Agrandir ainsi sans diminuer est chose excellente en toute manière. Le roi (en ce faisant) gagnera ainsi des sujets (qui seront comme sans famille) entièrement dévoués au souverain. (App.) Ainsi il arrivera au comble de ses désirs. Com. II.

Symbolisme. — Montagne sur eau stagnante. Le sage réprime ainsi sa colère et arrête ses désirs (comme la montagne presse l'eau).

Note. — Ce chapitre a pour objet les devoirs de l'inférieur et du supérieur; il est formé d'une suite de sentences contenant comme idée principale celle de diminuer, réprimer, et le contraire, augmenter, faire prospérer.

Koua XLII.

䷩ 益 *Yī :* augmenter, agrandir, enrichir, s'élever, grandir.

Texte I. — *Yī* est succès en ce qu'on fait, triomphe sur les difficultés.

Com. I. — Diminuer le grand, augmenter le petit, c'est la joie du peuple. Faire descendre les biens sur les petits, c'est une conduite brillante. Tout prospérera si les principes essentiels sont observés. Par l'impulsion d'en haut

[1] Litt. diminuer d'un homme, *sùn yih zhīn;* pour éviter les querelles.
[2] Litt. de tortues à vingt écailles, très rares et précieuses. Il s'agit de dons du roi.
[3] Par convenance.

et la docilité en bas, il y a progrès constant, sans limite. Le ciel donne, la terre produit; leur production augmente sans cesse. Tout accroissement s'opère en son temps.

TEXTE II. — 1. Il est avantageux (pour soi-même) de faire de grandes et utiles choses. C'est une assurance de prospérité sans regret.

2. Augmenter ses biens par des dons précieux que l'on ne doit pas refuser [1], c'est assurer une prospérité constante. Si le roi fait des offrandes à Shang-ti (Dieu) ce sera une cause de bonheur. (App.)

3. Si l'on augmente ses biens par ses efforts, en se donnant de la peine, on les gardera fermement. Si l'on est droit, juste, gardant le juste milieu, on obtiendra une haute fonction [2]. (App.)

4. Si le ministre agit avec droiture, les avis qu'il donnera au roi seront suivis avantageusement, même dans les cas les plus graves tels que celui du transfert de la capitale [3]. — Ses avis ont pour but l'accroissement de la prospérité. COM. II.

5. Celui qui a le cœur droit, cherchant le bien des autres, aura sûrement un grand succès; on sera affectionné à sa bonté. — Il arrivera à ses fins. COM. II. (App.)

6. S'il en est que personne ne favorise (*yī*), mais qu'on contrarie, qu'on attaque et blâme constamment, c'est que leur cœur n'est pas droit et fidèle. C'est un grand mal. (App.)

SYMBOLISME. — Vent et tonnerre figurent l'accroissement. Ainsi le sage, s'il voit du bien, le fait grandir; s'il voit du mal, il le corrige.

Note. — Cette section développe l'idée de la prospérité croissante, de ses moyens, §§ 1, 2, 3, 4, 5, et de ses obstacles, § 6. Ces deux sections s'entre-croisent.

[1] Même chose qu'à XLI. Le COM. II ajoute : dons venant de l'extérieur, de ceux qui n'ont pas un prince juste !

[2] Litt. en se présentant au roi il aura un insigne de fonction à montrer. On devait le porter avec soi, en ce cas.

[3] Allusion à un passage important du Shuh-king, IV, 7. Pan-keng la transporte à Yin.

Koua XLIII.

☱☰ 夬 *Kwài* : 1. Rivière divisée en branches; diviser, couper, disperser; 2. Décider, régler définitivement, résolu, tranchant; 3. Habileté, art, prudence.

TEXTE I. — Allant à la cour du prince on doit y faire appel avec sincérité. En cas de différend, on doit avertir ses concitoyens qu'il n'y a pas avantage à recourir aux moyens violents, aux armes, mais qu'il faut faire décider par le pouvoir judiciaire.

COM. I. — *Kwài* est « décider, régler ». Le fort le fait pour le faible. Il faut, en cela, fermeté et douceur, résolution et concorde. « Appel sincère » dans une difficulté grave. Le recours aux armes fait périr ce qu'on tient le plus à avoir. Le fort emporte le bon et c'est tout.

TEXTE II. — 1. Celui qui marche en faisant parade de sa force [1] échouera dans ses entreprises. Il aura à s'en repentir. — Vaincu, il s'en ira plein de regret. COM. II. (App.)

2. Celui qui est prudent et appelle à temps à son aide, dans une attaque, n'aura rien à en craindre (opposé du paragraphe précédent). — Il a pris le bon moyen. COM. II.

3. Celui qui met sa force dans ses mâchoires [2] aura malheur. Le sage est résolu, réglé; partout il va seul. S'il lui survient des désagréments qui lui attirent la malveillance [3], il n'en subira aucun résultat fâcheux. — Le sage est résolu, bien réglé, partant il ne se crée pas de regret. COM. II

4. Si l'on va comme manquant de point d'appui [4], avançant pas à pas et comme conduisant un troupeau de moutons, par le fait même de cette

[1] Litt. qui marche en portant ses doigts de pied en avant, avec force. Peut-être « celui qui met sa force à marcher fièrement. » L'homme vulgaire qui veut l'emporter par la violence.

[2] Ses vanteries. — La force, la violence se montre sur son visage. COM. II.

[3] Litt. s'il rencontre la pluie et que, mouillé, il soit l'objet de la malveillance, des méchants dires.

[4] Litt. « cul sans peau, » expression proverbiale. Cp. notre expression : « aller comme une manne sans fond, » pour dire : aller étourdiment.

lenteur prudente on n'aura point de cause de regret. On ne se fiera pas à tout ce qu'on entend dire. (App.) 3e sens.

5. Ferme et résolu, comme un mont couvert d'artemisias, suivant le chemin du milieu, on n'aura point de regret. (App.)

6. Si l'on n'a personne que l'on puisse appeler à son secours (bien que ferme et habile), on aura à la fin des revers. (App.)

(Ceci devrait suivre § 2 et peut avoir été inspiré par la forme de l'hexagramme, où la ligne 1 est seule de son espèce).

Symbolisme. — La ligne faible (coupée) au haut de cinq fortes représente l'appel (du petit) à la cour du prince. — Le ciel sur l'eau stagnante représente la décision ferme. Si le sage, en donnant des émoluments à ses inférieurs, veut rester fidèle à la vertu, il devra être très prudent.

Note. — Ce passage a rapport à la décision prompte et ferme, directement et indirectement par le contraire; la circonspection qui calcule et avance prudemment. Le § 6 pourrait avoir été ajouté par Wen-Wang.

Koua XLIV.

䷫ 姤 *Keú :* épouser, accoupler; unir, attacher; rencontrer inopinément.

Texte I. — Si une femme est forte et hardie, il n'est pas bon de l'épouser.

Com. I. — On ne pourra rester longtemps avec elle. Le ciel et la terre s'unissent et toutes choses en reçoivent leurs formes. Quand le fort atteint le milieu et la justice, le monde prospère grandement. Grande est l'importance de l'union sexuelle et des êtres ainsi que ses principes.

Texte II. — 1. Être attachée (2e sens) à une quenouille d'or peut être avantageux, mais dès qu'on fait un mouvement on voit le mal (de l'attache). Ainsi un animal pris dans des liens sera bien embarrassé dans sa marche. (Image de la condition de la femme; un lien d'or est toujours un lien.) (App.)

2. Une besace contenant du poisson est chose bonne, mais ne nourrit pas les hôtes (si l'on ne prépare pas ce poisson pour eux). Com. II. Elle ne va pas aux hôtes. (Ceci se rapporte au rôle de la femme mariée, maîtresse de maison.)

3. Si l'on va pas à pas comme sans peau à l'anus (avec prudence et calme), les difficultés que l'on rencontrera ne causeront pas grand dommage. (Explication de la signification : rencontrer. Ceci est d'ailleurs une interpolation.) (App.)

4. Une besace sans poisson est chose funeste. — Elle éloigne les gens. Com. II. Même idée qu'à § 2; reproduite pour faire nombre.

5. Si l'on tient ses bonnes qualités protégées et maintenues comme des courges sous un néflier [1], elles recevront les bénédictions du ciel. — Si l'on garde le milieu et ne néglige pas les lois du ciel. Com. II.

6. Avoir la tresse liée, est chose fâcheuse. (Il s'agit de la jeune fille; tant qu'elle a la tresse liée c'est qu'elle n'est pas mariée et en est peu satisfaite), Com. II. Avoir une grandeur qui se perd, se détruit.

Note. Les §§ 2, 4, 5 semblent expliquer le mot *pao,* envelopper, couvrir, protéger, ballot, besace. Mais leur place ici ne s'explique bien que comme nous l'avons fait.

La tournure donnée au § 5 a pour but de rendre les termes plus compréhensibles. Les Chinois s'expriment autrement, en disjoignant les idées: « Le néflier recouvre, enveloppe la courge; si l'on développe les bonnes qualités, il y aura des bénédictions venant du ciel. » C'est le style du Shih-King. — Il s'agit principalement de la femme, mariée ou non.

Symbolisme. — *Keu* est rencontrer, s'unir; le faible s'unissant au fort.— Le ciel au-dessus du vent forme le koua *keu.* Le prince (*K'eu*), en promulguant ses ordonnances, instruit et dirige le monde entier.

[1] Litt. le néflier couvre la courge; protéger les vertus, les talents, c'est un acte qui reçoit les bénédictions du ciel.

Koua XLV.

☷☱ 萃 *Ts'ui :* réunion, agrégation; agrégation de peuple prospérant; état florissant; touffe de plantes, de tiges entremêlées.

TEXTE I. — Le roi qui sert fidèlement le temple des ancêtres, prospérera et se montrera grand; il consolidera sa puissance. S'il présente des victimes de premier ordre, il sera heureux et réussira en tout.

COM. I. — *Ts'ui* est « agrégation en harmonie »; docilité joyeuse et force juste correspondant l'une à l'autre. De là, agrégation vivant en concorde. Le roi, servant le temple des ancêtres, y faisant des offrandes avec une piété filiale parfaite, fait voir sa grandeur. L'union ainsi formée sera bonne et juste. En présentant les grandes victimes, il se conforme aux ordres du ciel. En cette union, on peut voir les sentiments du ciel, de la terre et de tous les êtres [1].

SYMBOLISME. — Eau stagnante au-dessus de la terre. Ainsi le sage prince tient ses armes en ordre pour se garder contre les attaques imprévues.

TEXTE II. — 1. Si la sincérité ne dure pas jusqu'à la fin, il y aura tantôt union, tantôt désordre, discorde. Si alors on en appelle à l'union, il y en aura qui riront de ces appels. Mais qu'on ne s'en effraie pas; si l'on continue on aura lieu de s'en applaudir. - On doit agir ainsi quand les esprits sont en discorde. COM. II. (App.)

2. Avoir un guide que l'on suit est chose excellente. Si l'on y est fidèle on recueillera de grands avantages de sa conduite. — On ne perdra pas le milieu atteint. COM. II. (App.)

3. Celui qui soupire après l'union qui ne règne pas, s'il n'y gagne rien, n'en retirera pas de désavantage.

[1] Les hommes vivant en harmonie font voir les sentiments d'harmonie et de concorde qui meuvent le ciel et la terre et doivent mouvoir tous les êtres. Les Chinois attribuent un certain degré d'affection à toute la nature.

4. L'union est un grand bien, sans suite fâcheuse. (Simple horoscope interpolé.)

5. L'esprit d'union chez les gens en dignité est chose heureuse. Si quelqu'un ne sait pas gagner toute la confiance, qu'il élève sa vertu, la rende ferme et constante et il y parviendra sans manquer.

6. (Si la concorde manque) que l'on supplie, fasse des présents, prie et pleure, et l'on ne regrettera pas ses efforts, on réussira. — C'est quand la paix ne règne pas. Com. II. (App.)

Koua XLVI.

䷭ 升 *Shāng* : monter, s'élever, prospérer, grandir.

Texte I. — Quand les commencements heureux grandissent, apparaît l'homme vraiment grand. S'il avance en restant juste, il sera heureux.

Com. I. — Le petit en son temps peut s'élever. Le fort condescendant et doux garde le milieu et agit convenablement (envers le petit). De là naît grande prospérité. Ainsi l'homme vraiment grand se manifeste. Il est loué de tous, ses desseins réussissent. (App.)

Symbolisme. — Un arbre croissant au milieu de la terre figure *shang* « monter ». Ainsi l'homme supérieur, s'attachant à la vertu, accumule les petits mérites, pour la rendre grande et élevée.

Texte II. — 1. S'élever honnêtement est bien. — L'homme devenant grand est applaudi. Com. II.

2. Quand on est droit et juste on peut (s'élever jusqu'à) faire le sacrifice du printemps [1]. — On sera heureux. Com. II.

3. *Shang* « monter ». Ex. : Monter en un lieu, dans une ville.

4. Que le roi porte ses offrandes au mont *Khi* [2], c'est un gage de bonheur (un moyen de grandir et de prospérer). (App.)

[1] Pour cela il fallait être prince.

[2] Mont situé au pied de la capitale des souverains de Tcheou.

5. « Monter un escalier heureusement », c'est réussir en un grand projet. Dicton.

6. S'élever de l'obscurité ne se peut faire que si l'on est constamment droit et juste. — Quand on est au sommet, souvent on diminue et perd ses biens. COM. II. (Comparez COM. I.) (App.)

Koua XLVII.

䷮ 困 *K'uán* : détresse, abattement, dureté, sévérité, mauvais traitements.

TEXTE I. — Droit et ferme, le grand homme sera heureux. Qu'il ne se fie pas à tout ce qu'on lui dit. — *K'uán* est le fort saisi, emprisonné, en détresse.

COM. I. — *K'uán* est celui qui est dans la détresse, le danger. Si alors même il ne perd pas sa grandeur d'âme, c'est vraiment un grand homme. L'homme grand prospère s'il reste fermement vertueux. Mais qu'il ne se fie pas aux dires; les estimer hautement c'est s'exposer à sa perte.

SYMBOLISME. — Marais sans eau, cela figure la détresse. — Le sage expose même sa vie pour atteindre son but.

TEXTE II. — Exemples de détresse : 1. Un homme pressé contre le pied d'un arbre, poussé dans une caverne obscure, ne pouvant pendant très longtemps[1] voir personne à qui recourir. (App.)

2. Cet homme est dans la détresse quant au boire et au manger. Mais tout à coup apparaît la couverture rouge (du char du roi[2]) (ou le secours), il est délivré, il pourra offrir des dons et sacrifices[3], il châtiera les méchants sans éprouver de dommage. — La ferme droiture est digne d'éloges. COM. II. L'arrivée du roi ou des gens le sauvent. (App.)

[1] Litt. 3 ans.

[2] Ou bien : les habits rouges, les gens du peuple.

[3] En reconnaissance; il aura retrouvé la fortune. Les gens du roi qui accompagnent le monarque l'ont délivré.

3. Serré contre un rocher, poignant (pour se soutenir) dans des buissons pleins de grosses épines, ou rentrant dans sa maison et n'y trouvant pas sa femme (enlevée par des brigands). — Cas douloureux, mauvaise fortune. Com. II.

4. (Autre cas.) Homme avançant avec précaution, en détresse et quant à l'argent et quant à son char (qu'il a perdu); il est en grand danger d'être pris.

5. (Id.) Homme auquel on a entaillé le nez et les pieds, maltraité par les gens du peuple [1]. — S'il sait encore rester ferme et digne, il pourra utilement offrir le sacrifice.

L'homme au nez entaillé [2] figure celui qui échoue dans ses entreprises. S'il reste ferme dans la justice, il retrouvera le bonheur. Com. II.

6. Un homme en détresse, pris dans des buissons épais, sur une hauteur exposée aux dangers et qui se dit : si je bouge, je le payerai cher. — Quand on éprouve le repentir, on peut corriger le mal et alors on sera heureux. Com. II. (App.)

Note. — Nous avons ici tous exemples de cas de détresse. La seconde phrase du § 6 n'est qu'un *à-propos* sans rapport direct avec le commencement. Elle y fait un singulier effet, mais on y voit encore le joint.

Le § 5 paraît plus difficile à expliquer. D'après le commentaire, cela signifie : celui qui, tout en échouant dans une entreprise louable, n'en conserve pas moins son calme et sa dignité, pourra retrouver les faveurs de la fortune. Il est vraisemblable que c'est là l'idée générale de la section, la morale à en tirer, et le langage chinois a des choses bien plus extraordinaires encore.

Que dire de l'explication des commentateurs anciens et modernes : « La 5e ligne, non coupée, nous représente un homme qui a le nez et les pieds coupés; il est serré par les blouses rouges, mais il est à l'aise dans ses mouvements et content! »

[1] Les chemises rouges. Tout cela est expression consacrée et veut uniquement dire : maltraité. Cp. notre expression : « casser bras et jambe » pour dire « rouer de coups » ou même simplement « faire perdre courage. »

[2] C'est là une expression consacrée qu'on ne doit pas prendre à la lettre. Le Chinois est habitué à cette disproportion entre les termes et le sens.

Nous croyons donc que le premier commentaire a trouvé le vrai sens du morceau : « celui qui, en danger même, est encore calme et content, qui dans la plus grande détresse ne perd pas sa rectitude, source de bonheur, est vraiment le *sage*. S'il s'affermit ainsi il sera grand et heureux. »

Koua XLVIII.

☵☴ 井 *Tsing* : puits.

Texte I. — On peut changer de place une ville, mais pas un puits. On ne le perd pas, on ne l'acquiert pas (il est ou n'est pas). On y va, on en vient. Il est d'une grande utilité. Si l'eau se dessèche, si la corde casse ou manque, que le seau soit brisé, ce sont de fâcheux accidents.

Com. I. — Le bois dans l'eau et au-dessus de l'eau figure le puits. Un puits bien ménagé ne s'épuise pas. Quand un de ces accidents arrive, c'est qu'on n'a pas fait ce qu'il fallait.

Symbolisme. — Eau par-dessus des arbres figure le puits. Ainsi le sage anime le peuple et l'excite à l'affection mutuelle.

Texte II. — 1. Un puits boueux ne peut servir à l'alimentation; un vieux puits (desséché) n'attire pas même les oiseaux; ils ne s'y rassemblent plus, n'y séjournent plus. Com. II.

2. Un puits, un vivier, qui par un trou laisse échapper les poissons, ou dont le seau est percé, brisé, laisse couler l'eau, ne peut plus servir. (Com. II.)

3. « Le puits est plein de boue et ne peut plus donner d'eau à boire. Nous en sommes affligés, car auparavant on pouvait en tirer l'eau et s'en servir. Si le prince (qui souffre cela) était intelligent, nous pourrions en retirer de grands avantages [1] » Prière adressée au prince. (Com. II.)

[1] Il s'agit d'un puits public et d'une époque où il n'y en avait pas beaucoup, où, par conséquent, le puits public était de la plus haute importance pour une cité.

4. Un puits bien construit, citerné, est une chose de haute utilité.

5. Quand le puits est bien clair, on boit à sa source fraiche et pure.

6. Un puits bien rempli d'eau et non recouvert est l'emblème de la sincérité, de la droiture et un symbole de bonheur.

Note. — Tout ceci a le double but de faire comprendre l'utilité du puits public dans une cité et d'engager son chef à veiller à son parfait entretien; en outre de donner une instruction morale que la dernière phrase nous révèle, et qui est contenue sous ces symboles. C'est un vrai chant du Shih-King.

Un commentaire (Tcheou-Yih pi-tchi, etc.) porte ceci : L'eau montant, le puits plein d'eau, c'est le sage qui exhorte et aide le peuple travailleur et besogneux.

Koua XLIX.

䷰ 革 *Koh :* 1. Peau, cuir, tanner, écorcher; 2. Changer, différer.

Texte I. — Quand (on change) et qu'on devient sincèrement droit, on sera après cela constamment sans regret.

Com. I.— L'eau et le feu, arrêtant mutuellement leur action, figurent *koh*. Il en est de même de deux sœurs habitant ensemble et de volontés différentes, opposées.

Après un certain temps, se montrer sincère, c'est changer, se corriger; on inspire alors la confiance. Par le talent et l'intelligence, on acquiert la satisfaction; par de grands progrès en vertu, on acquiert la rectitude. Quand on change de cette manière, tous les sujets de regret disparaissent.

Le ciel et la terre changeant, les quatre saisons s'accomplissent.

Tang et Wuh-Wang changèrent le décret céleste [1]. Ainsi ils obéirent au

[1] Tang est le chef de la dynastie Shang, qui enleva le trône au dernier des Hia (1re dynastie), devenu tyran. Wuh-Wang renversa de même le dernier des Shang et lui enleva le décret céleste qui l'avait fait roi.

ciel et répondirent au désir des hommes. Grand, en effet, et bien important est le moment des changements.

Symbolisme. — L'eau sous le feu figure le changement. L'homme supérieur règle ses calculs [1] d'après les changements du ciel et annonce les temps et les saisons. — Dans les marais même il y a du feu.

Texte II. — 1. (1er sens.) Pour lier on emploie une lanière de cuir jaune. — Ainsi lié, on ne peut se mouvoir. Com. II.

2. Si l'on sait, après quelque temps (le jour fini), changer et se corriger, tout ira bien; on s'épargnera tout regret. — On aura du succès dans ses actions. Com. II. (App.)

3. Si l'on corrige le mal, qu'on soit ferme dans les difficultés, et qu'on change de conduite avec mûre délibération, on deviendra juste et ferme.

4. Quand on s'est corrigé, que toute faute a disparu, que la droiture ferme est rétablie (dans le cœur), on change son destin [2]; c'est la voie du bonheur.

5. Le grand homme change à propos comme le tigre change les lignes de sa peau. Sans consulter le sort, on a confiance en lui (dans ses changements d'ordre). — La beauté de la peau du tigre, comme la sagesse de l'homme supérieur, devient de plus en plus brillante. Com. II. Cp. XIV, § 5.

6. Le sage change ses voies (quand il faut) comme le léopard. L'homme vulgaire change son visage — pour plaire aux grands; Com. II, au prince. — Corriger le mal, se tenir ferme dans la droiture, sont choses éminemment utiles. (App.)

Note. — Le § 1 prend le mot *koh* dans le sens de cuir; les autres dans l'acception de changement, changement de conduite, correction; changement d'ordres, de dispositions chez le sage et le grand; changement des saisons, le plus important de tous, dit un commentaire.

[1] Le calendrier.

[2] On arrête les maux que le ciel envoie au coupable.

Koua L.

䷱ 鼎 *Ting :* chaudron à trois pieds, vase du sacrifice, sacrifice.

Texte I. — Le chaudron est un symbole de principe heureux; de développement prospère.

Com. I. — Les saints cuisaient leurs offrandes pour honorer Shang-ti et faisaient de grands festins pour entretenir les hommes saints et sages.

La docilité et la finesse d'ouïe, la clarté de la vue chez le faible qui progresse et s'élève, qui garde le milieu, obéit au puissant et s'accorde avec lui, tout cela donne la prospérité et le succès.

Texte II. — 1. Quand le chaudron est retourné, on peut aisément en faire tomber ce qui est mauvais, — et s'attacher au bien. Com. II. — Une concubine qui a un fils n'aura point de regret d'avoir été prise comme telle.

Note. — Nous avons ici deux proverbes signifiant que « le bien peut venir du mal. » Le fils de la concubine peut devenir héritier, et en tout cas assure une position honorable à sa mère. (App.)

Tout le reste du commentaire est du même genre, qui n'est pas étranger au Shih-King.

2. Chaudron plein de fruits. — Mon chaudron est plein, mais mon commensal ne peut venir à moi. — Symboles des peines perdues ou d'un cœur vertueux. (App.)

3. Si les oreilles du chaudron sont enlevées, son usage est empêché. (On ne peut ni le lever, ni l'emporter. Com.) — La chair grasse du faisan (qui y cuisait) ne pourra être mangée. Mais une heureuse circonstance survenant dissipera les soucis. (Symbole de malheurs réparés. (Cp. App.)

4. Si le chaudron a le pied brisé, les aliments préparés pour le prince sont renversés; tout l'extérieur en est souillé. (Symbole du manque de fidélité.)

5. Un chaudron aux oreilles, aux anneaux d'or, représente la prospérité venant de la fidélité. (App.)

6. Un chaudron aux anneaux de jade représente une grande prospérité, pour qui tout est avantage. Elle arrive quand le fort et le faible observent la mesure.

Note. — Ce genre de symbolisme est assez bizarre, mais il est assuré par les explications des plus anciens commentaires qui reconnaissent ce sens aux expressions chinoises. Ce n'est, du reste, pas plus singulier que nos termes familiers : panier percé, faire danser l'anse du panier, panier sans fond, panier (boîte) à surprise; ni qu'un passage d'un dictionnaire qui contiendrait ces expressions. Comparez encore : main-chaude, mainlevée, main-forte, avoir la main, sous-main, etc.

SYMBOLISME. — Le feu entrant dans le bois figure « cuire. » Le sage garde sa dignité et maintient son destin céleste.

Koua LI.

䷲ 震 *Kān* : tonnerre, effroi répandu, crainte.

TEXTE I. — Le tonnerre approchant répand l'effroi; les rires, les causeries s'arrêtent subitement. Le tonnerre terrifie cent lis, mais ne doit pas arrêter la cuiller du sacrifice aux esprits [1].

COM. I. — Cet effroi a d'heureux résultats. Les rires et les causeries gardent ainsi la mesure. Le tonnerre terrifie ce qui est loin comme ce qui est près. Mais on doit, quand même, garder le temple des ancêtres, les autels des génies du sol et présider aux sacrifices (malgré l'effroi, on ne peut les interrompre).

TEXTE II.— 1. Le tonnerre approchant, on est plein d'effroi; puis quand il est passé, on sourit et on parle tous ensemble (on passe de la crainte à la joie).

[1] Le tonnerre peut arrêter tout, mais pas le sacrifice.

2. Quand le tonnerre gronde, le danger arrive, on croit devoir tout abandonner et se retirer en un lieu sûr et élevé. Qu'on ne s'obstine pas à rechercher alors ce qu'on a abandonné; on le retrouvera quelque temps après. (Quand le danger sera passé.)

3. Le tonnerre émeut, agite; il pousse à agir justement.

4. Le tonnerre approchant trouble et interdit [1], (avant même l'éclair. Com. II).

5. Le tonnerre allant et venant répand l'effroi; mais on doit tâcher de ne pas abandonner les affaires entreprises. Même dans le danger pressant, on doit garder le milieu.

6. Le tonnerre répand l'effroi et fait partout regarder avec trouble et crainte. S'il atteint et frappe, il causera un grand mal [2]. Mais s'il ne frappe ni tel personnage, ni ses voisins, ce ne sera point un mal et fera seulement jaser les habitants d'une même maison.

Quand le tonnerre gronde, que l'orage éclate [3], le sage recherche la cause de ce fait (et tâche de profiter de l'avertissement céleste).

Symbolisme — Le tonnerre répété forme l'hexagramme. Le sage, plein de crainte et de scrupules prudents, observe et corrige.

Koua LII.

䷳ 艮 *Kán :* ferme, tenir droit, bien réglé, arrêter, reposer.

Texte I. — L'homme ferme s'oppose résolument (au mal) sans tenir compte de lui-même. Devant traverser un endroit, il ne regarde pas qui y est (mais le fait résolument) et ne faillit point.

Com. I. — *Kán* signifie s'arrêter, tenir ferme, en bon ordre, agir ou s'arrêter selon l'occasion. Quand l'acte et sa cessation ont lieu en temps

[1] Comparez l'expression 𠫓人.

[2] Ou il corrige le mal.

[3] Quand le tonnerre gronde, on doit se recueillir. Cp. *Siao-Hio,* p. 129.

convenable, la conduite est belle et intelligente. « Rester à sa place », cela veut dire que les grands et les petits sont en rapport, mais sans usurpation ni entre-croisement. Celui qui est ferme et attentif à son devoir ne se recherche pas lui-même. Marchant dans son jardin, il ne voit pas même qui s'y trouve.

Symbolisme. — Deux montagnes superposées forment le koua. Ainsi l'homme supérieur pense à ne pas dépasser les bornes de ses fonctions.

Texte II. — 1. (On doit) tenir fermes ses pieds; i. e. être toujours d'une ferme droiture. — Ne jamais perdre sa droiture. Com. II.

2. « Arrêter le mouvement des jambes [1] ». Si, devant s'arrêter, on ne peut aider celui qui marche devant soi, on doit en avoir du déplaisir. — On doit aider et se rendre au cri d'appel. Com. II.

3. Se tenir ferme à sa place et le corps [2] bien tenu (c'est ainsi que l'on doit être).

4. Tenir le corps droit et ferme, c'est une bonne manière. — On doit tenir le corps entier tout droit. Com. II. (Répétition du § 3 pour en avoir six. Tenir le corps droit est un précepte essentiel des rites chinois.)

5. Tenir ses mâchoires de sorte que les paroles sortent de la bouche avec ordre et mesure, cela exempte de repentir. — On sait ainsi conserver le milieu. Com. II.

6. Être tout appliqué à rester ferme dans le bien est une disposition très heureuse. — On peut ainsi être juste et droit jusqu'à la fin. Com. II.

Note. — Tout ceci illustre le sens « tenir droit, bien réglé » et se réfère aux rites du maintien extérieur qui prescrivent de se tenir toujours droit et de ne pas même s'asseoir sur un siége qui n'est pas droit. (Voir *Siao-Hio.*)

[1] Ou les tenir droites et bien posées.
[2] Litt. les côtes. Cp. *Siao-Hio*, p. 128.

Koua LIII.

☴☶ 漸 *Tsién :* avancement, progrès, graduellement, aller pas à pas; se marier, retourner chez ses parents pour les visiter (dit d'une femme).

Texte I. — Se marier, pour une femme, est chose heureuse.

Com. I. — « Avancer » est aussi obtenir une dignité, acquérir des mérites. Si l'on agit avec justice et droiture, on pourra gouverner parfaitement son État et y faire régner la justice. — La dignité du grand exige qu'il garde le milieu. — Si l'on se tient ferme en sa vertu et se montre doux, docile, on n'épuisera pas ses forces et son action. (Moyen de conserver son avancement, sa grandeur.)

Symbolisme. — Bois sur une montagne figure s'élever (avancer), se tenir droit. Le sage se maintient en sainteté et améliore les mœurs du peuple.

Texte II. — 1. Les oies sauvages vont pas à pas s'approchant de la rive [1]. — Un jeune homme circonspect n'aura point à se repentir quoi qu'on dise.

2. Ces oies vont pas à pas vers des rochers où elles auront à manger et à boire; joyeuses et contentes (de leur prudence persévérante), elles y sont tout à l'aise — et n'y ont pas une satisfaction vaine. Com. II [2].

3. Ces oies vont pas à pas vers un monticule sur la terre sèche (elles n'y trouvent rien). Ainsi un époux part pour une expédition dont il ne revient pas. — Il quitte pour toujours sa compagne. Com. II.

Ainsi une épouse a conçu un enfant qu'elle ne pourra élever (faute du soutien de son époux). Il faut arrêter les brigands, causes de ces malheurs [3]. — On doit se protéger l'un l'autre. Com. II.

[1] Toute la section roule autour du mot avancer pas à pas, prudemment et patiemment. Chaque paragraphe commence une strophe à la manière du Shih-king. (Cp. p. 17.) Ici la circonspection du jeune homme est comparée à la marche prudente des oies.

[2] Résultat de la marche prudente et prévoyante.

[3] Les oies sont déçues; l'époux et l'épouse également. La dernière phrase est un hors-d'œuvre, interpolé.

4. Les oies avancent pas à pas vers un arbre. Qui gagnera les grosses branches y sera bien, pourra s'y reposer.

5. Elles s'avancent vers une hauteur [1] qu'elles atteindront difficilement et tardivement. — Ainsi une épouse est trois ans sans enfant, mais à la fin plus d'empêchement; elle obtient l'objet de ses désirs. (Com. II.) (Il faut être patient et ne point désespérer; patience et longueur de temps font plus que force.)

6. Elles avancent pas à pas vers une hauteur; quand elles y seront, elles pourront donner à leurs ailes toute leur beauté en les déployant. — Plus rien ne trouble quand on a atteint son but. (Com. II.) (Patience et succès.)

Koua LIV.

☳☱ 歸妹 *Kvêi-Mei :* marier une jeune sœur, une jeune fille.

Texte I. — On doit corriger le mal ou l'on n'aura aucun avantage. (Phrase mutilée. Voir II, § 1.)

Com. — Marier une jeune sœur est un devoir suprême prescrit par le ciel et la terre (à ses frères). Quand le ciel et la terre sont sans relation, les êtres ne naissent pas. Marier une jeune fille est le principe et la fin de l'homme; c'est un acte qui cause la joie.

Texte II. — 1. Marier une sœur cadette en la donnant comme femme secondaire (c'est la mettre dans la position d'un boiteux qui marche encore [2], mais mal). Ainsi cette jeune fille est épouse, mais dans une condition inférieure. Corriger cet abus sera chose excellente. — Cela se fait constamment. Com.

2. Elle est comme un borgne qui voit encore, mais mal (qui ne voit que

[1] Au § 3 le monticule figure le lieu inculte et désert; ici c'est la difficulté de parvenir, le retard, la lenteur qui ne doit point faire reculer.

[2] C'est un boiteux qui marche, car marcher en boitant...

d'un œil). Il lui sera avantageux de vivre retirée et ferme en sa vertu [1], de ne point faillir aux règles du devoir. Com. II.

3. La jeune fille mariée par devoir de soumission est souvent donnée comme femme secondaire. — Cette soumission n'est pas bonne. Com. II.

4. La jeune fille à marier cherche à retarder le moment [2]. — Modeste, elle n'a pas hâte de suivre un homme. Com. II. — Mais bien qu'elle retarde son mariage, le moment viendra malgré tout. — Malgré tout, cela se fera. Com. II. (App.)

5. Quand l'empereur Ti-Y maria sa sœur, les manches (le vêtement) de la mariée étaient moins richement ornées que celles de sa plus jeune sœur [3]. Elle était comme la lune presque pleine (quant à sa vertu, de modestie, de soumission. (App.) C'était de très heureux augure. Telle fut sa noble conduite. — Ainsi elle maintint sa dignité dans la droiture. Com. II.

6. Qu'une femme reçoive une corbeille vide de fruits (entièrement vide, Com.), ou qu'un homme acquière une brebis qui n'a plus de sang, ils n'en retirent pas d'avantage. (Cp. App.)

Note. — La première partie de ce paragraphe fait allusion aux présents de noce; la seconde n'est qu'une comparaison sans rapport direct avec le sujet principal, comme l'ont déjà remarqué les commentateurs.

Symbolisme. — Le tonnerre au-dessus d'un marais forme le koua. L'homme supérieur, pour s'assurer une fin heureuse, pense au malheur.

Koua LV.

䷶ 豐 *Fâng* : 1. Abondance, richesse, grand nombre d'amis; 2. Avoir en abondance, multiplier; 3. Grandeur, élévation.

Texte I. — Le prince qui possède la grandeur, l'abondance, doit être sans désir inquiet; il est comme le soleil à midi.

[1] Avantageuse est la ferme vertu d'une femme qui vit retirée.

[2] Ceci est un précepte.

[3] Preuve de sa vertu, de sa modération, etc., ou résultat du décret de son frère. (Voir koua XI, texte II, § 5.) La mariée avait perdu sa qualité de princesse royale.

Com. I. — *Fâng* est grandeur, prospérité. L'activité intelligente est cause de la grandeur et de la prospérité. Le prince qui l'a obtenue est grand et brillant; il doit répandre son éclat sur le monde, l'éclairer. La lune devient pleine, puis diminue. Le ciel et la terre sont alternativement pleins et vides, croissent et diminuent avec les saisons. A plus forte raison en est-il ainsi de l'homme et des esprits.

Texte II. — 1. Dans la rencontre des amis, l'égalité de rang est une source de satisfaction [1]. Aller en compagnie est chose excellente. — Si l'on veut surpasser ses égaux, on s'attirera le malheur. (Com. II. App.)

2. En multipliant (*fâng,* 2e sens) les pavillons, les tentures (autour de sa tente), on produit une obscurité telle qu'on peut voir la constellation du Sagittaire en plein jour. Si par là on s'est attiré les soupçons [2], la malveillance, que l'on fasse paraître sa droiture par sa sincérité et l'on s'en trouvera bien. Qu'on énonce ses pensées, ses fins d'une manière qui attire la confiance. (Voir plus loin l'explication.) (Voy. App.)

3. En multipliant ses tentures, on peut (grâce à l'obscurité) voir l'étoile Mei [3] en plein jour, mais alors on se cassera le bras droit (il arrivera malheur).

4. On peut ainsi voir, en plein jour, la constellation du Sagittaire; ce sera une occurrence heureuse si on trouve alors un ami. (App.)

5. Promouvoir (les talents, les mérites ou les arts, les créations belles et précieuses) est un sujet de joie et de louange (App.)

6. Élever haut sa maison [4], l'entourer d'abris protecteurs, puis se tenir à la porte, tranquille, silencieux et solitaire, rester ainsi longtemps (trois ans) sans recevoir personne, sans parler à personne, ce n'est pas bien. (On sera isolé, abandonné et sans secours au temps du danger.) — Ces actes prouvent

[1] Ou : « Si l'on garde l'égalité de rang, on ne le regrettera pas. » Ceci se rapporte au sens « nombre d'amis ».

[2] En ayant l'air de vouloir se cacher.

[3] Au Sagittaire, les trois paragraphes reproduisent la même formule comme au Shih-king.

[4] Com. S'élever orgueilleusement vers le ciel.

l'orgueil qui veut s'élever au ciel et la volonté de s'isoler des autres hommes, de manquer aux lois de la bonté, de la concorde, etc.

Com. I. — *Fâng* signifie grandeur, prospérité. Le mouvement, l'acte, dirigés par l'intelligence, le constituent. Le prince qui l'atteint, qui devient grand et illustre, doit être sans désir anxieux; il saura briller sur le monde.

Le soleil, lorsqu'il a atteint le milieu du ciel, décline; la lune devenue pleine, diminue (litt. est mangée). Le ciel et la terre sont tantôt pleins, abondants, tantôt vides, selon les saisons; ils diminuent et cessent d'agir (après avoir grandi et agi puissamment au printemps et en été). — A plus forte raison, il en est ainsi de l'homme, il en est ainsi des esprits.

Symbolisme. — Tonnerre et éclair forment le koua *fâng*. Le grand et sage tranche les discussions, décide des cas litigieux et fait exécuter les châtiments.

Note. — Le sujet de ce chapitre est d'indiquer les moyens d'assurer la prospérité, la grandeur, *fâng*. Il est tout à fait dans le goût du Shih-king. Il est adressé aux rois, aux grands, aux ministres. Son but principal est de prémunir contre l'ambition (§ 1) et certaines pratiques par lesquelles les grands voulaient s'élever au-dessus des hommes et se donner du prestige d'une manière peu heureuse en ses résultats. C'est ce que peignent les bannières, pavillons, auvents, etc., dont parlent les §§ 2, 3, 4, 6. Nous y voyons le prince, le ministre se construisant un palais somptueux, élevé, où il se dérobe à la vue des hommes, laissant soupçonner sa sincérité, se rendant inabordable, impopulaire et comme ne reconnaissant aucun égal sur la terre.

Le § 5 indique un autre moyen de faire prospérer l'état.

Les chars, au Shih-king déjà, sont représentés comme entourés d'écrans faits de bambous tressés, qui peuvent ainsi dérober aux regards les femmes, les grands ou les guerriers qui les montent. (Voir Shih-king, I, 8. 10, 1, char de la princesse Wen-Kiang; II, 3, 4, 1, princes; III, 8, 7, 2.)

Koua LVI.

旅 *Lu :* voyageur, hôte, étranger, loger; (App.) bon arrangement.

Texte I. — L'étranger ambulant prospère difficilement. S'il est juste et droit, il aura une heureuse fortune.

Texte II. — 1. Les étrangers ambulants petits et faibles sont exposés à bien des maux. (Quand le but est bas, les calamités s'ensuivent. Com. II.)

2. L'étranger qui s'est établi quelque part doit y déposer tous ses biens et se procurer des serviteurs jeunes et habiles; il lui arrivera bonheur. (App.)

3. Il arrive que cet étranger brûle sa maison, qu'il perde ses bons et intelligents serviteurs, sa prospérité est bien en péril. — Il brûle sa maison en se ruinant; en fréquentant les gens vulgaires, il perd son habileté, sa rectitude. Com. II. (App.)

4. Il peut s'être établi quelque part, y avoir ses biens et sa hache, mais son cœur [1] n'est point encore à l'aise et en sûreté. (Il n'a point une situation assurée, il doit veiller.)

5. Il tire un faisan et sa flèche s'échappe une fois (manque le but); à la fin, par les louanges qu'il sait mériter, il reçoit accueil et fonction du prince.

6. L'oiseau détruit son nid; l'étranger ambulant rit d'abord, puis pousse de hauts cris, parce qu'il perd son bœuf; ainsi, trop aisément, un changement amène un mal. (App.)

Com. I. — Si le faible acquiert, maintient sa droiture chez les étrangers et reste soumis au fort, il sera stable et attaché à la claire vérité. Ainsi l'étranger nomade, faible au commencement, prospérera et s'affermira s'il est droit et juste.

[1] Ceci est à la première personne.

Symbolisme. — Le feu au-dessus d'une montagne. Ainsi le grand et sage fait briller sa droiture en appliquant les lois pénales et ne laisse pas durer les différends et les procès.

Note. — Cette section a pour objet les voyageurs qui parcouraient les pays étrangers ou s'y rendaient pour affaires de commerce ou autres, par curiosité, pour fuir un danger ou pour tout autre motif. L'auteur peint la situation de ces étrangers, les dangers qu'ils courent, et signale les moyens qu'ils doivent employer pour éviter les difficultés et les maux inhérents à leur condition. Il ne doit point s'effrayer d'un premier insuccès (§ 5). Les maux qui leur arrivent sont souvent provoqués par leur imprudence (§ 6). Ces deux idées sont exprimées par une figure : le tir infructueux et l'oiseau détruisant lui-même son nid. On est souvent l'instrument de son propre malheur.

Koua LVII.

☴ 巽 *Sún :* doux, condescendant; choisir; tenir fermement.

Texte I. — Avec un faible développement même, par la douceur, la condescendance, on pourra réussir dans ses entreprises et se montrer véritablement grand.

Com. I. — On doit redoubler de bonté quand on réitère ses ordres. Si la fermeté et la bonté restent dans le juste milieu, ce qu'on projette se fera. Le faible doit céder au fort; ainsi commence le progrès, ainsi l'on réussit et se montre grand.

Texte II. — 1. Pour avancer et reculer (à propos, pour agir avec fermeté ou condescendance), il faut aussi la ferme droiture d'un homme d'armes (et pas seulement la douceur). Dans la perplexité, cette fermeté fera régler sa volonté avec prudence (Com. II). (Voir l'explication plus loin.) (App.)

2. Quand la longanimité a été poussée trop loin [1], il sera bien de consulter les devins, quant à l'objet de la perplexité, et l'on ne commettra pas de faute. (Cela résultera de ce qu'on gardera le juste milieu. Com. II.)

3. Une condescendance trop hâtée peut causer des regrets. (La force de la volonté s'émousse. Com. II.) Ou : une douceur constante sans rigueur. (App.)

4. Quand on est sans crainte ni regret, on va à la chasse prendre du gibier pour le triple usage réglé (i. e. offrandes du sacrifice, nourriture des hôtes, entretien de la cuisine. Com.) — On acquiert ainsi des mérites. Com. II. Ceci se rapporte à *sün* mets.

5. Pour que la fortune soit heureuse, tout regret dissipé, que rien ne soit sans avantage et qu'un commencement malheureux ait une fin excellente, il faut, en tout changement, réfléchir trois jours avant et trois jours après [2]. Alors tout ira bien. (Ainsi faut-il délibérer sur les actes de condescendance et de fermeté.) (App.)

6. Quand la condescendance, la bonté va trop loin, on perd ses biens et ses moyens de défense (sa hache) et la prospérité tourne en désastre. (La droiture en méchanceté. Com. II.) (App.)

Note. — Le § 1 explique le troisième sens : tenir ferme. — Le § 4 indique les effets de la bonté ferme; elle produit la tranquillité. — Le § 5 insiste sur le sens « choisir » et sur les conditions de la bonté prudente.

Le tout est une instruction relative à cette vertu. Le § 4 indique les heureuses conséquences de sa pratique.

Symbolisme. — Deux fois le vent forme le koua *sún*. Ainsi le grand et sage sait réitérer ses ordres pour mener à bonne fin ses affaires.

[1] Litt. Quand elle est dessous le lit. Com. = *Kvoh yu sun*. Quand la supériorité s'épuise. Com. II. C'est-à-dire quand on s'abaisse trop.

[2] Tout ceci, d'après un commentaire. D'après d'autres, les quatre premiers membres de la phrase sont des pronostics décousus et accumulés ici au hasard. La fin veut dire : trois jours avant le jour *Kang* et trois après, c'est-à-dire *Ting* et *Kvai*.

Koua LVIII.

☱☱ 兌 *Túi :* satisfaction, réjouir (les autres).

Texte I. — Cela conduit à toute prospérité.

Com. I. — *Túi* est joie. Quand on donne la joie au monde, on obéit au ciel, on seconde les désirs des hommes. Quand on cherche avant tout à faire le bonheur du peuple, le peuple oublie ses maux; excité par là à entreprendre les choses difficiles, il oublie jusqu'aux dangers de mort. Par cette satisfaction, le peuple est fortement animé (à remplir son devoir).

Texte II. — 1. Établir la concorde, satisfaire tout le monde, est une source de prospérité. Cela étouffe les défiances et les velléités de résistance. Com. II.

2. La sincérité, la droiture, satisfait tout le monde et prévient les regrets (en établissant la confiance dans les intentions. Com. II).

3. Une satisfaction briguée, forcée, est chose mauvaise. — Le mal consiste en ce que la confiance est donnée à un indigne. Com. II. (App.)

4. Se préoccuper de satisfaire de manière à perdre le calme, est proche de la peine, (quand on peut avoir la joie, la paix intérieure. Com. II). Al. Chercher à rendre la joie à qui n'a pas la paix du cœur, c'est aider un malade à recouvrer la santé.

5. Se confier en ce qui est nuisible est chose bien dangereuse. (App.)

6. Faire arriver à un état de satisfaction, de joie (c'est le sens du mot en question), est le but de cette section.

Note. — Tout ceci peut n'être également qu'une liste d'expressions dans lesquelles entre le mot *túi*, et qui ne forment aucune phrase complète.

Symbolisme. — Eau stagnante sur eau stagnante forme la figure. Le grand et sage favorise l'amitié et encourage la pratique de la vertu.

Koua LIX.

䷺ 渙 *Hwán :* extension, exposition, développement, abondance débordante; dispersion, dissipation.

Texte I. — « Abondance débordante. » Le prince qui fréquente le temple de ses ancêtres traversera heureusement les difficultés; il parviendra à une prospérité ferme.

Com. I. — La puissance lui viendra sans diminuer. — Fréquentant le temple des ancêtres, il observera le milieu fixe. — Les hommes condescendants et bons auront leurs places convenables au dehors et le grand fera régner l'harmonie (ou les donnera convenablement).

1. On doit remédier (à cette dispersion, Com.), en délivrer un état. Si l'on use de toute force [1] pour cela, on réussira (à rétablir l'ordre et l'obéissance. Com. II). — Explication du second sens. — On doit user surtout de sages enseignements et exhortations (Tcheou-Yih). (App.)

2. Si, dans cet état dangereux, on se retire précipitamment dans l'obscurité, on n'aura pas à s'en repentir. (On arrivera au but de son désir, le rétablissement de l'ordre et l'union. Com. II). Ou : dans l'état de discorde, il faut se retirer dans l'obscurité. (App.)

3. Si l'on fait alors abstraction de soi-même (et s'occupe du dehors, Com. II), on ne le regrettera pas.

4. Disperser la multitude, les associations, disperser heureusement ce qui est uni et coalisé comme un monticule, c'est ce qu'un homme vulgaire ne saurait même projeter. (App.)

Note. — Le sens paraît être diviser, empêcher les coalitions mauvaises pour réunir dans l'ordre et l'unité politique et sociale. Ou bien : disperser les petits et réunir les grands pour le gouvernement. (Com.)

[1] Litt. d'une force de cheval. Si l'on use, en aidant, d'une force de cheval, ce sera bien. Ou plus simplement : *Hwan* = aider de toutes ses forces; usant d'une grande force pour développer.

5. Répandre (*hwán*) la sueur avec des cris (de crainte et souffrance); répandre, distribuer (les biens accumulés dans) les magasins royaux, et cela sans regret, pour remédier aux maux des troubles et de la misère, qui en est la conséquence.

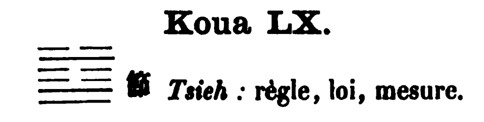
Note. — Ces deux phrases peuvent être indépendantes et exprimer simplement des emplois divers du mot *hwán;* ou bien on peut construire ainsi : Quand la peine et la crainte pénètrent le peuple au point de lui faire pousser des cris et comme transpirer fortement, il faut alors l'aider au moyen des provisions accumulées dans les magasins publics.

6. Répandre (*hwán*) son sang pour repousser des envahisseurs et se mettre en avant pour cela, sans regret. (C'est ce qu'il faut faire.) — (Répandre son sang pour éloigner les malheurs. Com. II.) (App.)

Note. — On interprète les derniers termes du siang I comme désignant les lignes coupées, et *shang,* la ligne pleine. Mais peut-on bien regarder cela comme simplement probable même? Qu'est-ce que cela signifie : « La deuxième ligne pleine vient et ne souffre pas d'extinction; elle s'unit dans l'action commune aux lignes coupées? » etc. C'est bien le cas de dire « c'est tellement *cherché loin* qu'on n'y voit quoi que ce soit ».

Symbolisme. — Le vent soufflant au-dessus de l'eau forme le koua de *hwán,* disperser. Les anciens rois faisaient le sacrifice à Shang-Ti et élevaient des temples ancestraux.

Koua LX.



節 *Tsieh :* règle, loi, mesure.

Texte I. — Les lois dures ne peuvent donner la prospérité.

Com. I. — Les lois trop sévères, dures, ne peuvent se consolider et subsister. La fermeté et la bonté doivent se partager également.

La sévérité doit tenir le juste milieu, ou sa force dépérit. La satisfaction fait affronter les périls. On doit administrer selon les règles et procéder avec modération et justice. Le ciel et la terre suivant leurs lois, les quatre saisons parfont leur cours. Si l'on observe en tout la mesure, on ne perdra pas les ressources publiques, on ne nuira pas au peuple.

Texte II. — 1. Tel ne sort pas de la porte extérieure de son habitation et n'en a point de regret. (App.)

(Dès qu'il voit tout ce qui se passe chez lui, il peut tout y bien gouverner.) Quand on sait qu'il y a lieu de ne pas sortir ou bien empêchement. Com. II.

2. Mais s'il ne passe pas la porte intérieure de la maison [1], il éprouvera les mauvais effets de cette conduite. (Ne voyant que partiellement ce qui se passe chez lui, il pourra lui arriver des désagréments.) (App.)

(Il manquera le point de temps extrême pour faire le nécessaire selon les circonstances. Com. II.)

3. Qui n'observe pas les lois s'en repentira suffisamment par la suite et se lamentera sans que personne ait besoin de le blâmer. (Ou bien : s'en repentira si amèrement que personne n'aura le courage de le blâmer.)

4. Les lois observées pacifiquement donnent la prospérité (et perpétuent le règne de la justice. Com. II.)

5. Appliquer doucement les lois est une condition de prospérité. En procédant ainsi, on se rendra illustre ; — car on remplit alors ses fonctions parfaitement. Com. II.

6. Les lois dures ont des conséquences très fâcheuses pour la prospérité. Le repentir (causé par leur violation) s'effacera. (App.) Leur force et valeur s'épuiseront. Com. II. (Quand le peuple sent que les lois sont cruelles, il les viole sans scrupule ni repentir.)

Note. — Cette section indique la mesure à garder et pour la conduite de sa famille et pour l'exercice de l'autorité. Elle recommande surtout la douceur et la modération et indique les conséquences d'une dureté excessive, comme celles de la violation des lois.

[1] Porte du quartier intérieur, du quartier des femmes.

Symbolisme. — L'eau au-dessus d'un marais forme le koua de *tsieh,* règle, mesure. Le grand et sage règle tout avec modération et apprécie les actes de vertu.

Koua LXI.

☴☱ 中 *Tchông :* juste milieu, vertu, droiture, sincérité, absence d'égoïsme, fidélité digne de confiance (fou).

Texte I. — La droite sincérité inspire confiance et émeut jusqu'aux porcs et aux poissons [1], c'est une source de bonheur; elle fera traverser les difficultés et mènera à une prospérité assurée.

Texte II. — 1. Une circonspection ferme est heureuse; une conduite différente n'amènera pas de sujet de joie. (Si ces dispositions changent. Com. II.) (App.) Il faut une paix intérieure vigilante, autrement pas de joie.

2. La grue appelle du lieu de sa retraite et ses petits lui répondent dans un même sentiment. (De même le sentiment de la concorde fait dire :) j'ai une coupe d'excellent vin, je veux la vider avec vous (d'un désir qui a sa racine au centre du cœur. Com. II). Cela représente la concorde, deux oiseaux se répondant, deux hommes idem. (App.)

3. Si l'on reçoit un rival (un égal), tantôt on est excité (on bat le tambour), tantôt on est comme abattu; tantôt on pleure, tantôt on rit (selon que l'on a à craindre ou non, qu'on triomphe ou non, et, en ce cas, le juste milieu ne peut plus être observé). On ne garde plus une attitude convenable à sa position. Com. II. Ayant perdu le *tchông,* on n'est plus maître de soi ni de ses mouvements.

4. La lune qui approche de sa plénitude (est au *tchông*). (App.) Un

[1] Porcs et poissons : La Siao-hio contient une histoire édifiante où nous voyons un enfant pieux casser la glace au plus fort de l'hiver pour attraper un poisson et le servir à sa mère. Deux carpes sortent du trou et se mettent d'elles-mêmes sous sa main. (Voy. liv.VI, § 28, de ma traduction.)

cheval [1] qui quitte ses compagnons (pour être employé à de plus nobles usages) n'a point de regret (et observe ainsi le milieu). (App.)

Note. — Image de celui qui, avançant en dignité, s'approche davantage du prince, et de celui qui rompt avec ses égaux pour monter en rang et en dignité. (Com.)

5. Un attachement sincère et fidèle est sans repentir.

6. Si le faisan rouge voulait s'élever dans le ciel, l'issue de cette tentative serait funeste. — Comment pourrait-il réussir ? Com. II. (Image de l'ambition excessive qui ne peut qu'échouer). (App.)

Cette section indique les différentes vertus qu'implique le *tchông* ou juste milieu : circonspection ferme (1), esprit de concorde (2), attachement sincère (5), son maintien dans l'avancement (4); et les défauts qui lui sont contraires : ambition ou cupidité (6), trouble causé par la rencontre d'un ennemi (3).

Com. I. — Juste milieu et sincérité. Douceur à l'intérieur, fermeté gardant le juste milieu ; satisfaisant tout le monde, condescendant, fidèle et droit, on améliorera le pays ; la confiance s'étendra jusqu'aux porcs et aux poissons, on traversera les difficultés comme un fleuve que l'on passe monté sur un vaste vaisseau de bois.

Le milieu ferme donne l'avancement et l'achèvement, et fait correspondre aux vues du ciel.

Com. II. — Le vent au-dessus d'un marais forme le koua *tchông fu*. Le sage, en examinant soigneusement les causes judiciaires, restreint les peines capitales.

Note. — Ceci ne peut encore être qu'un cas de droiture ferme.

[1] La figure du cheval est fréquemment employée. La monnaie du cheval = les honoraires du médecin. Le cheval conducteur est le précepteur du prince.

Koua LXII.

☳☶ 小過 *Siaò kouoh :* (petit, peu, ou des petits), avancement, manquement, défaut, avancer, dépasser, passer à côté, transgresser.

Texte I. — Petit avancement. En toute la série de ses actes, le petit peut faire de petites choses, mais point de grandes. C'est comme le bruit fait par le passage d'un oiseau, il ne peut pas grandir, mais seulement diminuer, baisser (1er sens).

Com. I. — Si en avançant le petit agit selon les circonstances et qu'il garde le juste milieu, les petites affaires qu'il fera réussiront. Le fort qui perd sa dignité et ne garde pas le milieu ne peut plus, par cela même, rien faire de grand. Il est représenté ici sous la figure de l'oiseau volant; le bruit de son vol ne peut s'élever, mais uniquement diminuer. — Le grand résiste, le petit cède.

Symbolisme. — Cet hexagramme représente le tonnerre au-dessus d'une montagne. *Kouoh* est manquement. — Le sage, dans ses actions ordinaires, manque par respect insuffisant. — En cas de deuil, on manque quant aux vêtements; dans les dépenses journalières, on manque par rapport à l'économie.

Texte II. — 1. L'oiseau qui vole trop haut aura malheur.

2. Si l'on veut laisser de côté et dépasser son grand-père, on rencontrera sa grand'mère; celui qui veut éviter le prince (ne point aller à lui) rencontrera son ministre. — Celui-ci ne peut être laissé de côté. Com. II. (App.)

Note. — Ces deux proverbes veulent dire que, quand on veut éviter indûment une chose que l'on redoute, on en rencontre une autre toute semblable ou pire. C'est éviter Charybde pour tomber en Scylla.

3. Que l'on ne manque pas des précautions nécessaires pour se garder, ou il se trouvera quelqu'un pour vous attaquer et nuire. (App.)

4. Sans avoir commis de faute ni excédé, manqué en rien, il peut survenir des dangers, des rencontres à craindre; que l'on soit toujours en garde, car autrement on ne peut avoir une prospérité toujours constante. — A la fin elle ne pourra durer. Com. II.

5. Malgré d'épais nuages il ne pleut pas de nos contrées de l'ouest; (manque d'eau, sécheresse) [1]. (Situation trop élevée. Com. II.) Le prince tire et atteint les animaux dans leur caverne. (Manque d'habileté; ce prince ne tire qu'au gîte) [2]. Cela indique les hommes incapables de grandes choses. (App.)

6. Ne rencontrer personne qui nous dépasse, comme l'oiseau volant qui laisse tout en dessous, cela peut s'appeler un mal, une chose funeste. — On devient orgueilleux, opiniâtre. Com. II. (App.)

Note. — Tout en ceci se rapporte aux notions d'excès, défaut, manquement, à leur nature, leur fréquence, leurs suites.

Koua LXIII [3].

☵☲ 旣濟 *Tchi tzi* : traversée achevée, achèvement, succès, moyen d'achever, compléter.

Texte I. — Traversée accomplie; premier succès; mais le succès suivant peut être faible, car, après un commencement heureux, il peut survenir trouble et danger.

[1] Image de celui qui, possédant les biens, les faveurs à distribuer, n'en fait point part au peuple. (*Tcheou-Yih p. t. n. k.*)

[2] Ou : manque de sentiments généreux; conduite peu honorable. Ces deux phrases sont proverbiales.

[3] Les commentaires montrent parfaitement que les deux dernières sections n'en font qu'une seule, partagée arbitrairement. Les idées de « traversée s'opérant, achevée ou interrompue » s'y entremêlent constamment. Ainsi la *Paraphrase*, comme le *Tcheou-Yih*, voit au T. II, 1, un char dont la roue s'est détachée et ne peut plus aller; un jeune renard arrêté par le poids de sa queue mouillée; et l'on ne peut dire qu'ils ont tort. Il en est de même du § 2.

Note. — Le second texte développe ces différentes idées : traversée finie, heureuse expédition, affaire heureusement terminée ; obstacle, dangers ; moyens de réussir, précautions à prendre.

Texte II. — 1. Traversée achevée comme celle de quelqu'un qui, ayant fini son voyage, reprend les roues de son char, ou d'un renard qui, tout en traversant une rivière, a mouillé sa queue complètement.

2. Voyage fini (interrompu), comme d'une femme qui, ayant perdu le voile de son char [1], ne peut le chercher, mais le retrouve seulement après quelques (sept) jours [2]. — Elle agit ainsi parce qu'elle suit la voie de la sagesse. Com. II. (App.)

3. Expédition achevée. — Kao-tsong [3] attaqua la région des démons et, en trois ans, acheva son triomphe. Un prince vulgaire n'eût pu le faire. — Il eut beaucoup de peine. Com. II.

4. Lorsque les bords, les franges d'un habit se mouillent, il faut être sur ses gardes jusqu'au bout de la traversée. (Ou bien : lorsqu'en bateau on est obligé d'employer les bords de ses habits pour boucher les trous, etc.) — Il y a lieu de craindre alors. Com. II. (Moyen d'arriver au terme, précautions à prendre.)

5. Tel voisin de gauche (est) sacrifie un bœuf, mais il n'atteint pas le mérite de son voisin de droite (ouest), qui fait un sacrifice très inférieur. — C'est la droiture d'intention (et non l'œuvre matérielle) qui fait obtenir le bonheur, condition de la réussite, d'un achèvement heureux. — Ainsi arrive grand bonheur. Com. II.

6. Celui qui, en traversant (un fleuve), se mouille la tête, est en danger (si la tête même entre dans l'eau). — Cette situation est dangereuse, on ne peut en prévoir l'issue. Com. II.

[1] *Keū tchi pi*, tenture qui entourait le char et cachait la personne qui le montait. Sans ce voile une femme vertueuse ne peut voyager. Son voyage est donc fini jusqu'à ce qu'elle le retrouve et elle ne peut aller à découvert pour le chercher.

[2] Ou en acquiert un autre.

[3] Empereur de la dynastie Shang ; régnait vers 1300 et resta cinquante-neuf ans sur le trône. Les démons dont il s'agit sont les aborigènes insoumis et déprédateurs.

Note. — Ceci est une phrase proverbiale; indique les obstacles et les précautions à prendre en une traversée, une affaire.

Com. I. — *Tchi tzi* = traversée accomplie, réussite, progrès. Les petites affaires réussissent aisément. On réussit facilement quand petits et grands, forts et faibles, sont droits et justes et chacun en sa place et son rang. Un bon commencement peut avoir des suites funestes quand la sagesse des personnes s'épuise.

Symbolisme. — L'eau par-dessus le feu forme le koua. Le sage, par sa prévoyance et sa crainte prudente, se garde contre les dangers et reste en paix.

Note. — Cette section semble n'en faire qu'une avec la suivante, leurs diverses parties se correspondent et s'entre-croisent, en sorte que l'une ou l'autre serait mieux placée dans la section où elle n'est pas. Le § 6, par exemple, semble appartenir à la section suivante.

Koua LXIV.

☲☵ 未濟 *Wéi-tzi :* traversée non achevée, œuvre non achevée, succès interrompu, compromis. — Succès non complet; chose non achevée, non menée à bonne fin.

Texte I. — Succès compromis, œuvre non achevée; c'est comme un jeune renard mis en péril en traversant un fleuve. Son derrière s'enfonce dans l'eau par le poids de sa queue; il ne réussit pas (à échapper à ce péril). — L'heureux commencement ne continue pas. (Com. I) [1].

Symbolisme. — L'eau par-dessous le feu forme le koua. Le sage use de la plus grande circonspection et attention pour distinguer les hommes et les choses et la position qu'ils doivent occuper.

[1] Ce commentaire ajoute : Bien que n'étant pas en leur place, les lignes pleines et coupées se correspondent. Ce qui ne répond pas du tout à l'explication ni même à la figure où la ligne 1 (en dessous) correspond à la ligne 4 qui est pleine.

TEXTE II. — 1. La queue s'enfonçant dans l'eau constitue un danger. — On ne sait pas comment cela finira COM. II. (Cp. LXIII, 1.) Suite de l'imprudence et de la présomption. (App.)

2. Enlever sa roue (de son char) après le voyage, cela veut dire avoir achevé, réussi.

3. Quand tout n'est pas encore en ordre (2e sens), on doit corriger les défauts (des hommes et des choses) et alors on triomphera des difficultés. (Moyen d'achever la traversée, l'œuvre.) Il y a vice quand chacun n'est pas en son rang et en sa place. COM. II.

4. Une fin heureuse, ne laissant aucun regret (telle est celle de Kao-Tsong); se levant, il attaqua et vainquit le pays des démons, en trois ans. Il eut sa récompense dans son immense puissance et domaine. — La conclusion est heureuse quand le but est atteint, la volonté satisfaite. COM. II. (Cp. LXIII, 3.)

5. L'achèvement est heureux et sans regret quand l'éclat du sage (sa vertu) est pur et solide. — Il réussit quand son vif éclat se répand au loin. COM. II.

6. Celui qui, sans aucun souci, se plonge la tête dans le vin et les spiritueux, perdra la droiture et la bonne fortune (se réfère à LXIII, 6). Il méconnaît la modération. COM. II. (App.)

Note. — Tout ceci traite du succès achevé, de ses moyens, de ses obstacles et de la manière de les vaincre. Le § 4 ajoute un exemple.

COMMENTAIRE VI.

Aux parties traduites jusqu'ici, nous croyons devoir ajouter le sixième appendice du Yih-King, dont il a été parlé vers la fin de notre Introduction. Il montre, en effet, que son auteur concevait le plan et la nature du Yih, comme je le fais ici, et avait conservé un souvenir intact du sens des mots qui forment les en-têtes et les objets des soixante-quatre sections.

Il y a certainement quelques différences entre ses explications et les miennes, mais elles sont tout à fait accessoires.

La plus importante est l'absence du koua 31. *Kán :* « affection, sentiments excités ». Faut-il croire qu'il n'existait point dans le texte dont s'est servi le commentateur? Ce serait une hypothèse peu probable. Il nous semble plus admissible que quelques mots sont tombés du texte du commentaire lui-même. La dernière phrase de la section première contient le mot *K'an han* avec le même sens. Il suffit de quelques mots de plus pour le faire entrer dans la série des termes expliqués, d'autant plus que la phrase finale de la section I n'a pas la même forme que toutes les autres.

Parmi les mots auxquels notre auteur donne un sens différent et tout propre à lui, nous citerons *Shih ho* (21) auquel il attribue celui de « correspondre » (*ho*) et *li* (30) qu'il fait égal à *li* « dévoué, attacher à ». Ces significations ne sont nullement ordinaires et se justifient difficilement, à moins qu'on ne suppose une substitution de termes dans le texte que nous possédons. Il est plus probable que l'auteur aura forcé le sens pour arriver à ses fins et poursuivre son mode d'explication à travers tout.

Peut-être qu'à son époque les deux *ho* et les deux *li* s'écrivaient de la même manière??

Nos lecteurs, nous le pensons bien, trouveront que l'enchaînement établi ici entre les divers sujets des chapitres n'est pas très naturel. Nous sommes entièrement de leur avis et nous ne plaiderons certainement pas la cause de l'inventeur, qui a voulu faire accorder ce qui est sans rapport. L'important, du reste, est uniquement dans le sens de ces mots que l'on a trop longtemps négligés et qui donnent pourtant la clef de l'interprétation du livre

mystérieux que plus de quinze cents interprètes et plus de vingt-cinq siècles de travail n'avaient pu éclaircir. Si l'on veut bien comparer ses explications avec les significations que nous avons données à ces mots avant d'avoir lu ce commentaire, on verra que nous nous sommes partout, ou peu s'en faut, rencontré avec lui. Cette coïncidence merveilleuse pourrait-elle être l'effet du hasard et le fruit d'une erreur?

COMMENTAIRE VI.

Ordre des hexagrammes d'après leur signification.

Il y eut (d'abord) *k'ien,* le ciel (1), et *kven,* la terre (2), puis tous les êtres particuliers naquirent. Ce qui croît entre le ciel et la terre ce sont ces êtres, c'est pourquoi le ciel et la terre sont suivis de *tchun* (3). *Tchun* c'est croître; la croissance est le commencement de la naissance des êtres. Quand les êtres naissent, ils sont incomplets, informes; c'est pourquoi « pousser » est suivi de *meng,* incomplet, non encore formé (4), ce qui est incomplet, frêle encore et délicat; tout être en cet état ne peut se passer de nourriture, c'est pourquoi délicat, non formé, est suivi de *su,* opposition, pluie (5).

La pluie est le moyen de produire les aliments. Mais les aliments sont immanquablement l'objet de différends; c'est pourquoi *su* est suivi de *song,* « procès, dispute, appel au prince » (6).

Les procès soulèvent tout le monde; aussi *song* est suivi de *sze,* foule, peuple (7). *Sze* c'est « tous, la foule »; et comme les hommes doivent être unis, *sze* est suivi de *pi,* « unir, égaler » (8). Pour être unis, il faut qu'on soit « formé, élevé; » aussi *pi* est-il suivi de *siao tchu,* « élever, former, *éduquer* » (9) quelque peu (ou les petits). Quand les êtres sont ainsi éduqués, ils ont alors des rites (à suivre); c'est pourquoi *tchu* est suivi de *li,* « marcher, se conduire » (10).

Si la conduite est bonne et paisible (*t'ai*), on vit en paix; c'est pourquoi *li* est suivi de *t'ai* (paisible, concorde) (11). La concorde implique pénétration harmonique (*tong*). Or, comme tous les êtres ne peuvent pas toujours être en harmonie, *t'ai* est suivi de *pei,* opposition (12).

Cette opposition ne peut pas non plus être perpétuelle; aussi *pei* est suivi de *tong*, union (13). A celui qui cherche l'union, les êtres doivent venir; c'est pourquoi *tong* est celui de *ta yeu* (14), « grande possession ». A qui a grande possession, on ne peut rien ajouter; c'est pourquoi la grande possession est suivie de *k'ien*, bienveillance et complétion (15). Celui qui a de grands biens peut être bienveillant, digne et stable, satifait, *yu* (16). Celui qui est digne est obéi; c'est pourquoi *yu* est suivi de *sui*, soumission (17). Ceux qui obéissent avec joie reçoivent des charges et l'administration des affaires; c'est pourquoi *sui* est suivi de *ku*, « délibération, réflexion » (18). *Ku* est synonyme de *sze*, affaires, service. Celui qui est chargé des affaires acquiert grand pouvoir; c'est pourquoi *ku* est suivi de *lin*, « charge, fonction » (19). *Lin* signifie « grandeur, haute position, grande affaire ». Quand une affaire, une position est élevée, elle paraît avec éclat, *kwén* [1]; c'est pourquoi *lin* est suivi de *kwén*, « voir, paraître, dignité extérieure, etc. » (20).

Ce qui se montre trouve facilement ce qui y correspond; c'est pourquoi *kwén* est suivi de *shih ho* (21). *Ho* est la même chose que *ho*, correspondre.

Mais il ne suffit pas que les choses correspondent tellement quellement; c'est pourquoi *ho* est suivi de *pi*, « art, éclat » (22).

Ce qui a de l'art est ornementé, ce qui est orné se perfectionne, puis arrive à son achèvement; c'est pourquoi *pi* (art) est suivi de *poh*, « se dégrader, dépérir, détruire » (23).

Mais les êtres ne peuvent pas toujours s'achever et se détruire, un premier épuisé en fait recroître un second; c'est pourquoi *poh* est suivi de *fu*, restaurer (24). Ce qui est « restauré, réparé » est sans défaut, c'est pourquoi *fu* est suivi de *wu wang* (25), sans trouble. Ce qui est sans trouble, désordre ou vice, peut être convenablement formé et entretenu; de là vient à la suite *ta tchu*, « grande formation, grand entretien ». Les choses ainsi entretenues se nourrissent et se développent (*yang*) (27); aussi *ta tchu* est-il suivi de *I*, « entretenir, soutenir », car *I* égale *yang*, « entretenir, nourrir ». Mais si elles ne sont pas nourries, soutenues, elles ne sont pas capables d'agir; c'est pourquoi *I* est suivi de *Ta kouoh*, « grand défaut, manquement, etc. » (28).

[1] Quand une chose est grande, elle se voit aisément, ou attire les regards.

Or, les êtres ne peuvent pas être indéfiniment défectueux (sans périr); c'est pourquoi *Ta kouoh* est suivi de *k'an*, péril (29); or, *k'an*, péril, est égal à *han*, « impliqué dans ». Celui qui est en péril trouve quelqu'un qui lui est dévoué, attaché (*li*); c'est pourquoi *k'an* est suivi de *li* (30); or, *li* (cl. 198) est égal à *li* (172), attaché à.

SECTION II.

Après qu'il y eut *ciel* et *terre*, les êtres particuliers existèrent. Tous les êtres existant, il y eut homme et femme. Homme et femme existant, il y eut, après cela, mari et femme. Après mari et femme, il y eut père et fils. Après père et fils, il y eut prince et sujet. Après prince et sujet, il y eut grands et petits. Lorsqu'il y eut grands et petits, il y eut des rites et un droit; il y eut ce qui forma les distinctions.

Les relations entre mari et femme sont d'une nature essentiellement durable; c'est pourquoi ce qui suivit dans l'ordre des koua fut *tan*, constance, durée perpétuelle (32); *tan* est durée.

Les êtres ne peuvent rester très longtemps en leurs places propres, c'est pourquoi ce qui suit est *t'un* (33) « se retirer », car *t'un* (cl. 162) = *t'sin*, se retirer, vivre retiré.

Les êtres ne peuvent pas toujours se retirer, décroître; c'est pourquoi *ta tchwang*, « grande force » (34), suit. Un même état de force ne pouvant subsister toujours, elle est suivie de *tsin*, « avancement, croissance » (35). *Tsin* est identique à *tsin* (163) « avancer ».

En avançant, on rencontre des causes de nuisance; de là vient à la suite *ming-i* (lumière), attaquée (36). *I* est identique à *shāng*, « blesser, endommager, détruire ». Blessé à l'extérieur (le guerrier) doit rentrer à la maison, d'où suit *kia*, « famille, maison » (37).

Quand la sagesse d'une famille s'épuise, il naît des actes méchants (*kvai*); c'est pourquoi *kia* est suivi de *kvei*, opposition, dissension (38), car kvei = kvai; *kvai* est ce qui a des difficultés; c'est pourquoi il est suivi de *kien*, « difficulté, danger » (39). Ces difficultés ne peuvent durer toujours, d'où vient que *kien* est suivi de *kieh*, « délivrer, faire échapper » (40). *Kieh* = *hvau*, relâche, aise. En cet état d'aise et repos, il y a nécessaire-

ment des pertes; d'où vient que *sun,* « perdre, diminuer » (41) le suit. Quand les pertes finissent [1], alors il y a augmentation; c'est pourquoi *yi,* « augmenter, grand » (42), suit *sun.* Quand la croissance, l'augmentation, ne finit point, alors il arrive certainement une dispersion, c'est pourquoi *yi* est suivi de *kvái,* « séparer, distinguer, décider, disperser » (43). Dans la dispersion, la séparation, on rencontre certainement quelque chose; c'est pourquoi *kvai* est suivi de *heou,* réunir, unir sexuellement, etc. (44). *Heou* = *yu* (162) [2], rencontrer, s'unir, etc.

Lorsque les êtres se rencontrent, il en résulte une agrégation; c'est pourquoi *heou* est suivi de *ts'ui,* « réunion, agrégation » (45). Lorsque réuni, on monte, on appelle cela *shang,* s'élever, avancer; c'est pourquoi *shang* (46) vient après. Monter sans s'arrêter produit la peine; c'est pourquoi *shang* est suivi de *k'van* (47), être en peine, en détresse, *k'van.* Celui qui s'élève dans cette détresse redescend certainement; aussi *k'van* est-il suivi de *tsing,* « puits, serrement » (48) [3]. La manière d'être désignée par *tsing* doit nécessairement être changée, c'est pourquoi suit *ko,* « changement » (49).

Parmi les choses qui changent la nature des êtres, il n'y a rien de tel que le chaudron [4]; c'est pourquoi *ko,* chaudron (50), vient après. Pour présider aux divers ustensiles (du sacrifice), nul ne convient mieux que le fils aîné; c'est pourquoi *ko* est suivi de *tchan,* tonnerre (51). *Tchan* est ce qui met en mouvement. Ce mouvement ne pouvant toujours durer, on doit l'arrêter; c'est pour cela que suit *kan,* « ferme » équivalent de *tchi,* arrêter. L'arrêt ne pouvant toujours durer est suivi de *kien,* « aller, se marier, etc. » (53). *Kien* = *tsin,* aller en avant; quand on avance, on doit bien à la fin retourner; c'est pourquoi *kvai,* retourner, retourner chez soi, etc. (54), suit *kien* (et *kvai mei,* marier une jeune sœur), arriver à ce vers quoi on retourne, procure la grandeur; c'est pourquoi suit *fang,* prospérité, abondance. L'abondance, *fang* est *ta,* grandeur. Celui qui perd sa grandeur perd sa position, sa demeure; c'est pourquoi *fang* est suivi par *lü,* passager, voyageur (56), le voyageur qui n'a point de demeure fixe; c'est pourquoi

[1] Texte : « ne finissent pas », ce qui ne peut être.
[2] L'auteur a sans doute lu *heou* (162) au lieu de *heou* (38).
[3] *Tsing,* puits, est pris ici comme « lieu étroit, où l'on étouffe ».
[4] Qui change ce qu'on y cuit.

lü est suivi de *sun*, entrer dans, pénétrer (57) (proprt. : douceur insinuante, s'insinuer). *Sun* = *zhu*, pénétrer, s'insinuer; entré (le voyageur) est satisfait, en repos; c'est pourquoi *tui* (58), satisfaire, réjouir, suit *sun*. La joie s'étend, se répand; de là *tui* est suivi de *hvan*, s'étendre, se séparer, se répandre, divisé (59). Cette division ne peut aller à l'extrême; c'est pourquoi *hvan* est suivi de *tsieh*, « règle » (60). Quand les règles sont observées fidèlement, on garde le juste milieu; c'est pourquoi *tchong fu* suit (61). Quand on les respecte, on les observe en pratique, c'est pourquoi *siao kuoh*, petit manquement, suit (62). Ce qui a un défaut, qui est incomplet, doit être corrigé (complété); c'est pourquoi *siao kouoh* est suivi de *tchi-tzi*, ce qui est corrigé (traversée achevée), ce qui est achevé (63).

Mais les êtres ne peuvent être parfaits (ou complètement épuisés); suit donc *wei tsi*, achèvement incomplet, traversée incomplète (64), et c'est tout.

COMMENTAIRE VII.

Sens des kouas mêlés.

L'auteur de ce commentaire a eu pour but de donner une liste des notions figurées par les hexagrammes, en les groupant par catégories d'idées. Ce ne sont point tant les significations des mots représentant les hexagrammes ou représentés par eux, tels que *k'ién* 1, *kv'ĕn* 2, etc., que certaines qualités ou vertus des objets désignés par ces mots.

Tout n'est pas d'égale valeur dans cet appendice; quelques explications sont justes et bien trouvées, d'autres sont cherchées fort loin et très peu probables, pour ne pas dire davantage. Nous les donnerons toutefois, parce qu'elles prouvent une fois de plus que les recherches de pronostics étaient très éloignées de l'esprit du premier rédacteur du Yih.

Ce catalogue est dressé sous forme poétique et le mètre oblige souvent l'auteur d'ajouter des mots superflus; nous les laisserons de côté.

Cette énumération procède par adjonction ou opposition de groupes de deux kouas dont les chiffres se suivent en ordre direct ou inverse : 1, 2; 8, 7, etc. Les huit derniers seulement sont ajoutés pêle-mêle, bien qu'il fût

très facile de les distribuer par paires comme les autres et que leur signification semblât même le demander. Voyez, par exemple, *Tchi tsi* et *Wei tsi*, 63, 64. *Kien* et *Kvei mei*, 53, 54.

Un commentaire énonce l'opinion que ce désordre n'est pas le résultat d'une erreur, d'une altération du texte, mais que l'auteur l'a fait ainsi pour les facilités de la rime. (Voir *Kien pen wu king*, dernier feuillet, fin.)

Quelques mots sont interprétés ici autrement que dans le texte. Ce sont spécialement *yu* (16), qui est pris dans une acception dont le texte ne tient pas compte, *kien*, dont l'explication la plus naturelle serait ici « traite légèrement », et *shih-ho* qui, comme au Com. VI, a une explication toute particulière, bien que les deux commentateurs ne s'accordent point en ce qui concerne ces deux expressions. Ici *shih-ho* est mis en relation avec les aliments ou la manducation, au lieu de conserver sa signification de « discours, pourparlers ».

L'auteur n'a pas toujours tenu compte du sens que ces mots avaient dans le texte et s'est arrêté à celle de leurs significations qui lui était le mieux connue.

---

1. *K'ien*, (ciel), force.
2. *K'ven*, (terre, principe passif), faiblesse.
8. *Pi* (unir), joie.
7. *Sze* (peuple, magistrat), inquiétude, préoccupation.
19. *Lin* (fonctionnaire), don.
20. *Kwên* (regarder), recherche.
3. *Tchun* (pousse), se manifeste sans perdre sa place.
4. *Meng* (intelligence non formée), lueur dans l'obscurité.
51. *Tchan* (tonnerre), fait lever.
52. *Kan* (se retirer), arrête.
41. *Sun* (diminuer), commence la destruction.
42. *Yi* (augmenter), commence l'achèvement.
26. *Ta tchu* (entretien), se fait en son temps.
25. *Wu Wang* (sans blâme, sans faute), se rapporte au jugement céleste.
45. *Tsui* (agrégation), réunit.
46. *Shang* (monter, s'élever), ne vient pas vers (un autre).
15. *K'ien* (respectueux), est traité légèrement.
16. *Yu* (gravité, dignité, aise, négligence), néglige, est à l'aise.
21. *Shih-ho* (parler piquant, broyé en bouche), se réfère aux aliments.
22. *Pi* (art, ornement), à ce qui est sans couleur.
58. *Tui* (satisfaction), se manifeste.
57. *Sun* (douceur, insinuation), s'abaisse.

17. *Sui* (suivre, respect), est sans faux prétexte.
18. *Ku* (délibération), suit règles et mesure.
23. *Poh* (endommager, nuire), se détruit.
24. *Fu* (renouveler), restaure.
35. *Tsin* (croissance de la nature), a le plein jour, soleil luisant.
36. *Ming-ī* (lumière frappée), a les ténèbres.
48. *Tsing* (puits), pénètre.
47. *K'wan* (détresse), rencontre, amitié, secours.
31. *Kán* (émouvoir), effet suivant la cause.
32. *Hang* (constance), est durable.
59. *Hvan* (extension), disperse.
60. *Tsieh* (règle, mesure), rend stable.
40. *Kieh* (délivrer), donne l'aise.
39. *Kien* (obstacle), crée des difficultés.
38. *K'wei* (opposition), rend étranger, exclut.
37. *Kia* (famille), inclut, renferme en soi.
12. *P'i* (opposition), et
11. *T'ai* (perméation, rapport intime), ont des objets opposés.
34. *Ta tchwang* (grande force), rend stable et ferme.
33. *T'un* (retiré), écarte, rend isolé.
14. *Ta yeu* (grande possession), indique la grande quantité.
13. *Tong* (concorde, harmonie), affection.
49. *Ko* (changer), abandonne l'ancien.
50. *Tsing* (chaudron), reçoit le nouveau.
62. *Siao kouoh* (petit excès), dépasse, excède.
61. *Tchong* (milieu), est sincère et juste.
55. *Fang* (abondance), a beaucoup.
56. *Lü* (étranger), a peu d'amis.
30. *Li* (splendeur, succès, lumière), s'élève.
29. *Khan* (danger, s'exposer), s'abaisse.
9. *Siao tchu* (entretien des petits), laisse pauvre.
10. *Li* (marcher), est l'opposé du repos.
5. *Su* (arrêt, obstacle), n'avance pas.
6. *Song* (procès), détruit l'amitié.
28. *Ta kwoh* (grand excès), détruit.
44. *Heou* (marier), fait rencontrer, unit. (Le faible y rencontre le fort, l'épouse son époux.)
53. *Kien* (se marier), retourner chez ses parents. (La femme retourne et attend que l'homme vienne.)
27. *I* (entretien) nourrit, entretient, rend juste.
63. *Tchi-tsi* (achevé), constitue solidement.
54. *Kvei-mei* (marier une jeune fille), est la fin de la jeune fille.
64. *Wei-tsi* (inachevé, échec), est la perte de l'homme.
43. *Kvai* (distinguer), sépare. Ainsi le fort décide du faible. La doctrine du sage fait prospérer; celle de l'homme vulgaire ne produit que peine.

APPENDICE I.

Extraits de commentaires philologiques [1].

Koua I. — Texte II. 1. Le dragon caché, dans l'abime, c'est le principe actif encore au fond de l'être avant qu'il ait commencé à agir; c'est l'ensemble de l'être intellectuel avant qu'il entre en mouvement. Le dragon caché est le point suprême de l'être suprasensible.

Ceci, dit de l'homme, désigne l'état de recueillement, où l'on se garde intérieurement et n'agit point à l'extérieur.

2. Le dragon se montre; c'est le principe actif, la sève atteignant chaque objet et le mettant en mouvement et vie.

Le grand, qui se montre tel, répand ses bienfaits.

4. Le dragon sautant dans l'abime; le principe actif va et vient, avance et recule en produisant et mouvant les êtres.

5. Il monte dans le ciel. C'est lui qui produit la pluie. (Ceci est une croyance populaire chinoise.) Quant à l'homme, c'est la sainteté suprême sur le trône du fils du ciel.

6. La tête du dragon est la supériorité impérieuse, oppressive. Le grand doit être respectueux de tous. Rien de pire que la force oppressive.

Koua II. — Texte II. 1. Ceci a trait au temps où la substance (*khi*) du principe réceptif (*yin*) se condense et coagule (pour commencer à agir sous l'impulsion du principe actif; cette substance est d'abord en purs atomes séparés, indépendants. Avant d'agir, ils doivent se coaguler; litt. congeler). — Le sage prend ici les choses à la première naissance du *Yin* et montre sa croissance par l'exemple de son commencement.

2. Douceur concédante, rectitude ferme, tels sont les caractères de la terre. La grandeur est dans la vertu sans limite : elle fait tout et suit la voie droite sans avoir rien appris. (On voit que les commentateurs prennent les termes du § 2 dans le sens figuré.)

4. Le sac fermé est le modèle du sage. A cause des difficultés et des dangers, il faut délibérer, être prudent, méditer en son cœur (ne point se livrer et garder ses secrets, imiter le sac fermé dont on ne peut voir l'intérieur). (*Ou-k.*)

Le sac fermé est le modèle de la prudence, de la sollicitude vigilante; capable, perspicace, minutieux, soigneux des petites choses, le commerçant prospère.

[1] Ces extraits sont pris çà et là au milieu d'un flux d'explications de tous genres roulant sur les lignes et les pronostics et ne donnant rien de sérieux ni de digne d'attention. On en verra un spécimen à la fin de cet appendice.

5. Le vêtement jaune représente l'éclat extérieur de la vertu (?).

6. C'est la lutte des deux principes. Quand le *yin* est arrivé à sa plus grande puissance et action, le *yang* lui résiste (sans quoi le *yin* seul dominerait), et, de là, une lutte qui rétablit l'équilibre; mais dans cette lutte l'un et l'autre sont atteints.

Koua III. — Texte I. *Tchun* est le commencement de la naissance, le bourgeonnement, non encore apparent à l'extérieur, et conséquemment: difficulté, obstacle, arrêt. L'hexagramme représente les principes en relation et éprouvant de la difficulté par suite de l'action réciproque.

Texte II. 1. *Pwān hwan,* litt. avancer difficilement.

2. Arrêt, difficulté, comme incapable d'avancer, comme un cheval attelé, arrêté; comme une jeune fille qu'un bandit veut épouser.

3. Le gibier, etc., représente l'homme qui ne règle pas sa pensée, mais la laisse se porter vers le mal et le suivre.

5. Arrêt de la sève. C'est quand elle se forme, devient onctueuse, mais ne parvient pas à se répandre. C'est l'activité arrêtée. Dans les petites affaires, si l'on reste droit et juste, on pourra réussir (malgré les obstacles). Dans les grandes, comme il est difficile de rester intègre, on échouera.

6. C'est lorsqu'on manque une affaire, qu'on ne peut sauver quelqu'un, que les difficultés font reculer et qu'on reste dans la crainte du danger et de la perte.

Les difficultés poussées à l'extrême empêchent tout gouvernement, toute bonne réglementation. Les hommes troublés, bien que périssant, ne savent pas régler leurs désirs. Les difficultés extrêmes font réussir les saints et coupent le mal.

Koua IV. — *Meng* est le commencement de la naissance, quand l'intelligence est encore obscure et non éclairée.

Koua V. — Dans les difficultés, la sagesse s'achève par la ferme droiture. Celui-là seul qui est ferme, peut ne pas perdre sa vertu. Des gens d'ici-bas, ceux-là seuls qui savent enseigner, avertir, exciter, peuvent apprendre à être ferme et aider ceux qui ne le peuvent pas encore. L'homme ferme en sa droiture ne change pas pour les plaisirs de la table.

Il faut prêcher la prudence et la fermeté dans les obstacles et les dangers [1].

Le § 4 a rapport au danger que l'on court au service du prince.

Koua VI. — *Song* se dit surtout d'un procès commencé non encore complètement réglé.

5. Les procès engendrent mensonge et haine. (Le terme restrictif « seul, seulement » est souvent supprimé dans les phrases chinoises.)

[1] Il y a gradation dans les divers §§ et les difficultés ou dangers dont il y est question : 1. Danger négatif. 2. Obstacle à éviter. 3. Danger, position où l'on est saisi et peut être attaqué. 4. Danger de mort. Le péril n'est plus probable, mais présent, la vie est en danger par une attaque de Barbares. Tout cela a un sens moral et figuré. — Le §6 est une interpolation comme il est dit plus haut.

6. *Tchou-tze* comprend : même si on ne la lui enlève pas. Les autres : parce qu'on peut la lui enlever.

L'action auprès du prince, le procès est comme un vêtement; on ne le gagne pas par un heureux hasard, sans effort.

Koua VII. — 1. La vraie voie pour mettre une armée en campagne est de bien délibérer sur les commencements, afin de le faire avec sagesse et selon les règles.

4. Le gibier à prendre représente les brigands qui désolent les terres et qu'il faut juger, convaincre et punir.

Koua IX. — 1. C'est retourner à sa voie naturelle, se recueillir dans les vrais principes (ī) et les règles morales.

3. Le Com. *Tchong-tao*, etc., prend *tchu* dans le sens d'arrêt. C'est le char arrêté.

4. C'est le sentiment du respect qui se manifeste au dehors.

6. La vertu honorée arrive à sa perfection. Si l'on entretient le principe des choses, comme par une pluie, il atteint sa plénitude.

Koua X. — 3. Si l'homme de guerre est trop arrêté en ses dispositions belliqueuses et agit avec cruauté, son pouvoir ne durera pas.

4. Si l'on sait se tenir en garde et craindre convenablement, on aura un succès heureux.

Koua XI. — La vertu se perfectionnant arrête tous les manquements. En s'entr'aidant on remédie à toute défaillance (non durabilité).

2. Si l'on s'attache surtout à l'union, on gardera la voie du milieu. Si l'on n'oublie point ses amis, on conservera l'harmonie, la concorde.

4. Ou : quand il avertira, il n'inspirera pas la confiance.

Koua XII. — 1. Si l'on veut arracher des plantes qui se tiennent par les racines, leur union les fera réussir (à résister).

Com. *Tcheu-Yih* : L'homme vulgaire peut changer et devenir un sage; alors il sait s'occuper des intérêts du prince et ne point penser à ses propres intérêts.

2. Les mots *pao seu* sont pris par les commentaires dans le sens de couverts de honte, qu'ils ont également expliqués ainsi : L'homme vulgaire qui veut détruire le bien et n'y réussit pas est représenté par ces mots, cette figure. Mais cela n'a aucun rapport avec le sujet de la section. D'ailleurs ils tirent cette idée de la forme du koua, où les lignes pleines et coupées ne sont pas aux places réglées par l'art divinatoire.

5. Les branches de mûriers enveloppant, indiquent la prospérité, la sécurité contre toute nuisance, *p'i*.

Koua XIII. — La qualité essentielle qui fait le *T'ong zhīn* est l'absence d'égoïsme, de partialité, de camaraderie tenant de la cabale.

3. Com. *Tcheou-Yih* : Cacher ses armes et ne point se permettre de les montrer clairement, de les soulever en l'air; et craignant (les luttes), rester à observer attentivement

comme d'un lieu haut. L'homme vil aime à détruire l'union. Si l'on sait persévérer ainsi à tenir ses armes enfouies et garder la prudence pendant trois ans, on arrivera à ne plus jamais user de ses armes.

4. Bien que puissamment défendu il ne cherche pas à dominer, mais il estime la justice au-dessus de tout, ainsi que l'union.

Koua XIV. — 1. Le vrai grand n'est ni orgueilleux, ni intéressé, il ne nuit à personne. Sa grandeur ne diminue point.

Koua XV. — 2. Com. *Tcheou-Yih* : Celui qui sait respecter les principes et ne se plaît pas à y manquer, chez qui la vertu de respect est parfaite et qui, recueilli, accompli en son intérieur, manifeste ses sentiments par son action extérieure, n'a-t-il point ce respect manifesté extérieurement (retentissant au dehors)? Oui, sans doute. Ses mérites sont connus au loin.

5. Com. *Tcheou-Yih :* Même sans être riche, on peut user de ses concitoyens; ceux qui le combleront de bien, c'est tous. S'il en est qui ne se soumettent pas (au prince), il faut alors les châtier, et cet acte sera grandement profitable.

6. Litt. Le chef manifestement bon et condescendant peut user de châtiment.

Com. Quand la bienveillance respectueuse du prince a été poussée à son extrémité et est bien connue de tous, alors il doit châtier ses villes et États rebelles.

Koua XVI. — 1. C'est un homme bas qui, en possession de la puissance et ne sachant pas acquérir la dignité majestueuse, fait grand bruit (pour remplacer ce qui lui manque) et suit la voie du mal.

D'autres commentaires prennent *yu* dans le sens de paix, esprit de bienveillance et de paix, joie. Le texte I même est expliqué comme se rapportant au prince occupant le trône, obéi par le peuple, à la tête de ses officiers et de sa triple armée.

2. Rester juste et bon, garder toute mesure, c'est avoir la force de celui qui s'appuie sur le roc. Celui-là n'attendra pas la fin du jour pour voir clair dans les plus infimes détails de toute affaire; qu'il reste alors droit et juste et il aura le succès (Ou King, etc.).

3. *Ou King : Han* = regarder en haut, avec attention. S'il se plonge dans les jouissances et s'y laisse entraîner, ne se hâte point de se corriger, il en aura du regret.

5. Le ministre qui se plonge dans les plaisirs et, tout en conservant l'autorité, ne se corrige pas, a une maladie chronique dont il ne meurt pas. (*Ou k.*)

6. S'il change, il lui arrivera bonheur. (Id.)

Koua XVII. — Il s'agit du magistrat intègre auquel tous obéissent avec respect. S'il n'a pas de sentiments égoïstes, sa vertu se perfectionnera.

2. Leç. *tch'ih* et non *fû*.

6. *Ou K.* Quand on est au point suprême de la fidélité, qu'on est dans ses liens solides et qu'on ne sait s'en détacher, la fidélité étant parfaite et telle qu'on ne peut l'agrandir, on peut pénéter jusqu'aux esprits de lumière.

Koua XVIII. — *Ku* indique qu'on est occupé d'une chose ruinée, endommagée, et qu'il faut rétablir, reconstituer ; c'est le grand moyen du développement. C'est mettre en bon état les choses difficiles de ce monde. Délibérer est la base de toute affaire que l'on commence. Avant d'agir, si l'affaire est en mauvais état, on peut la remettre en ordre et ne pas la ruiner entièrement; après qu'elle est remise en état, on doit donner ses ordres, ses instructions en sorte qu'on ne la gâte pas de nouveau.

2. Tous les commentaires supposent la double négation : il tient la voie du milieu et ne manque pas à ses devoirs. (*Ou K.*)

4. Selon d'autres, c'est celui qui *néglige* les affaires de son père ou qui augmente ses soucis par la manière de gérer les affaires. (*Ou K.*)

6. C'est mettre au-dessus de tout sa propre garde et ne pas avoir de considération pour les intérêts du monde, ne pas estimer les fonctions.

Koua XIX. — 1. C'est celui qui, gardant le milieu, est soumis à l'autorité ; il réussit en ses désirs.

3. Aussi : flatter l'autorité. Si l'on se corrige on arrêtera tout repentir.

5. Litt. Une autorité pleine de sagacité.

Koua XX. — 1. Regard du gamin qui de loin fixe les gens ; c'est le fait de gens du commun.

2. Épier, regarder furtivement, propre à la femme modeste et craintive. *Niu tchĭ tcheng*

Koua XXI. — *Shih-ho.* Aussi : différend à concilier.

1. Ainsi il ne pourra avancer dans le mal.

2. Il s'agit du supplice de la question infligé à un accusé.

4. Par les difficultés vaincues, il apprendra à rester ferme et courageux.

6. Les anciens coupaient les oreilles des criminels parce qu'ils n'avaient point écouté les prescriptions des lois, des autorités.

Koua XXII. — *Pi* est l'ornement véritable qui brille intérieurement et extérieurement ; c'est un éclat réel dans lequel chaque partie a ce qui lui convient. Quand au fond solide on ajoute l'ornement, on peut ainsi prospérer et se développer; mais augmenter outre mesure l'éclat extérieur sert peu à cet avancement.

1. L'homme supérieur ne cherche pas les dignités et l'éclat, il s'orne lui-même et tout ce qu'il fait, et c'est tout ; il renonce à un char de dignité (à des dignités), d'emploi qui ne lui convient pas et est content d'aller à pied ; il préfère la vertu.

2. L'arrangement de la barbe, de la chevelure est l'image du bon soin des affaires, du bel aspect que donne la vertu.

4. Quelques commentaires rapportent le griffon blanc au jeune homme qui recherche la jeune fille; cela peint son empressement auprès d'elle ; il y vole (?).

Koua XXIII. — 1. La ruine commence par en bas et s'étend jusqu'en haut, c'est là le sens. Le grand même ne pourra se maintenir seul. Ainsi la ruine morale commence par en bas et monte.

2. C'est la ruine qui avance et monte.

3. Quand cela se fait selon la justice et pour le bien, renverser les cabales.

4. Nouvelle gradation ; en renversant on se blesse.

5. Ce sont les hôtes du souverain, traités avec générosité par lui ; ses officiers, qui trouvent, près de lui, protection et faveur.

6. Au temps de ruine, les petits soutiennent le grand vraiment sage ; ainsi il s'en fait un char. Les petits renversent eux-mêmes leur maison ; ce qui n'est pas détruit complètement peut renaître ; tel est le fruit qui n'est pas mangé.

Koua XXIV. — 1. Se renouveler dans le bien et ne plus encourir de regrets est un grand bien, gage de bonheur. La voie du sage pour se perfectionner est d'éloigner et corriger le mal.

2. Tout ceci montre comment doit être l'homme parfait. — Si l'on rétablit le bien en soi, on n'aura plus de repentir. Obéir aux supérieurs est la voie du sage. — Modéré, docile, respectueux, sincère, généreux en rétablissant le bien, on sera sans repentir. — Méditant la perfection, suivant la voie du milieu, on se perfectionnera. Si l'on s'égare dans le rétablissement de la bonne nature et commet des fautes, on s'attirera les châtiments du ciel, les calamités extérieures ; ainsi l'on ne pourra avoir une fin heureuse.

Koua XXV. — Quand on se met à agir et qu'on le fait sans commettre de faute ni de méchanceté, on prospérera, réussira, et l'on trouvera son avantage dans sa vertu. Sinon, on essuiera des revers et l'on ne réussira en rien.

2. Le sens est : l'homme intègre récoltera sans semer, sans effort ; tout lui réussira. — *Ou king* : ceci peint la juste espérance du cœur de l'homme docile, droit et juste, fidèle à son devoir.

3. Pour l'homme intègre, une maladie (une faute accidentelle) n'a pas besoin de médicament ; sans anxiété, sans trouble, il se corrige et le mal a ainsi son remède.

6. D'après les commentaires, le mal est l'épuisement (?).

Koua XXVI. — La formation de l'homme demande qu'on suive la droite voie. Pour se soutenir, il est bon qu'il trouve entretien et émolument à la cour. On peut ainsi mettre en bon ordre tout l'empire et régler les choses difficiles et dangereuses. La famille ne suffit pas à nourrir les hommes.

1. Celui qui sait apprécier le danger sait s'arrêter et ne le brave pas ; l'homme vulgaire s'obstine et s'y précipite ; c'est qu'il manque de la grande formation du cœur (*ta tchu*).

2 Celui qui a pris la voie du milieu sait s'arrêter comme on arrête un char sans essieu.

3. Comparaison montrant l'utilité de l'éducation, de la formation. Un bon cheval sait avancer à travers toutes les difficultés ; il va droit et ne dévie pas, si l'on entretient bien ses forces ; si l'on s'exerce, on réussira certainement.

4. Il faut l'accoutumer au joug tout jeune. A la dignité d'un grand fonctionnaire on doit être formé. Si, au commencement, en sa jeunesse, on se tient dans le mal, quand les forces viendront on changera en malheur la félicité de la vertu.

5. Celui qui sait couper la racine du mal et punir sincèrement, réellement le mal, est comme celui qui arrache ses défenses au porc, il assure le bonheur du monde. Ainsi il l'entretient grandement (*ta tchu*).

Koua XXVII. — Entretenir selon la rectitude, c'est bien et heureux; on doit examiner la manière dont on le fait, par quel moyen et qui l'on entretient. Si l'on fait tout cela correctement, alors on réussira.

1. *I* désigne les coins de la bouche; les remuer, c'est manger et désirer manger.

Abandonner la tortue spirituelle, c'est abandonner la pureté, la vertu, et chercher les plaisirs, les avantages temporels par tous moyens.

2. *Tcheou Yih :* regarder en bas pour son entretien, c'est faire des choses basses, contraires au droit. Le chercher en haut, chez le grand, c'est s'exposer à commettre des fautes (pour gagner la faveur).

3. C'est celui qui cherche son entretien contrairement à l'honnêteté et à la vertu. Dix ans équivalent à « toujours, jusqu'à la fin ».

4. Le sage doit entretenir, nourrir le peuple; c'est la vertu du grand qui répand l'éclat sur le monde entier. Étant en un rang élevé, abaisser ses dons d'entretien jusqu'au peuple est chose excellente.

6. Le principe actif est ce dont le monde tire son entretien et chose redoutable. Une vigilance, une crainte constante du danger, est chose salutaire qui maintient dans le bien.

Koua XXVIII. — 1. Il s'agit d'un excès de précaution, de crainte qui n'est point blâmable. C'est lorsqu'on doit poser un objet à terre, au lieu de se contenter de nettoyer, gratter celle-ci, y mettre du mao blanc.

4. Il en est du fonctionnaire comme de la poutre, le fort doit s'appuyer sur le faible pour maintenir sa position; mais s'il excède en complaisance, cela lui tournera mal.

5. C'est une inégalité, un défaut; l'un ne pourra aider l'autre.

6. Si les forces défaillissent dans une entreprise, il peut arriver malheur, mais ce ne sera pas un sujet de blâme. (Emploi du mot *kvoh* dans le sens de traverser.)

Koua XXIX. — 1. Le cœur sincère et droit pourra s'affermir, réussir et, dans ses entreprises, il saura échapper au danger et acquérir joie et éclat.

Yan, lieu creux et dangereux dans la terre.

2. Celui qui est en danger et ne sait point en sortir, s'il reste ferme et garde le milieu, avec un peu d'effort, y réussira.

3. Situation où tout est péril, par devant, par derrière.

Nous avons ici une gradation dans la grandeur du danger.

4. Cela montre la vertu complète d'un cœur égal.

5. Si la caverne n'est pas pleine, mais que le terrain est seulement égal, il n'arrivera pas de malheur.

Koua XXX. — 1. Lorsque l'on veut se purifier et progresser, si l'on sait y appliquer tous ses soins et son attention, on ne faillira pas.

Les premiers mots peuvent aussi signifier qu'on veut polir, nettoyer sa route, ou même polir sa chaussure. Le sens est toujours le même.

3. Ceci figure celui qui ne peut parvenir à pratiquer les principes, se corriger et régler, et décline en vertu.

4. Les commentaires font de ceci l'image du tyran détesté, ou de celui dont la précipitation est contraire à toute règle et raison. Ce doit être un dicton ou une citation, un extrait.

Koua XXXI. — 1. Paraphrase : Mouvement prétentieux de celui qui veut avancer et n'en est pas capable.

2. C'est celui qui veut se mettre en route et qui, avant de marcher, se remue d'une manière inconvenante et ne sait pas se tenir calme et grave. S'il sait se tenir en repos et digne de maintien, malgré son désir de se mouvoir, alors seulement il agira bien.

3. Celui qui n'est pas le principal personnage mais suit un autre, et en se mouvant agit de cette façon, manque de convenance et de respect. — (Le *Li-ki* indique comment on doit marcher en compagnie de quelqu'un. On doit laisser un supérieur un peu en avant ; ce n'est qu'un égal seul que l'on peut toucher en l'accompagnant.)

4. Si l'on agit correctement on aura le bonheur, sans regret. Si l'on est instable et non droit et juste, ou adonné à l'égoïsme, les amis seuls suivront encore, et ne le pouvant pas se tiendront éloignés.

5. Cela désigne une émotion intérieure sans égoïsme. C'est la chair du dos au-dessus du cœur qui ne peut le mouvoir.

Koua XXXII. — 1. Quand on commence à s'affermir et à se garder soi-même, si l'on ne mesure et modère ses efforts et qu'on élève trop haut ses aspirations, bien qu'on ne manque pas à son devoir, on échouera.

2. Ou le contraire : Toute cause de repentance disparaît quand on s'est affermi dans le bien.

4. Celui qui, tout en restant ferme, ne réussit pas, est comme un terrain où l'on chasse sans trouver de gibier.

Koua XXXIII. — 1. Se retirer et se tenir en arrière est le moyen de se tirer du danger, de mettre sa queue hors de danger. Selon les commentaires « retirer sa queue » = *tsaí heoú*, « se tenir en arrière ».

2. Quand on se garde et tient fermement en droiture et docilité et ne se laisse pas arracher de là, c'est comme si l'on était tenu par une solide lanière de cuir.

3. Ainsi il sera soigné et son mal pourra être guéri.

5. Ou : la retraite honorable, heureuse. Elle n'a ni honte, ni danger. C'est pourquoi on la dit heureuse; quand la pensée est droite et ne s'attache à rien fautivement.

6. L'abondance généreuse atteint ses fins. Le cœur généreux n'a rien qui excite les soupçons, ni les animadversions.

Koua XXXIV. — 4. Le texte est altéré, comme le prouve le Com. *Yong* a été répété par erreur.

5. Com. *tchu khi tchvang, puh neng tchuk.* Ayant perdu sa force, il ne peut buter, lutter de la corne.

6. N'ayant pas la force de s'enfoncer les cornes, il peut par cette difficulté diriger sa conduite.

Koua XXXV. — 1. Que l'on garde la droiture et l'on réussira, les obstacles à l'avancement tomberont.

2. Les ancêtres défunts veillent sur leurs descendants, obtiennent de grands biens aux bons et font tomber les calamités sur les méchants.

Voy. entre autres le *Shuh king*.

4. C'est celui qui agit sans droiture et fermeté, qui craint et use de ruses.

Koua XXXVI. — Le *Koua* ou hexagramme représente la lumière sous la terre, et cela est mis en rapport avec le mythe ou la figure de *Ming-i*, lumière faiblissante, attaquée.

C'est le prince des ténèbres occupant la position supérieure (*tsai-shang*) et la lumière apparaissant comme blessée, endommagée, affaiblie.

Texte I. Cette lumière, cet éclat est la splendeur à l'extérieur, et la vertu, la fidélité à l'intérieur. Dans son trouble nous voyons celui du tyran Sheou et Wen Wang mis en prison par le despote cruel. La lumière attaquée, amoindrie, en est l'image, comme elle est celle de Khi-tze retiré de la cour.

Texte II. 1. Quand elle commence à faiblir, à être entamée, elle avance difficilement. Elle veut voler et doit abaisser ses ailes.

2. Attaquée et pas détruite ; si elle se sauve avec la rapidité d'un coursier sauveur, elle échappe au danger.

3. Ceci représente aussi le triomphe du bien et du mal.

4. Le côté gauche est le lieu de l'obscurité et du secret. Pour acquérir la droiture, on demeure dans un lieu obscur.

5. Khi-tze abandonna la cour et se retira au loin pour rester fidèle à la famille du souverain détrôné par *Wuh-Wang*. On l'imite en se retirant dans un lieu obscur pour s'y maintenir droit et fidèle au devoir.

Khi-tze, en se retirant, resta fidèle à son prince ; sa gloire subsiste à jamais et ne peut être obscurcie. Telle est la pensée.

6. Image de l'homme qui a su s'élever à une haute renommée et qui perd son éclat en cherchant à effacer celui des autres.

De même la lumière s'élève dans le ciel, illumine la terre entière, puis va s'enfoncer sous elle, parce qu'elle n'a pas gardé la juste mesure.

Koua XXXVIII. — Aux temps de troubles et de luttes, les grandes choses sont impossibles.

1. Que dans les difficultés on reste d'une vertu égale et que par là tout mal disparaisse, c'est ce qu'indique la figure du cheval perdu et qui revient de lui-même.

2. Al. quand on trouve un conducteur dans un chemin tortueux; c'est-à-dire : dans un différend, chercher et trouver la conciliation.

5. Sont unis : Com. *yih hò*. S'unissent facilement.

Koua XXXIX. 2. Ou bien : s'ils veulent triompher des difficultés, ils ne doivent point le faire dans leur propre intérêt.

4. Ou : à ceux qui les ont suscitées. Il a su les apaiser et se les concilier.

Koua XL. — 1. Quand on est délivré des difficultés. Quand le faible est à sa place et que le fort est juste, tout va bien.

2. Les commentaires font des renards les représentants du mal. Les tuer c'est détruire celui-ci et délivrer les petits des actes tyranniques; cela mérite la récompense du triomphe, la flèche jaune.

3. Le char est fait pour les hommes supérieurs et non pour des gens du commun, tels que les porteurs. Ceux-ci doivent rougir d'une pareille outrecuidance qui, du reste, leur tournera mal, si jamais des voleurs les aperçoivent.

6. Les gens du peuple qui troublent le royaume.

Koua XLI. — 2. Veiller attentivement sur soi-même, ne pas vouloir avancer indûment. — On ne doit rien y changer.

5. Qu'il ne peut refuser convenablement, qui sont faits de cette manière.

6. Qui ne regarderont qu'aux intérêts de leur prince sans faire aucune distinction.

Koua XLII. — 2. *Voir* XLI, 5.

3. Si les moyens ne sont pas bons, on ne doit pas les employer.

5. « Sans doute. » Litt. sans demander. Il n'est pas besoin qu'on demande si c'est vrai, cela est certain.

6. On ne lui donne pas ce qu'il désire, mais on en parle mal, on l'examine et le blâme.

Koua XLIII. — 1. L'homme vulgaire qui, en avançant, veut l'emporter par la force, ne réussira pas.

4. Comme quelqu'un qui ne peut ni s'asseoir tranquillement, ni avancer en marchant.

5. Ferme, mais sans dureté; gardant le milieu et la voie droite, on n'aura rien à regretter.

6. Quand on est dans une difficulté extrême et que l'on n'a personne à qui recourir.

Koua XLIV. — 1. Les commentaires voient autre chose : arrêter une roue de char au moyen d'un lien d'or; l'or indiquant la solidité.

On pourrait aussi traduire : être appliquée à la quenouille..., lier les porcs pour les empêcher de se sauver, et ce seraient les occupations des femmes.

3. S'il ne peut agir sûrement et paisiblement, il s'abstient et n'avance pas; ainsi les difficultés ne le troublent point et ne lui nuisent point.

Koua XLV. — 1. Que l'on continue à garder la droiture et la justice, et l'on réussira.

2. On reviendra ainsi à l'union; si l'on est d'une sincérité parfaite, on trouvera le remède au mal et les affaires se relèveront.

6. Si l'on cherche l'union sans l'obtenir, que l'on avertisse, exhorte, et l'on pourra y parvenir.

Koua XLVI. — Com. I. Le fort protégeant le faible, celui-ci peut s'élever. Respectueux, sans orgueil, modéré, on ne s'attirera pas de regrets.

4. *Ou k.* « Quand on est droit, vertueux, il sera aussi facile d'obtenir le pouvoir que de monter un escalier. » C'est tout aussi bien le sens.

6. C'est-à-dire « que le petit, l'homme obscur, s'élève », etc.

Koua XLVII. — 1. Ne pouvant faire savoir sa détresse, n'ayant aucun repos; à la dernière extrémité et ne voyant pas le moyen de passer et d'échapper.

2. Com. *pi-sī*, couvre-genoux. Le couvre-genoux rouge; celui du char du roi. L'arrivée du roi et de ses gens sauve le malheureux en détresse. Al. « les blouses rouges », i. e., des gens du peuple arrivent, et sauvent de même.

6. Quand on a perdu son chemin, il est dangereux d'avancer. On doit rechercher la bonne route. De même, un homme moralement égaré, s'il se repent et reprend la bonne voie, retrouvera le bonheur.

Koua XLVIII. — 3. Si nous avions un prince éclairé à la tête de la cité, sa sagesse lui ferait apercevoir le besoin universel et tous en retireraient de grands biens.

6. « Recouvert ». Les commentaires expliquent ce mot par deux autres, *pi* et *fuh*, signifiant aussi « recouvert ».— « Bien rempli ». Où l'eau jaillit en abondance, de la source.

Koua XLIX. — 2. Après quelque temps. Com. *zhān heoú*, ainsi après cela. Si l'on s'attache à la droiture et au milieu, on pourra changer et se corriger.

6. Il faut discourir du changement, de la correction jusqu'à trois fois, et après cela exécuter, ainsi on changera heureusement. — « Se tenir ferme ». Com. *keŭ-tcheng*.

Koua L. — 1. Quand un chaudron est renversé, retourné, il fait sortir ce qui est mauvais, *go;* ainsi le mal se change en secours; ainsi l'homme infime, par sa ferme vertu, s'élève à la grandeur.

2. Le chaudron, le vase plein de fruits, sont les images d'un cœur vertueux et doué de capacité.

3. Ne pouvant plus se servir du chaudron, on ne pourra rien y cuire. La pluie survenant, indique une circonstance favorable. Mais ceci est interpolé.

5. L'or, par son éclat et sa dureté, représente la vertu solide; par elle, on arrive à la prospérité.

Koua LIV. — 4. La fille sage ne doit pas accepter légèrement un homme; elle retarde et attend, pour s'assurer de la bonté du choix.

5. La vertu la rendait belle comme la lune pleine. Les manches désignent ici tout le vêtement.

6. Une fille qui se marie a des corbeilles de diverses espèces pour les mets; le jeune homme qui prend femme tue un agneau pour le banquet de noce. Vide, sans sang indique le manque de succès.

Koua LV. — 1. Aller ensemble, se suivre, agir de concert, est un moyen d'obtenir l'abondance.

2. Ceci se rapporte aux rois et aux anciens usages. Quand on va avertir le prince et qu'on est repoussé, on doit multiplier ses avertissements pour tâcher d'émouvoir son cœur; ainsi les voiles dont il se couvre pourront être écartés et l'on pourra les faire tourner à bien.

On doit chercher par sa propre sincérité, sa droiture, à toucher le cœur du supérieur. Telle est la pensée.

3. 4. En-têtes de strophes comme au Shih-king. Si les amis s'égalent en vertu, ce sera bien.

5. Si le prince, faible et peu éclairé lui-même, sait employer les hommes sages pour gouverner, il pourra rendre le monde heureux et prospère.

Koua LVI. — 1. *Lü* est un voyageur, un étranger de passage.

2. Ayant trouvé un logis, il est en repos. Apportant ses richesses, il s'attire la prospérité par ses offrandes. Ayant des serviteurs dignes de confiance, il n'est pas trompé. Ayant ainsi des gens sur qui se reposer, il est dans une excellente condition.

3. Ayant perdu ses gens, il ne peut préserver son cœur de l'abattement. Quand, en pays étranger, on n'a que des gens de bas étage avec qui on puisse avoir affaire, il arrive naturellement que le droit est violé et les conditions de la vie détruites.

6. L'orgueil qui ne veut jamais céder est la voie du malheur.

Koua LVII. — « Avancer et reculer » peint le caractère peu ferme, peu stable; la fermeté d'un guerrier est nécessaire pour ne point être ébranlé.

2. Une douceur constante, sans force, est une énergie intellectuelle épuisée; c'est une source d'actes que l'on regrette après.

5. Ceci peint le résultat heureux de la douceur calme, mais ferme, sachant délibérer et se résoudre.

6. Peint une douceur excessive qui cause la chute et la perte des ressources. On ne sait plus se protéger et tombe victime du fort audacieux.

Koua LVIII. — 3. Il peut y avoir mal à trop satisfaire quand on veut le faire d'une manière qui n'est pas droite.

5. Chercher à satisfaire sincèrement un méchant homme, c'est s'exposer au danger. Les saints avertissent de ne point placer sa confiance en un homme bas et vulgaire.

Koua LIX. — 1. Indique que l'on doit faire effort pour sauver; chercher les moyens, le secours. (*Ou k.*) Expansion, développement avec la force d'un cheval qui s'échappe. C'est le commencement de l'expansion (*Tchong tao*).

2. Dans l'état de lutte on doit céder (autant que de droit) et s'accorder pour garder la paix en soi et apaiser; faire tranquillement son office.

4. Dans ce malheureux état on doit s'entendre avec ceux qui peuvent principalement rétablir l'accord; chercher à ramener ses amis et connaissances pour rétablir l'union entre eux.

6. On doit verser son sang pour écarter ces maux.

Koua LX. — 1. La cour en dehors de la porte intérieure. — Quand il ne faut pas en sortir. De là on protège et garde sa maison.

2. Celui-là connait la modération (*tsieh*) mais ne la comprend pas bien et la porte à l'excès.

Koua LXI. — 1. *Tchong fou. Tchong* est l'absence d'égoïsme (*Tchou-hi*); *fou* est la véracité sincère, méritant confiance.

La droiture, la modération, la bonté, attirent la confiance et le succès; « différentes » sont les pensées, les dispositions qui ne sont pas droites et justes; elles enlèvent la paix intérieure. (*Ou k.*)

On doit avoir une paix intérieure vigilante; autrement pas de joie.

2. Ceci est un exemple de sincérité et d'accord, de bonté.

3. Peint un cœur qui n'est pas maître de soi et suit ses impressions (*puh tse tchu*). Il s'agite, varie, n'a pas de constance dans la joie et la peine.

4. La lune pleine est le symbole de la plénitude du pouvoir, de l'énergie. (*Ou k.*) C'est avoir une haute fonction près du prince.

Le cheval qui quitte ses compagnons ou le cheval isolé à l'attelage, ajouté hors des brancards pour aider les autres, est l'image du ministre qui oublie ses propres intérêts pour servir le prince.

6. Emblème de la suffisance et des tentatives trop hasardées, de la présomption.

Koua LXII. — 2. C'est le cas de celui qui n'arrive pas jusqu'au roi, mais vient à rencontrer son ministre. Celui-ci ne peut être passé.

2. Confiant en sa force on ne se met pas en garde.

5. C'est la pluie qui ne peut tomber; c'est le prince qui ne sait faire rien de grand. — « Manquements ». Le tout indique l'homme incapable de grandes choses.

6. Les calamités viennent du ciel; les dommages sont l'œuvre de l'homme.

Koua LXIII. — 2. Il s'agit du voile du char des femmes. Le texte indique qu'elle a perdu ce qui lui est nécessaire pour cheminer; elle ne peut continuer ni le chercher elle-même. Le Com. comprend aussi que « quand un bateau a des fentes, il faut le boucher avec de vieux vêtements, et que l'on doit bien y veiller jusqu'à la fin de la traversée ».

Koua LXIV. — 1. Quand on ne règle pas ses forces et ses dispositions et qu'on ne suit pas la voie de la modération, de la douceur, on est comme le renard qui traverse imprudemment une rivière, mouille sa queue, et l'on ne peut prévoir l'issue.

6. Celui qui s'abandonne à ses passions et se montre indocile, est comme le renard qui mouille sa tête dans le fleuve qu'il traverse. Ainsi péchant par trop de confiance en soi-même, on perd ses vertus.

APPENDICE II.

Extrait des commentaires divinatoires du Yih-King.

Koua III [1]. — Texte II. 2. Le second trait [2], — —, emploie la négativité et la douceur pour se maintenir pendant une période d'embarras et d'empêchements. Bien qu'il corresponde sympathiquement, selon la droiture, à un trait supérieur [3], il est cependant porté par son inclination vers la dureté énergique du premier trait [4]; c'est pour cela qu'embarrassé et entravé par la difficulté, il est perplexe et revient sur ses pas [5]. Le mot « comme » est un terme auxiliaire qui ne change pas la portée des termes employés.

Aller à cheval c'est vouloir aller et circuler; il veut suivre celui avec qui il sympathise selon la droiture et demeure arrêté sans pouvoir avancer. (La 2e ligne est prise entre les autres.)

Le second trait se trouve en présence d'une période de difficultés et d'empêchements, et bien qu'il ne puisse y remédier par lui-même, cependant il se maintient dans la justice et la droiture; il a une correspondance sympathique avec celui qui est au-dessus de lui [6]. Il est cependant pressé et serré contre le premier trait; la négativité est recherchée par la passivité, la douceur malléable est dominée par la dureté énergique. La douceur malléable étant aux prises avec une période de difficultés est évidemment incapable de les aplanir elle-même; de plus elle est pressée par la dureté énergique de la positivité, de sorte que ce trait est considéré comme exprimant la difficulté [7]. — Comp. Philastre : Le *Yi-King*, pp. 90 et 91.

Ibid. 5 [8]. La 5e ligne (forte), selon la nature forte du Yang, se trouvant au milieu, à sa

[1] *Tchun*, *t'un*, arrêt, empêchement, difficulté; forme de l'hexagramme ䷂

[2] En commençant par en bas. La ligne coupée représente le *yin*, receptivité, négation et flexibilité, douceur. Le texte porte : « La pousse arrêtée est comme un cavalier dont le cheval est arrêté, recule ». Toute cette longue explication a pour fondement la forme de ces lignes.

[3] Au 5e.

[4] La première ligne en bas, pleine, image du yang, du principe actif et fort.

[5] Application des termes du § 2 qui se rapportent non à la ligne 2, mais au mot *tchun;* de là l'erreur.

[6] La 3e ligne, coupée comme la 2e.

[7] On voit par ce trait la nature et l'origine de l'erreur qui a donné lieu à ces divagations. Wen Wang ayant reporté les différentes phrases ou expressions du texte II aux diverses lignes des hexagrammes, on a cru, après lui, que c'était là le sens véritable et originaire de ces sentences et termes complexes. Attribuant donc aux lignes des kouas un sens qu'elles n'avaient aucunement et ne pouvaient point avoir, on s'est fatalement perdu dans des amplifications dépourvues de sens et de logique.

[8] Texte : « Dans le développement de la sève des bourgeons, si elle n'est que peu arrêtée, ce sera bien; si l'obstacle est trop grand, cela tournera mal. »

place correcte, occupe une position d'honneur; cependant, au temps des difficultés, elle périt naturellement au milieu des dangers.

Bien que la ligne 2ᵉ soit en rapport convenable, le Yin étant faible, sa puissance s'épuise et il est incapable de mettre les choses en ordre. Le premier trait, plein, soutient le peuple en bas et tous se tournent vers lui.

Le trait 5, fort, incarne le danger; la sève épaisse et onctueuse, et ne parvenant pas à se répandre, mais arrêtée dans son développement, c'est ce qu'il représente.

Le pronostic est que si l'on est occupé de petites affaires, on conservera heureusement sa droiture. Si l'on y réussit, c'est un bonheur. Si l'on est à de grandes affaires, bien qu'on soit droit et juste, on ne pourra éviter les infortunes.

Koua XII. — Texte II. 2. Le faible *yin* (ligne coupée) étant au milieu, à sa place, figure ici un homme vulgaire, plein de condescendance, de support pour l'homme supérieur. Si l'on tombe sur cet horoscope, ce sera une annonce de bonheur.

L'homme vraiment grand devra conserver sa fermeté et protéger le petit, sans doute. Alors la sagesse prospérera. Il ne pourra persévérer à se conduire ainsi envers moi (petit homme), et manquer à sa garde.

Koua XVIII. — Explication de l'hexagramme : *Kan*, fort, étant au-dessus, et *Sun*, faible, étant au-dessous, le haut et le bas ne sont pas dans la relation voulue.

Koua LVI. — *Lü*, voyageur étranger. *Lü* est un voyageur passager. La montagne étant au-dessous (dans l'hexagramme) et le feu brûlant au-dessus, cela donne la figure de « quitter son endroit (pour voyager), s'arrêter et ne pas avoir de repos, de lieu fixe ». C'est pourquoi c'est *lü*.

La ligne 5ᵉ étant à sa place, dans le trigramme extérieur et cédant aux deux lignes yang (pleines) qui l'entourent, sa racine se fixe et devient belle et brillante à la lumière. C'est pourquoi son horoscope est « développement modéré ». Si cela peut maintenir intacte l'intégrité du passager, alors ce sera bonne fortune. Le voyageur n'a pas de demeure stable.

Koua LVII. — 4. Le yin qui est doux et conciliant ne se prête pas à soutenir le méchant. Tous deux sont forts, et par conséquent il y a regret, repentir. Le yin étant sous le yin, sa position est sous terre. C'est pourquoi il parvient à se défaire de toute cause de regret. C'est pourquoi l'horoscope est « la prospérité des champs ».

5. La ligne 5ᵉ, pleine, forte, est à sa place correcte et au-dessus de la substance flexible; c'est pourquoi il y a regret pour arriver à la vertu et au bonheur, et comme cela il se défait de toute cause de regret, tout lui est avantage. S'il y a regret, ce n'est point au commencement; le dissiper, c'est la fin. Ainsi il change et devient bon, paisible. C'est le changement des choses. S'il est trois jours sans paix, après cela il est en paix trois autres jours.

Avant, son changement était le dixième jour de la décade. Considérant ce qui vient après, par ce changement, il obtient un heureux augure et a du succès.

Koua LVIII. — Texte I. Un yin suit au-dessus de 2 yang. C'est la joie qui se montre à l'extérieur. Sa figure est un marais, une eau stagnante propre à réjouir, faire du bien à toutes choses. C'est aussi la figure d'une eau sortant d'un gouffre, d'un trou, et dont le courant est arrêté. La forme du koua est la force au dedans, la faiblesse au dehors. La force au dedans a pour effet de réjouir et faire croître.

La faiblesse à l'extérieur fait qu'il y a avantage à être droit et juste, à suivre la voie du progrès et de la satisfaction et à arrêter toute mauvaise joie. C'est pourquoi son pronostic est tel.

Douceur et docilité à l'extérieur, cela produit la joie et le succès. La force à l'intérieur est cause que la droiture est avantageuse. Le sens du tout est unique et identique.

Koua LXI. — *Fu* est sincérité. Le koua a deux yins (lignes coupées) à l'intérieur et 4 yangs (pleines) à l'extérieur; 3 et 5 sont yangs, ainsi chacune de ces lignes a sa place convenable.

Le koua ayant le milieu vide et deux lignes pleines aux deux milieux des trigrammes, tous deux donnent la figure de la droiture et sincérité.

En outre, l'inférieur répondant au supérieur en le satisfaisant; le supérieur cédant au petit par bonté, c'est le principe de la droiture, de la confiance.

Porcs et poissons sont des êtres sans intelligence; en outre, le fondement étant au-dessus d'un marais, le plein à l'extérieur, le vide à l'intérieur, tous deux ont la forme d'un vaisseau. Une extrême vertu peut exciter même les porcs et les poissons. On traverse ainsi les difficultés et par là on ne manque point son achèvement. C'est pourquoi le pronostic est que si l'on peut porter les animaux à correspondre à ses sentiments, le bonheur s'ensuivra; on traversera heureusement le grand fleuve, et conséquemment on trouvera son avantage dans son perfectionnement.

. . . .

Donnons enfin ce dernier exemple après lequel il n'y a plus rien à dire. — Commentaire de koua I, 5. « Le dragon vole dans le ciel » : Le lien commun entre l'homme et le saint est le genre.

Le 5e trait, avec la vertu du dragon, monte pour occuper la situation élevée. Tout ce qui est homme accourt à lui et porte ses regards vers lui. A plus forte raison il en est ainsi de ceux qui possèdent la même vertu. Celui qui est dans une position élevée correspond à celui d'un rang inférieur. Les mêmes tons correspondent, les mêmes airs se pénètrent.

Couler vers les lieux bas, aller vers le sec, suivre le dragon, suivre le tigre, c'est toujours la conséquence de la nature de l'air. Ainsi le saint agit, et tous les hommes le contemplent. La négativité et la positivité suivent chacun leur principe propre. L'homme et les êtres ne sont jamais autrement.

ADDENDA.

Pour mieux justifier encore l'explication que nous donnons au Yih-king nous ajouterons comme modèle un extrait d'un dictionnaire chinois très récent, mais conçu dans l'esprit de tous ses prédécesseurs. Je veux parler du *Tze-tien* de Kang-hi. Voici, par exemple, comme le mot *heoù* y est expliqué :

口 *heoù*, bouche, membre d'une famille. Ce par quoi l'homme parle et mange. — Bouche, entrée d'une vallée.

1. On cherche soi-même le manger de sa bouche. (*Yih.*)
2. C'est la bouche qui produit l'affection et suscite la guerre.
3. Une famille de beaucoup de bouches (nombreuse).
4. Au nord il y a une source d'eau douce et l'ouverture d'une vallée.

Etc., etc.

Autre passage d'un lexique beaucoup plus ancien, *Ts'eng pu tze wei :*

十 *Shih*, nombre 10; complet.

1. Les nombres naissent à *un* et sont complétés à 10.
2. De 十, — est l'est-ouest et | est le nord-sud.
3. Le nombre de la terre est 10 et 3 fois 10.
4. Ces nombres mettent en mouvement les esprits célestes et terrestres.

Etc.

Les fastes du Yih-King comprennent trois périodes distinctes :

Une première que nous appellerons « période des éléments », où il n'existe encore que les documents, les matériaux qui serviront plus tard à former le livre des sentences. C'est à cette période que M. de Lacouperie s'est attaché, après avoir découvert, en général, l'erreur des commentateurs et traducteurs.

Une seconde où un auteur inconnu a tiré de ces documents et de ses propres réflexions un recueil de sentences et de phrases dont il a formé le Yih-King primitif. C'est le livre dont je donne ici une traduction commentée.

Enfin une période d'altération commençant avec Wen-Wang et transformant le *Recueil de maximes* en un livre de divination dans lequel le texte premier disparaît complètement. C'est ce livre que MM. Legge, Philastre et autres ont traduit d'après les exégètes indigènes.

Notes. — Koua I, § 6, p. 40. Comparez ce passage de l'*I-li king tchouen* : Le roi et les chefs feudataires vont au milieu du printemps et de l'automne saluer l'arrivée de la chaleur et du froid, afin de les empêcher d'être trop prépondérants et forts par l'action du Yang et du Yin.

Koua VIII, § 5, p. 52. Cp. *Li-ki* III, s. 2, § 24. Le Fils du ciel ne ferme pas complètement le parc. Quand la chasse est finie, le peuple chasse à son tour (ce que le souverain a laissé échapper).

Koua XXV, § 3. Cp. le proverbe : avoir pitié « comme d'un animal innocent conduit à la mort ». *Wuh tsui erh tseu sze t'i.*

Koua XXVII, texte II, 1. Ou bien : tortue servant à consulter le sort.

Koua XXXVII, § 2, p. 89. La Siao-Hio prescrit de même de ne point aller chercher (au dehors) les vases du sacrifice, mais de les avoir à soi.

Koua XXXVIII, p. 89. Le mot du koua est plutôt *kw'ei.* R. 72 que *kw'ei.* R. 109. Voir aussi *kw'ei,* retourner (77). Les commentaires l'expliquent par *kwāi* (R. 4) — ì (102), tourner le dos. Au § 1 il s'agirait donc du cheval perdu qui s'en retourne, ou du banni qui, toute cause de crainte étant passée, s'en retourne au pays. Cp. aussi *kw'ei,* cheval de noble allure.

Les § 2 et 3 se rapportent au banni *kw'ei-ī* ; « seul dans la désunion » est à effacer. Au § 3, il me semble impossible de séparer *t'ien* du mot suivant. Ce § doit être rapproché du § 6.

L'explication de ces paragraphes pourra paraître un peu forcée; mais en présence de l'esprit général du Yih, on peut certainement la soutenir.

§ 5 litt. Quand toute cause de mal disparait, les parents sont unis.

Le Com. explique ces derniers mots par *Yi-hō* (30) « sont facilement unis ».

Koua XLI. Com. I, p. 93. C'est un principe de la philosophie chinoise que « le ciel aime à élever le petit et abaisser le grand, à donner au pauvre et enlever au riche ».

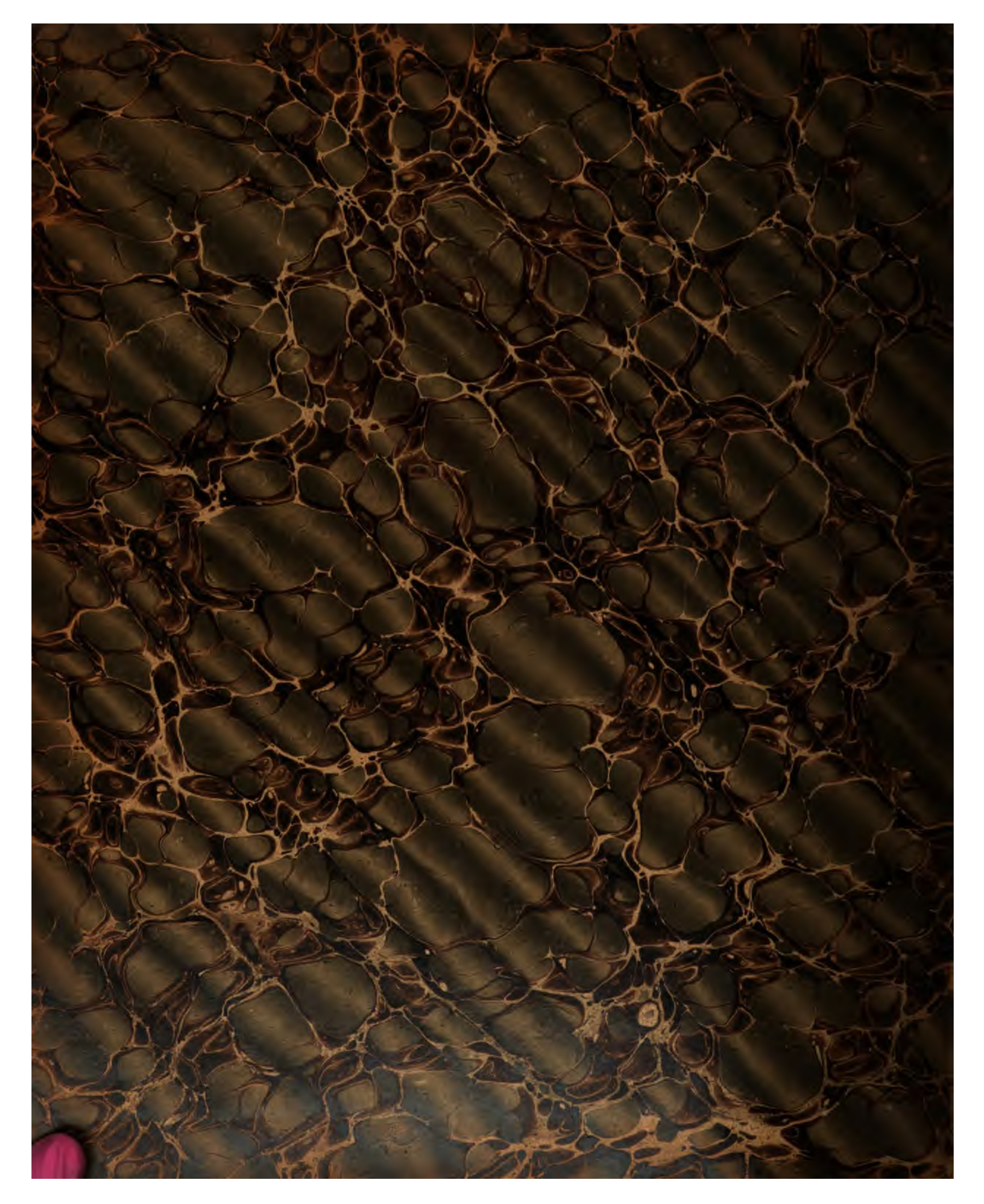
Koua XLVI, § 4, p. 100. Ceci a été écrit au temps de la dynastie des Tcheous.

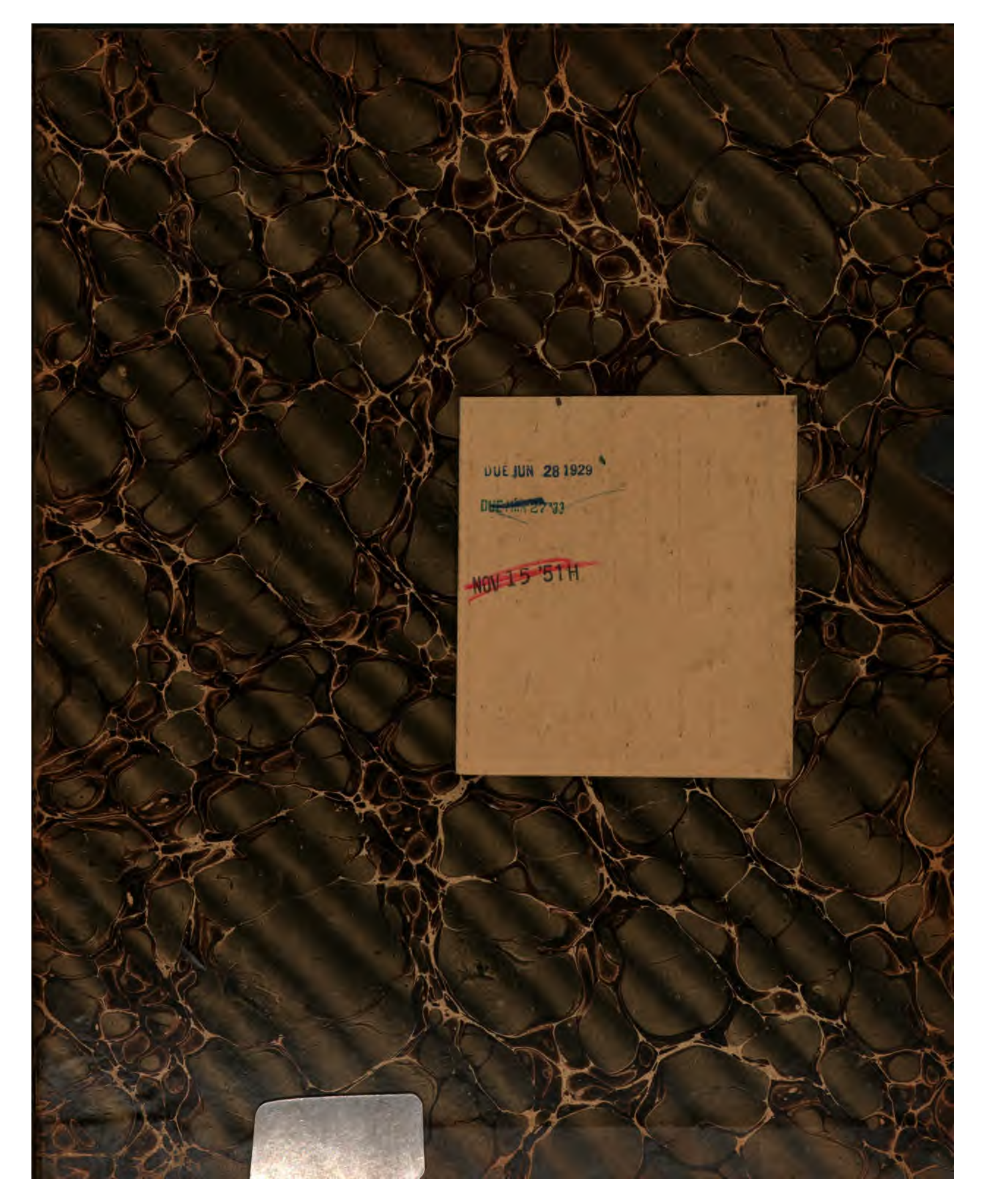
Pages 18, 19. Aux expressions citées en cet endroit, comparez encore : *tchūn* (chair de mouton), employé pour désigner la sincérité.

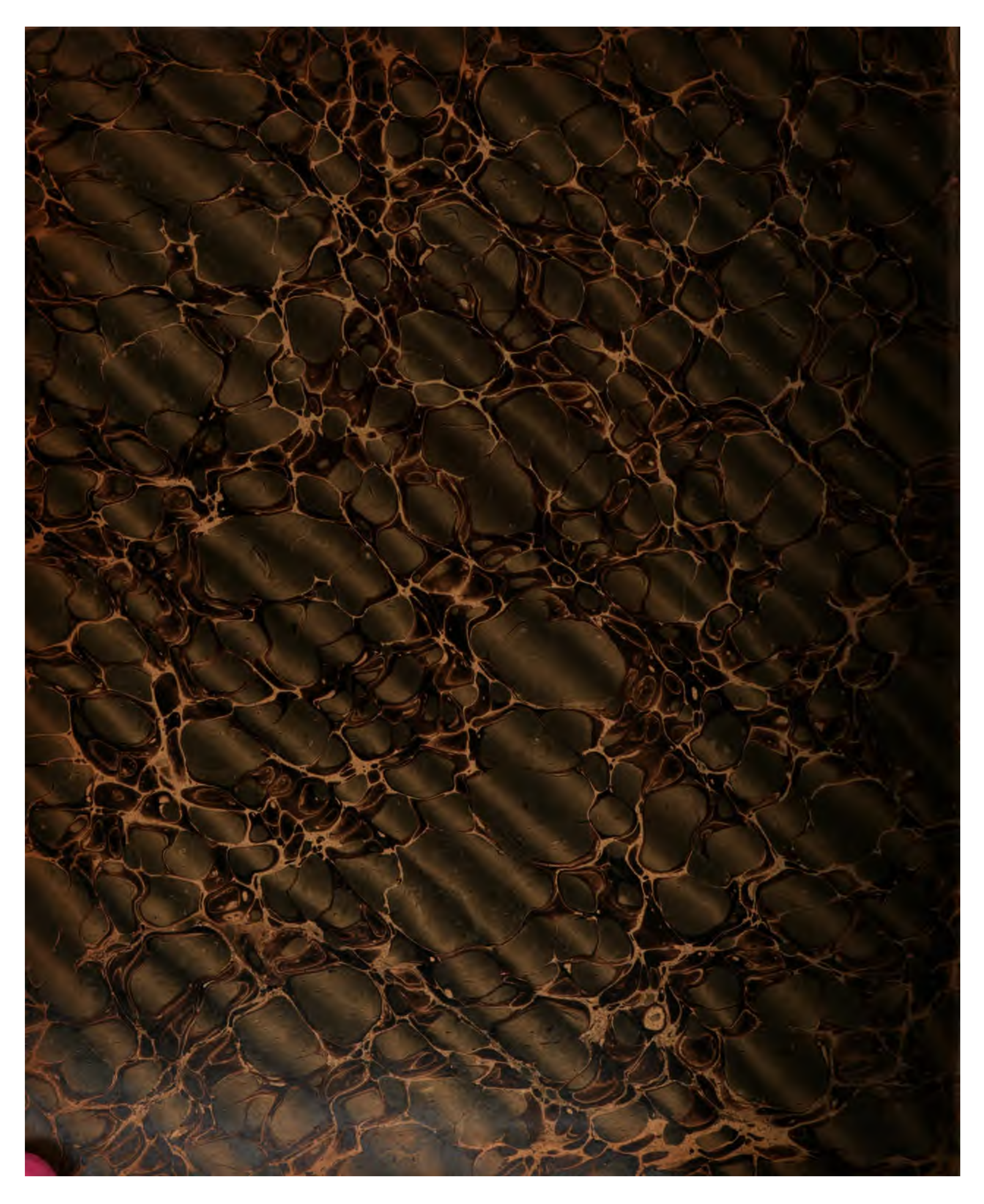
Page 79, ligne 6 : lisez 5 et 6.
Page 87, ligne 17 : effacez 3.

TABLE DES MATIÈRES.

LE YIH-KING.

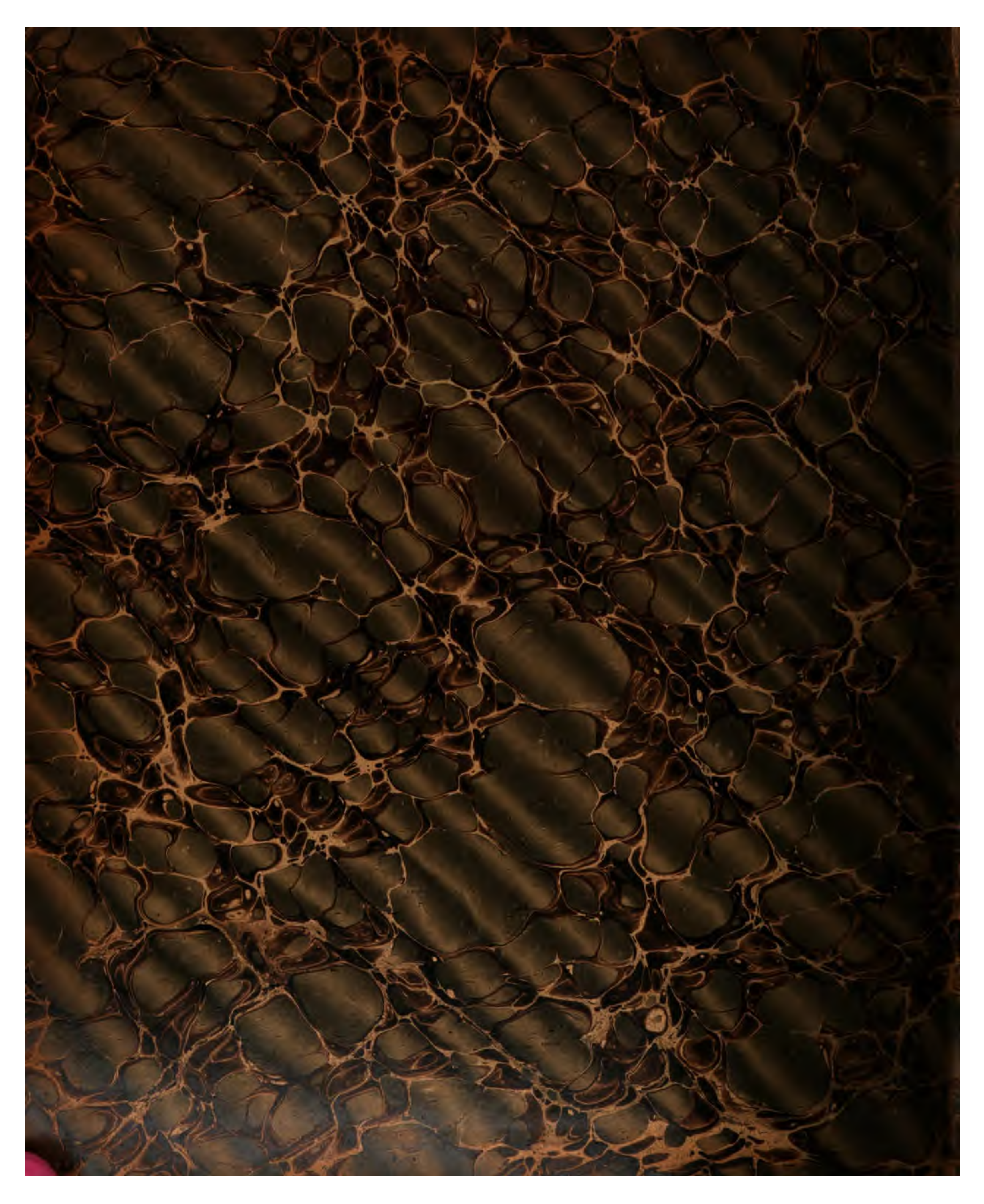


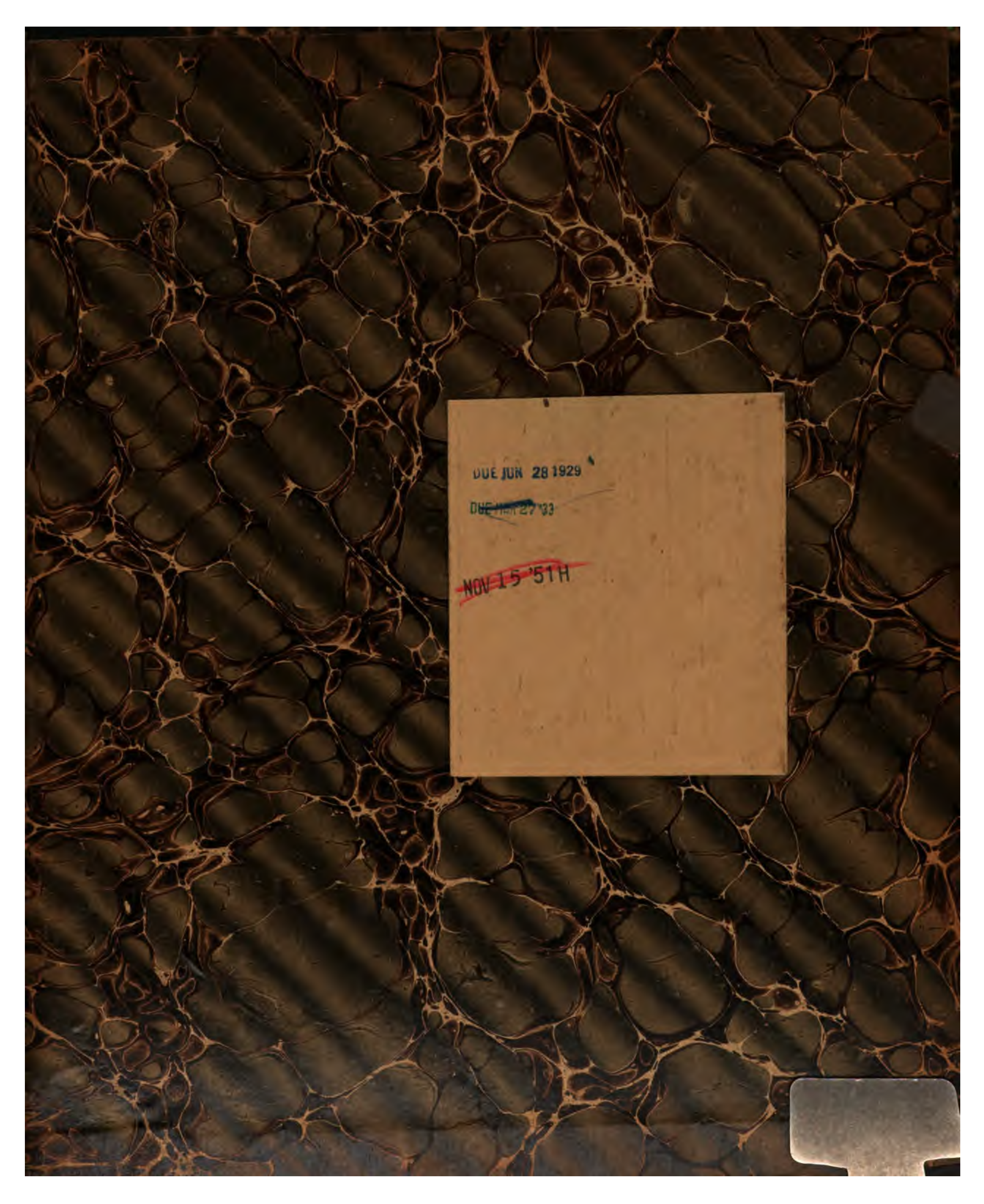

DUE JUN 28 1929
NOV 15 '51 H





DUE JUN 28 1929
DUE MAR 27 '33
NOV 15 '51 H




DUE JUN 28 1929
DUE MAR 27 '33
NOV 15 '51 H

